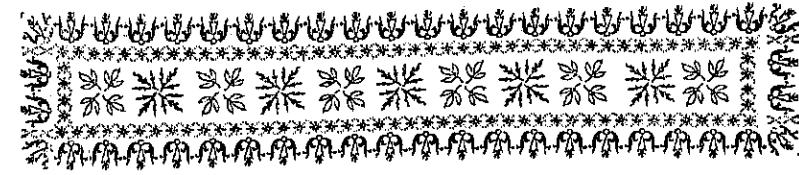


DE OBSERVATIONE
INCLINATIONIS MAGNETICÆ
DISSERTATIO,
ILLUSTRISSIMÆ ACADEMIÆ REGIÆ
Scientiarum Parisinæ æquissimo judicio,
pro Anno 1743.
SUBMISSA.

Nihil turpius est Physico, quam fieri sine causa quicquam dicere.

A. DD. EULER, Matheeos Professore, è Societate
Academiæ Imperialis Petropolitanæ,



DE OBSERVATIONE
INCLINATIONIS MAGNETICÆ
DISSESTITO,
ILLUSTRISSIMÆ ACADEMIÆ REGIÆ
Scientiarum Parisinæ æquissimo judicio
pro Anno 1743.

S U B M I S S A.

Nihil turpius est Physico, quam fieri sine causa quicquam dicere.

§. 1. **Q**uemadmodum omne corpus in se spectatum indifferens est tam ad motum quam ad quietem, atque vi propriâ inertiae in eo, quem tenet statu, perpetuo perseverat: sic quoque ad omnes situs recipiendos æqualliter est comparatum, neque unum quempiam situm magis quam ullum aliud per se affectat. Quare cum mutatio statûs, sive motûs, sive quietis, certissimè vim quandam externam tanquam causam mutationis declaret, dubium planè est nullum, quin affectatio certi cujusdam sitûs à vi quamquam externa proficiatur. Sic quando videimus corpus pendulum in situ verticali acquiescere, gravitati causam tribuimus; ac, si corpus fluido innatans ad unum situm magis proclive observamus, quam ad reliquos, præter gravitatem causam rectè in viribus aquæ partem corporis

Prix. 1743.

I

66 DE OBSERVATIONE

submersam prementibus collocamus. Simili modo si corpus flumine abreptum, in uno maximè situ defertur, id non temerè fieri judicamus, sed in hoc quoque situ æquilibrii quandam speciem agnoscimus.

§. 2. In Magnete autem omnino duplice effectum à virib[us] externis oriundum deprehendimus; non solum enim aliis Magnes ab alio ac ferro attrahitur, verùm etiam ad omnes situs, in quibus quidem suspensus per gravitatem acquiescere posset, minimè indifferens reperitur: hæcque proprietas posterior adeò cernitur, cùm prioris n[on] vestigium quidem animadvertere licet. Nisi enim Magnes in vicinia alterius Magnetis vel ferri versetur, nullum prorsus conatum singularem de loco, quem occupat, redendi percipimus. Intérim tamen non instar reliquorum corporum in quovis situ persistere valet; sed unum perpetuo præ reliquis, si sibi permittetur, eligit, in quo consistat: in hocque situ tam pertinaciter hæret, ut quamvis vi ex eo deturbetur, se tamen sponte in eum recipiat. Quod phænomenum eò magis est notatu dignum, quòd præter Magnetem, nullum aliud adhuc inventum sit corpus, quod simili modo certum aliquem situm affectaret.

§. 3. Quamvis hæc constans directio Magnetis sit propria, tamen facilius ac promptius observatur in acu chalybea, cui similis indoles per affrictionem ad Magnetem est inducta. Plerumque enim tam moles Magnetis, quam ejus figura impediunt, quominus tam citò se ad eam, quam intendit, positionem applicare queat; & prætereà eadem impedimenta sunt in causa ut Magnes non tam commodè suspendi, nec per suspensionem omnis effectus à gravitate oriundus tam facilè tolli queat, sicut præsens institutum omnino efflagitat. Contrà verò acus omni adhibitā diligentia ita potest fabricari, ut cunctis his incommodis careat; primò enim in lineam rectam extenditur, ut situs, quem tenet, facilius & distinctius dignosci queat. Deinde gracilis redditur, quòd promptior evadat ad motum recipiendum; tum verò ita paratur, ut commodè suspendi & ab omni effectu

gravitatis liberari possit. Quibus rebus sit, ut acus Magnetica, etiam si non alia ac ipse Magnes gaudeat virtute; multò tamen aprior sit ad determinatam illam directionem à Magnetē intentam patefacientiam. Cum igitur in hac Dissertatione confinierim in modum facillimum inquirere, quō illa directio exactissimè cognosci queat, loco Magneticis perpetuò acuna Magneticani substituam: neque de ipso Magnete aliter sermo incidet, nisi quatenus est fons istius virtutis directricis in acu.

¶ S. 4. Cum igitur acus Magnetica certum quendam situm, in quo acquiescat, requirat, atque in aliud situm depulsa sponte suā in eundem revertatur, causam esse oportet externam, quæ acum in ipsum situm impellat, in eoque contineat. Tametsi autem Illustrissima Academia Scientiarum hoc tempore non causam hujus phænomeni, sed tantum idoneam id ipsum observandi penitusque cognoscendi methodum postulet, tamen sine ullâ cognitione causæ nihil certi in hoc negotio præstari posse videtur. Ignoratâ enim prorsus causâ hujus directionis, impedimenta, quæ observationi turbare valeant, nullo modo cognosci, multò verò minus evitari poterunt. Neque vero ad hoc institutum necesse est, ut vera hujus proprietatis Magneticæ causa perspiciat, quam discussionem mihi in sequentem annum reservo; sed sufficiet causam qualemcumque, dummodo isti soli phænomeno producendo par sit in animo fingere, ut habeamus, quorsum nostras ideas dirigamus, undeque subsidia ad impedimenta superanda petamus. Interim tamen non vereor, ne tali causa generali singenda nimis longè à veritate recessero.

¶ S. 5. Omnia igitur statuo cunctas Magnetis proprietates à materiâ quâdam subtili proficiisci, quæ motu suo tam attractionis, quam directionis phænomena producat. Hæc itaque materia subtilis undique dispersa in quovis loco certam ad determinatam tenebit directionem, secundum quam moveatur. Materia porro isthac in nulla alia corpora præter Magnetem & ferrum virtute Magneticâ imbutum agit:

DE OBSERVATIONE

dum autem in Magnetem pluribus modis agit, hic eum tantum effectum considerasse sufficiet, quo cum ipse Magnes, tum præcipue acus Magnetica, secundum eam ipsam directionem disponuntur, in quam materia illa subtilis moveretur; hocque tam pertinaciter, ut eadem acus cuspis perpetuo ad eandem plagam dirigatur, neque ambæ extremitates utcunque similes inter se commutari queant. Tum vero ita comparata est hæc materia subtilis, ut nisi corpus aliud Magneticum in vicinia acus reperiatur, nullum alium effectum in acum exerat præter directionem secundum motum suum; hincque acus, et si virtute Magneticâ imbuta, cessat esse in æquilibrio, in quo ante quiescebat, tamen prorsus non sit gravior, sed idem quod ante pondus retinet. Denique acus, si semel fuerit directionem materiæ subtilis naœta, non solùm in ea persistit, sed etiam si inde declinetur, in eundem situm se convertit. Generalia hæc sunt phænomena potius quam conclusiones ex causâ derivatae; ex quo eò minus erit metuendum, ne hæc fecutus in errores delabar.

§. 6. Quando igitur directionem acus Magneticæ explorare volumus, nihil aliud conamur, nisi ut directio motus, quod materia subtilis Magneticæ circumfertur, in dato loco accuratè definiatur. Atque vicissim si directio acus Magneticæ, omni adhibitâ circumspetione post exponendâ, observetur, eo ipso innoteſct direcțio cursus, quem Magneticæ materia tenet eo tempore eoque in loco. Observationes enim adhuc institutæ luculenter evincunt cursum materiæ Magneticæ, cui phænomena Magnetis tribuimus, non solùm in diversis locis esse diversum, sed etiam in eodem loco labente tempore sensibiliter immutari. Ceterum satis notum est plures acus Magneticas eodem loco eodemque tempore admodum diversas positiones recipere, præcipue si inclinatio spectetur; quæ diversitas certè vitium in acubus potius arguit, quam inconstantiam tantam in motu materiæ subtilis. Quamobrem si inclinatio Magnetis investigatur, non quantum data acus inclinet quæritur, quod

INCLINATIONIS MAGNETICÆ. 69.

effet facillimum, sed in hoc quæstionis cardo versatur, ut ea inclinatio definiatur quam habitura effet acus omni vitio carens; vel quod eodem redit, ut modus acus Magneticas omni vitio carentes fabricandi indicetur. Atque in hunc sensum quæstionem ab Illustrissima Academia propositam interpretandam esse arbitror.

§. 7. Habebit ergò materia ista subtilis Magnetica in dato loco datoque tempore certam ac determinatam motus sui directionem, quæ quomodo per observationes explorari debeat, hic me ostendere debere intelligo, si quidem quæstioni ab Academiâ Regiâ propositæ satisfacere velim. Quæcunque autem sit ista directio, primum videntum est quo pacto ea, quibusque mensuris modo intelligibili describi queat, ut quisque ex descriptione distinctam sibi ideam ejus directionis formare possit. Commodissimè verò hoc more solito fieri posse videtur, dum primum superficiem planam constantem, horizontem scilicet, assumimus, atque inclinationem ejus directionis ad hoc planum assignamus, quæ mensuratur angulo, quem ista directio in plano verticali sumta cum horizonte constituit; iste ergò angulus erit illa ipsa Magnetis inclinatio, quæ queritur. Deinde cognitâ inclinatione, positio plani verticalis per directionem describendam transiuntis super horizonte debet designari; in quo negotio, cum horizonte soleat secundum plagas mundi cardinales dividi, nulla enim inest difficultas. Præcipua autem horizontis divisio fit per Lineam Meridianam, & angulus, quo ille circulus verticalis ab hac linea distat, vocatur declinatio Magnetis. Cognitis ergò cum declinatione tūm inclinatione acūs Magneticæ omni numero absoluta, directio cursus materiae Magneticæ innoteſcat.

§. 8. Quoniam vitia, quibus acus Magneticæ sunt obnoxiae, inclinationem potissimum turbant, declinationem vero non admodum afficiunt, multò difficilior quoque est observari inclinatio, quam declinatio. Proficiuntur autem hæc incommoda præcipue ab acūs gravitate naturali, quæ

75 DE OBSERVATIONE

utī declinationem minimè turbat, eò quòd ejus directio ad horizontem est perpendicularis, ita tota impenditur ad inclinationem alterandam. Quamobrem maxima cura in hoc collocari debet, ut effectus à gravitate oriundi in observatione inclinationis Magneticæ omnino destruantur atque exuantur. Perspicuum autem est omnem operam quæ ad hæc impedimenta evitanda impendet, fore irritam, nisi priùs quantum & quot modis gravitas inclinationem Magnetis naturalem perturbare valeat, distinctè cognoverimus. In hac disquisitione plures occurrent quæstiones cùm in se spectatæ utiles & notatu dignæ, tūm verò perturbations à gravitatè ortas ita clārè demonstrantes, ut deinceps multò faciliùs sit futurum, acum Magneticam ita adstruere, & ad usum accommodare, ut situ suo veram materiæ subtilis Magneticæ directionem exhibeat.

Fig. I. §. 9. Si gravitas omnino abesset, seu acus in fluido ejusdem secum gravitatis specificæ volitaret, tūm dubium est nullum, quin acus statim sese in situm cum directione materiæ Magneticæ congruentem sit compositura; quam directionem acūs hoc modo effici conficiamus. Sit linea *ba* directio motūs materiæ Magneticæ; acūs autem versetur in situ *ACB*, ita ut à directione Magneticâ aberret angulo *ACa*, seu *BCb*. Ejusmodi igitur acūm sollicitans statui debet, à quâ centrum gravitatis acūs *C*, non de loco suo moveatur. Statui igitur oportet acūm in duobus punctis *A* & *B* à centro gravitatis *C* æquè remotis, à viribus æqualibus sollicitari in directionibus oppositis *AP*, *BQ*, quas ad acūs longitudinem normales assūmo, quoniam ab iis eatenùs tantum in acū motus generari potest, quatenùs sunt ad ipsam normales. Ab his igitur duabus viribus acūs circa centrum gravitatis *C* immotum convertetur, ac versùs situm *ab* redigetur. Quoniam autem, cùm acūs fuerit in situm *ab* adducta, vires penitus cessare debent, necesse est ut quantitas harum virium ab angulo *ACa* ita pendeat, ut evanescente angulo ipse vires evanescant. Apparebit autem phænoménis satis propè satisfieri, si iste vires sinibus

INCLINATIONIS MAGNETICÆ.

anguli $A.C.a$ proportionales statuantur, tum enim primum oscillationes minimæ, quas acus circa situm quietis $a.b$ peraget, erunt isochronæ & deinde acus in eundem situm $a.b$ redigetur, etiam si angulus $A.C.a$ major fuerit recto; quas conditiones experientia postulat.

Q. 10. Ex hac hypothesi virium Magneticarum definiri poterit motus quo acus ex quolibet situ in situm naturalem $a.b$ pervenit, atque successive acceleratur. Gravitate igitur adhuc depositâ, sit semissis longitudinis acus $A.C.B.C = a$; massa autem totius acus sit $= M$, quam per totam longitudinem aquiliter distributum assumo. Pervenerit jam acus ex situ obliquo quounque in situm ACB , quem figura exhibet; ac ponatur angulus $A.C.a = z$, ejusque sinus $= x$, sive toto positio $= x$, ita ut sit $dz = \frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)}}$.

Nunc autem habeant extremitates A & B tantam circa C celeritatem quæ debeatur altitudini v . Sint jam vires AP , & BQ , quibus acus sollicitatur $= p.x$, ita ut p illa vis, qua utraque acus extremitas urgetur, cum acus directioni $a.b$ normaliter insitit. His positis, erit $d.v = \frac{-6px}{M} \cdot a.dz = \frac{-6p}{M} \cdot \frac{4px dx}{\sqrt{(1-x^2)}} \therefore$ hincque integrando, $v = \frac{6ap}{M} (C + \sqrt{(1-x^2)})$. Incepit acus in motu, cum esset ad b inclinata angulo, cuius cosinus $= n$; sitque anguli $A.C.a$ cosinus $= \sqrt{(1-x^2)} = y$, erit $v = \frac{6ap}{M} (y-n)$. Quando ergo acus in situm $a.b$ appellat, celeritas ejus in extremitatibus debita erit altitudini $v = \frac{6ap}{M} (1-n)$; ipsa ergo haec celeritas erit ut sinus dimidii anguli, quem acus descripsit.

Q. 11. Quod si jam gravitas insuper accedat, quoniam per eam corpora sibi relata nunquam ad quietem pervenire possunt, sed perpetuo descendunt, necesse est ut per suspensionem corpora retineantur, ne nunquam moveri desinant. Quò igitur acus Magneticus gravis tandem acquiescat, necesse est ut ea suspendatur, vel fulcro imponatur;

hocque modo semper dabitur situs in quo acus quiescet: ad quem definiendum trium rerum rationem haberi oportebit; primò scilicet gravitatis naturalis, quā acus ad motum cietur, deinde vis illius Magneticæ acum sollicitantis, ac tertio ipsa suspensionis ratio erit habenda. Cùm autem suspensio innumerabilibus modis pro arbitratu nostro possit variari, dum binæ illæ vires non sunt in nostra potestate positæ, à suspensione potissimum situs, in quā acus æquilibratur, pendebit. Suspensio nimurum efficiet, ut situs acūs æquilibrii modo magis, modo minus à situ, quem materia subtilis Magneticæ ipsi inducere annitur, differentiat: hincque sit ut diversæ acus inclinatoriæ tantopere à se invicem discrepent. Quamobrem cùm acus Magneticæ ita instructa requiratur, ut ejus situs æquilibrii prorsus non differat à directione materiæ Magneticæ, ejusmodi suspensionem investigari oportebit in quā gravitas effectum vis Magneticæ nullo modo perturbet.

Fig. II. S. 12. Sit primū acus omnis virtutis Magneticæ expers; eaque more solito ita suspendatur, ut ejus centro gravitatis existente in *C*, ea mobilis reddatur circa punctum fixum *O* supra centrum gravitatis *C* positum. Hic igitur manifestum est, si intervallum *OC* fuerit normale ad longitudinem acūs *AB*; tum acum in situ horizontali non solum esse quieturam, sed etiam inde deturbatam eodem sponte esse recepturam: si autem intervallum *OC* evanescat, tum acum ad omnes omnino situs fore indifferentem. Imposita sit acus, ut fieri solet, cuspidi immobili *DO*, ut super ea liberè in gyrum agi, quasi circa axem verticalem queat; atque gravitas hunc motum horizontalem prorsus non afficiet, illum nec impediendo nec adjuvando. Quamobrem si ad gravitatem accedat virtus Magneticæ quæ conabitur acum, cùm in eum circulum verticalem, in quo directio Magneticæ versatur, motu horizontali perdere, tum verò acum directioni Magneticæ convenienter ad horizontem inclinare, perspicuum est priorem effectum à gravitate nullo modo turbatum iri. Ideoque acus motu

motu horizontali in eum circulum verticalem, in quo movetur materia Magnetica, adducetur; hocque pacto veram Magnetis declinationem monstrabit gravitate non obstante.

s. 13. Longè aliter autem inclinationis ratio est comparata, quippe quæ ab acùs gravitate exposito modo suspensa plurimum afficitur atque alteratur. Quod ut clarius appareat, ponamus acum horizontali motu jam in eum circumflexum verticalem esse perductam, quem declinatio requirit, sitque $a b$ directio materiae Magneticae, in quam acus se reciperebat, si nihil obstat. Cum igitur acus utrinque ad hanc positionem $a b$ sollicitetur, à gravitate autem in situ horizontali contineatur, revera aliquantum inclinabitur, situmque quempiam medium inter horizontalem, quem gravitas postulat, & situm $a b$ quem materia Magnetica desiderat, eligit. Sit $A B$ iste acùs situs, quem utrâque vis sollicitata occupabit, ejus centrum gravitatis in mediâ longitudine possum, ac ponatur $A C = B C = a$. Porro sit distantia poli O circa quem acus est mobilis, à centro gravitatis C , nempe intervallum $O C = c$, quod uti assumimus ad longitudinem $A B$ sit normale. Ex C ducatur recta verticalis $C M$, quæ simul pondus acùs, quod sit $= M$, exprimat; ac ponatur angulus $b C M = z$ quem directio Magnetica $a b$ cum verticali constituit: cuius anguli sit sinus $= m$, & cosinus $= n$, existente sinu toto $= 1$. Hanc autem directionem $a b$, unâ cum acùs structurâ hic tanquam res cognitas assumo.

s. 14. Ex his definiri poterit situs æquilibrii $A B$, in quo acus acquiescat: hunc in finem ponatur angulus $A C a = z$, ejus sinus $= x$, & cosinus $= y$. Vis igitur quâ acus in utraque extremitate A & B , normaliter ad sui longitudinem situm $a b$ versùs urgebitur, erit $= p x$, denotante p vim illam, quâ acus, si ad $a b$ normaliter est posita, sollicitatur. In æquilibrio ergò nunc esse debent haec duæ vires $A a$, $B b$, quarum utraque est $= p x$, cum vi gravitatis $C M = M$: quoniam $C O = c$, normalis est ad $A B$, ideoque parallela

Prix. 1743.

K

Fig. III.

DE OBSERVATIONE

directionibus virium p_x , erit uniuscujusque momentum
 $= p_{ax}$, & utriusque momentum junctum $= 2p_{ax}$, quia
 utrumque ad acum in eandem plagam gyrandam tendit.
 Huic itaque momento æquale esse debet momentum à vi
 $C M = M$ ortum respectu poli O , quod est $= M.C O$,
 sin. $M C O = M.C O \cdot \cos. M C B$. At est $C O = c$, & cos.
 $M C B = \cos. M C b \cdot \cos. B C b - \sin. M C b \cdot \sin. B C b = n y$
 $- m x$: unde momentum à gravitate ortum erit $= M c$
 $(n y - m x)$, quod æquale est momento $2p_{ax}$. Habebi-
 tur ergo ista æquatio $2p_{ax} = M n c y - M m c x$, quæ
 dat $\frac{x}{y} = \frac{M m c}{M m c + 2p_a}$, qui valor exprimet tangentem anguli
 quæsiti $A C a$, seu $B C b$. Ad hunc ergo angulum acus in
 circulo verticali, per directionem Magneticam transente
 inclinabitur, si mobilis fuerit circa axem horizontalem per
 punctum O transente, & ad circulum illum verticalem
 normalem.

S. 15. In hac disquisitione assumsi punctum O circa
 quod acus est mobilis ita esse situm, ut ejus distantia $O C$,
 ad longitudinem acus esset normalis. Quo autem iste cal-
 culus latius pateat, ponam hoc intervallum $O C$ unicunque
 esse ad longitudinem AB inclinatum. Manente ergo dis-
 tancia $O C = c$, sit anguli $A C O$ sinus $= \mu$, cosinus $= v$, &
 ex O in AC demissum perpendicularum $O c$ erit $= \mu c$, &
 spatium $C c = v c$. Sit ut antè $A C = B C = a$; pondus acus
 $C M = M$, anguli $M C b$ sinus $= m$ cosinus $= n$: angulis
 vero quæsiti $B C b$ sinus sit $= x$, & cosinus $= y$. Jam cum
 acus in A & B sollicitetur vi $= p_x$; erit momentum vis
 in A applicata $= p_x(a - v c)$, & vis in B applicata mo-
 mentum $= p_x(a + v c)$, ita ut summa horum momen-
 tum sit ut antè $= 2p_{ax}$. Deinde vero quia est angulus
 $M C O = M C b + B C b + B C O = M C b + B C b +$
 $C O c + recto$, erit sinus $M C O = \cos. (M C b + B C b +$
 $C O c) = (\mu n - v m) y - (\mu m + v n) x$; unde momen-
 tum ponderis est $M c(\mu n - v m) y - M c(\mu m + v n) x$,
 quod æquale esse debet momento virium Magneticarum

FIG. IV.

INCLINATIONIS MAGNETICÆ.

75

contrà nitenti à p ax. Hinc reperietur anguli quæsiti $A Ca$,
seu $B C b$ tangens $\frac{x}{y} = \frac{M \cdot c (\mu n - v m)}{M \cdot c (\mu m + v n) + z p a}$. Hæc formula
latissimè patet, ac præcedentem in se complectitur, si po-
natur $\mu = 1$, & $v = 0$, quo casu quippe fit angulus ACO
rectus.

§. 16. Hinc patet duobus casibus fieri posse ut angulus
 $B C b$ evanescat, atque acus se sit in ipsam materiæ Magne-
ticæ directionem ab componat, quorum primus est, si fuerit
distantia $O C = c = 0$; hoc est si acus ex ipso sui centro
gravitatis C suspendatur. Alter casus locum habet, si fuerit
 $\mu n - v m = 0$; at $\mu n - v m$ exprimit cosinum summæ an-
gulorum $MCb + COc$. Quòd si ergo summa horum duo-
rum angulorum faciat angulum rectum, quod evenit, si fiat
angulus MCb = angulo ACO , tum acus in æquilibrio
constituta ipsam directionem Magneticam ab indicabit,
sicutque hoc statu recta CO verticalis. Si igitur cognita esset
directio Magneticæ ab , facile ejusmodi acus confici posset
qua suspensa cum ipsâ directione Magneticâ congrueret,
etiamsi axis suspensionis O non per centrum gravitatis C
transeat, dummodo punctum O ita accipiatur, ut angulus
 ACO æqualis fiat angulo MCb quem directio Magneticæ
cum recta verticali CM facit. Hocque èo facilius præstari
posset, etiamsi locus centri gravitatis C non accuratissimè
constet, quod intervallum OC pro libitu assumi potest;
hoc scilicet eosque augeri poterit, ut error à situ centri
gravitatis non exactissimè cognito oriundus prorsùs fiat in-
fensibilis.

§. 17. Ex hoc autem modo inclinationem Magneticam
explorandi parum commodè nanciscimus, cum ante actis
parationem ipsam directionem Magneticam nosse opor-
teat. Interim tamen videatur pluribus tentaminibus succe-
sive instituendis vera inclinatio Magnetis cognosci posse
per angulum ACO , tum enim si angulus ACO æqualis
sit angulo quæsito MCb , linea OC in æquilibrio fiat ver-
ticalis, in quem situm pervenire nequit, nisi illi anguli inter-

Kij

se sint æquales; per plura tentamina tandem ille angulus ACO indagari poterit, qui rectæ CO situm verticalem conciliet. Quæ quamvis esse possit via in se certa, tamen ad usum practicum nimis foret crastia, atque veram directionem Magneticam vix proprius indicaret, quām per acus solitas fieri solet. Ponamus enim angulum MCb prope jam innotuisse, atque angulum ACO tantum statui ut expressio $\mu n - m$ fiat exigua satis, sive nihilo major, siye minor: priori casu habebit $\frac{x}{y}$ valorem affirmativum, posteriori negativum quoque haud magnum: unde sinus anguli $ACa=x$ erit admodum parvus. Hoc casu utique linea OC cum verticali CM non erit in directum posita, sed angulum cum ea constituet, cuius sinus erit $= \frac{2pax}{Mc}$: hic autem angulus ob fractionem $\frac{2p}{M}$ quām minimam uti poslea videbimus, tam erit exiguus, ut planè non possit esse perceptibilis. Neque vero intervallum c præ a tantopere diminuere licebit, ut illa diminutio resarciatur. Hoc ergo pacto fit, ut directionem Magneticam propemodum quidem, at omnino non exactè cognoscere valeamus.

§. 18. Interim tamen hanc viam directionem Magneticam explorandi non prorsùs rejiciendam esse arbitror, cùm iis difficultatibus non sit obnoxia, quibus altera suspensio ném è centro gravitatis postulans, urgetur; tametsi equidem eam nondum ad hunc perfectionis gradum perduxerim, ut ad usum practicum transferre audeam. At venient fortasse tempora, quibus hinc multò maiores fructus percipere licebit, cùm scilicet omni accuratione etiam minimi anguli discerni & mensurari poterunt. Cognito enim angulo ACO , suspendatur acus in meridiano Magneticō ex axe horizontali O , & in statu æquilibrii dispiciatur, utrum recta OC in N producta à verticali CM Boream B an Austrum A versùs declinet? nam si declinatio hæc ad Austrum vergat, indicio erit angulum MCb minorem esse angulo ACO ; contrà vero, si OC producta Boream B

INCLINATIONIS MAGNETICÆ.

77

versus declinet à verticali CM , constabit angulum ACO minorem esse angulo MCh . Priori casu inclinatio ab acu monstrata nimis erit parva, posteriore vero nimis magna. Atque hoc modo si angulorum minimorum concedatur dimensio, post aliquot tentamina angulum ACO ita formare licebit, ut rectæ CN situm verticalem, ipsique acui directionem Magneticam veram conciliet. Verumtamen ob gravia obstructa, quæ nondum è medio tollere possum, hanc methodum tantum mihi indicasse sufficit, campumque aperuisse aliis majori curâ colendum.

§. 19. Revertor igitur ad casum alterum, quo possum acūs cum directione Magneticā congruit: neque ista convenientia à gravitate naturali perturbatur, uti fit in reliquis suspensionis casibus omnibus. Præstat autem iste alter casus præ modo memorato hoc potissimum, quod acūs præparatio cognitionem inclinationis Magneticæ in antecessum non requirat; sed quantacunque fuerit inclinatio, acūs structura eadem maneat: ex quo hoc nascitur cōmodum maximi momenti, ut ope acūs ad hunc modum præparatae in omni loco omnique tempore inclinatio eādem operā possit explorari. Quam ob causam hunc modum præcedenti tantopere anteferendum esse censeo, ut omne fluidum ad eum solum excolendum sim adhibiturus. Requiritur ergo hoc maximè, ut acūs, ex ipso sui centro gravitatis quam accuratissimè suspendatur, neque in hoc vel minimus error committatur. Quod opus cùm sit difficillimum, tum eò magis erit elaborandum, ut omnia impedimenta cognoscamus, iisque feliciter occurramus. Cognito autem centro gravitatis, acūs ita axe perfectissimè tornato erit transfigenda, ut centrum gravitatis in medium axem incidat, ipseque axis simul ad longitudinem acūs sit exactissimè normalis. Neque enim in inclinatione indaganda acūs stylō imponi potest, ut fieri solet, quando declinatio observatur; sed acūm circa axem mobilem efficere oportet, quod liberiùs ad quemvis angulum inclinari queat.

§. 20. Ex formulis suprà ope calculi erutis satis luculenter

K. ij

perspicitur, quanta aberratio inclinationis acūs à verā directione Magneticā nascatur, si centrum axis, seu punctum suspensionis O , non in centrum gravitatis C incidat. Imprimis autem notandum est errorem quam minimum in suspensione commissum perquam notabilem aberrationem in acūs inclinationem importare; eò quod vis Magneticā p praepondere acūs M ferè evanescit. Idem igitur hoc clarius apparebit, si quantitatem absolutam vis Magneticā p per experimenta determinavero, quod sequenti modo satis commodè fieri poterit. Ponamus igitur acum AB , ex ipso gravitatis centro C esse suspensam, ejusque axem normalem esse ad meridianum Magneticum, in quo $a b$ sit vera directione Magneticā, quæ cum directione verticali CM faciat angulum MCb , cuius sinus sit = m , cosinus = n . Acus igitur hæc sine mora sese in situm $a b$ recipiet. Poterit autem extremitati A ejusmodi pondusculum imponi, quo acus in situ horizontali AB conservetur. Sit hoc pondusculum per experientiam exploratum = q ; & cum vis Magneticā momentum hoc casu sit = $2pn a$, posito $AC = BC = a$, erit $qa = 2pn a$, ideoque $p = \frac{q}{2n}$.

FIG. V.

§. 21. Ex cognito ergo tum angulo inclinationis Magneticā BCb , tum pondusculo caudæ A imponendo q , ut acus in situ horizontali persistat, statim reperitur vis Magneticā absoluta p pro data acu. Muschenbroeckius autem observavit acui, 4 ped. longæ & ponderis 6105 granorum, quæ inclinationem habebat 67° , ita ut angulus bCM sit 23° in cauda A imponi debuisse pondusculum $1\frac{1}{2}$ granorum, quo acus in situ horizontali perseveraret. Fiet ergo ob $q = 1\frac{1}{2}$ gran. & $n = \cos. 23^\circ = \sin. 67^\circ$, vis Magneticā $p = \frac{81}{100}$ gran. quæ vis respectu gravitatis acūs 6105 gran. est ferè imperceptibilis. Assumto hoc pro p valore, si ponamus eandem acum 4 pedum vitio tantillo laborare, ut centrum axis O distet à centro gravitatis C intervallo $OC = c$, lineamque OC ad acum Austrum versus A inclinatam esse angulo OCA cuius sinus = $“$, cosinus = $”$, veræque Magneticæ

FIG. IV.

INCLINATIONIS MAGNETICÆ. 79

inclinatio*nis MCb* sinum esse = m , cosinum = n ; his positis,
 erit tangens anguli aberratio*nis BCb* = $\frac{6105c(\mu n - v m)}{6105c(\mu m + v n) + 3259}$,
 uno pede per 1000 scrupula expresso. Sit angulus ACD
 rectus, & verus angulus MCb sumatur 23° , prodibit tan-
 gens anguli BCb = $\frac{5620c}{2385c + 3259}$: unde apparet si error OC
 unicam tantum partem millesimam pedis adæquet, ut sit
 $c = 1$, angulum BCb fore 45° ; &, si OC decies sit mi-
 nus, errorem tamen in angulo BCb ascendere ad 9° . Qui-
 bus perpensis, non amplius mirari debemus sumnum dis-
 sensum, qui in observationibus circa inclinationem acūs
 Magneticæ institutis, deprehenditur.

§. 22. Ex his simul intelligitur, quām difficile sit acūm Magneticam præparare, quæ veram materiæ Magneticæ directionem ostendat, cùm minimus error ē non accuratâ centri gravitatis cum puncto suspensionis congruentâ ortus satis ingentem declinationem positionis acūs à directio*n*e Magneticâ pariat. Hoc certè Muschenbroeckius cùm in instrumentis conficiendis, tum in experimentis instituendis solertiſſimus, ſufficienter eſt experius. Tanto enim stu-
 dio tres acūs inclinatorias diversæ longitudinis elaboravit, ut neget unquam tantam diligentiam in hoc negetio fuifſe adhibitam; interim tamen conſitetur has acūs magnopere à ſe invicem diſcrepasse, dum enim longiſſima 4 pedum inclinatio*nem* monſtrarer 67° ; altera $3\frac{1}{2}$ pedes longa ad angulum 72° inclinabatur; teria verò bipedalis tantum ad 60° iſtra horizontem deprimebatur; etiamſi omnes hæ acūs eidem Magneti eſſent affictæ. Quanquam autem iſte Auctor arbitratu*r* hanc differentiam à longitudinis diversitate proficiſci; tamen hoc minimè probat, dum ne duas quidem acūs æquè longas & æqualiter inclinantes exhibere potest. Quin potius veram hujus diſſenſū cauſam ex allatiſ clarissime perſpici autumo; indeque recte mihi quidem concludere videor, eo modo, quem Muschenbroeckius proponit, majorem conſenſum in variis acubus ſive ejusdem five diversæ longitudinis ne expectari quidem poſſe, niſi

fortè in duabus acubus casu errores se invicem adæquent.

§. 23. Quoniam hic quantitatem virtutis Magneticæ, quâ datâ acus dirigitur, ex eo experimento definire licuit, quo pondusculum caudæ in nostris quidem regionibus imponendum fuit observatum, quod acum in situ horizontali continere valeat, optarim, ut simili modo ponduscula caudæ imponenda fuissent observata, quæ acum in quovis alio situ continere valerent. Per hujusmodi enim experimenta simul hypothesis, quâ assumti vim directricem acūs Magneticæ esse in ratione sinuum angulorum, quibus situs acūs à situ intento distet, explorari, hocque vel confirmari posset vel refutari. Talia autem experimenta cùm nusquam inveni, tūm ipse instituere non suffineo. Cùm enim ad hoc acus inclinatoria requiratur omnibus numeris absoluta, quæ sibi relicta sine ullâ aberratione in directione materiae acquiescat; quali accuratissimus Muschenbroeckius omni adhibitâ industriâ vix ac ne vix quidem est potitus; fateor me ad tale negotium suscipiendum minimè esse paratum. Quamvis enim modo pòst explicando acum accuratissimam fabricari posse planè confidam, tamen, cùm ipse non sim artifex, tūm ejusmodi artifices experti, quales hoc opus requirit, non sunt in potestate. Neque verò sive hæc hypothesis vera sit, sive falsa, multùm intereat; cùm fabrica acūs Magneticæ pòst tradenda ab hac hypothesis minimè pendeat, sed per eam tantùm non parùm illustretur, ac obſtacula clariùs ob oculos ponantur.

§. 24. At verò video aliam insuper patere viam istam hypothesis examinandi, per quam non solùm pro datâ acūs à situ naturali deviatione vis directrix definiri, sed etiam pro infinitis aliis intermediis simul cognosci queat. Hoc scilicet efficietur, si ad examen revocentur oscillationes, quas acus inclinatoria, si è situ naturali remoyeatur, eundo ac redeundo instar penduli absolvit, donec tandem omni motu consumpto in situ naturali directionis Magneticæ acquiescat. Hujusmodi autem experimenta plurima recensentur in citatâ Muschenbroeckii dissertatione de Magnete,

quæ

quæ idcirco commodè ad hunc usum transferri possunt. Cùm enim ex duratione oscillationum non solum vis illas producens, sed etiam quemadmodùm ea in quavis elongatione à situ quietis sit comparata, colligi queat, ex ejusmodi experimentis ingens accedet subsidium ad naturam virtutis Magneticæ propriùs cognoscendam. Primum igitur investigabo, cujusmodi oscillationes vi hypotheseos meæ in quilibet acu inclinatoriâ oriiri debeant; ac deinceps motum oscillatorium observatum cum isthoc hypothetico comparabo, ut appareat, quantum experientia ab hypothesi abhorreat. Præterea verò vires ex oscillationibus conclusæ examinari poterunt, quantum cum vi antè definita consentiant; sicque hypothesis ad veritatem propriùs adduci poterit.

§. 25. Sit igitur AB acus inclinatoria summo studio elaborata, quæ ex centro gravitatis C suspensa in plano verticali secundùm directionem Magneticam constituto liberimè circumagi queat. Quiescat primùm acus in situ ab qui cum directione Magneticâ perfectè congruat, tum verò ex hoc situ declinetur ad angulum α , cujus sinus ponatur $= m$, ex quo, cùm in A & B urgeatur viribus ad sui longitudinem normalibus, & æqualibus inter se, & sinui anguli α proportionalibus, mox versùs situm ab recedet, & pluribus instar penduli oscillationibus peractis tandem in ipso situ ab acquiescat. Durante hoc motu pervenerit in situm AB , qui à situ quietis ab distet angulo $ACa = z$, cujus sinus sit $= x$, in quo motum habeat ab versùs tantum ut extremitatum A & B celeritas debita sit altitudini v . Ponatur porrò ut antè, semissis longitudinis $AC = BC = a$; massâ acûs per totam longitudinem AB æqualiter distributâ $= M$, ita ut ejus momentum respectu axis C sit $= \frac{Ma\alpha}{3}$: & vis acum jam in utroque termino sollicitans ex hypothesi erit $= px$. Promoveatur acus per arcum infinitè parvum $- dz = \frac{-dx}{\sqrt{1-xx}}$, eritque acceleratio interea nata $d.v$

Prin. 1743.

L

$= \frac{2pax}{\frac{1}{2}Ma^2} \cdot \frac{-aadx}{\sqrt{1-xx}} = \frac{-6pa}{M} \cdot \frac{xdx}{\sqrt{1-xx}}$, cujus integrale debito modo ex motu initio temperatum erit $v = \frac{6pa}{M} (\sqrt{1-xx} - \sqrt{1-mm})$, unde in quovis actu situ ejus celeritas cognoscitur. Durarent quidem hæ oscillationes in æternum, nisi cum aëris resistentia, tum frictio eas continuò diminuerent, ac tandem prorsùs extinguerent.

§. 26. Angulus ergo α absolvetur tempore, cujus elementum est $= \frac{dx \sqrt{Ma}}{\sqrt{6p(\sqrt{1-xx} - \sqrt{1-mm})(1-xx)}}$; cujus integrale si ita capiatur, ut evanescat posito $x=0$, tum verò ponatur $x=m$, dabit tempus semissis oscillationis; quod utique pendebit à quantitate arcus descripti α . Veruntamen oscillationes minimæ erunt isochronæ: quæ quantæ sint futuræ ut appareat, ponamus arcum α valde esse parvum, ut sinus $m & x$ præ sinu toto i quasi evanescant, eritque $\sqrt{1-xx} = 1 - \frac{xx}{2}$; $\sqrt{1-mm} = 1 - \frac{mm}{2}$ & $\frac{1}{\sqrt{1-xx}} = 1 + \frac{xx}{2}$. Hinc fiet $\sqrt{1-xx} - \sqrt{1-mm} = \frac{mm-xx}{2} + \frac{m^4-x^4}{8}$ & $\frac{1}{\sqrt{(1-xx)-(1-mm)}} = \sqrt{\frac{mm-xx}{2}} - \frac{(mm+xx)}{8\sqrt{mm-xx}}$. Ex quibus elementum temporis erit $= \frac{\sqrt{Ma}}{\sqrt{3p}}$.

$\left(\frac{dz}{\sqrt{mm-xx}} + \frac{(3xx-mm)dx}{8\sqrt{mm-xx}} \right)$, quæ formulæ cum à quadraturâ circuli pendeant, ponatur ratio diametri ad peripheriam $= 1:\pi$, eritque si post integrationem ponatur $x=m$, integrale $\int \frac{dz}{\sqrt{mm-xx}} = \frac{\pi}{2}$ & $\int \frac{xxdx}{\sqrt{mm-xx}} = \frac{mm\pi}{4}$, quibus valoribus substitutis fiet tempus dimidiæ oscillationis $= \frac{\pi}{2} \left(1 + \frac{mm}{16} \right) \sqrt{\frac{Ma}{3p}}$: tempusque integræ oscillationis erit $= \pi \left(1 + \frac{mm}{16} \right) \sqrt{\frac{Ma}{3p}}$: &, si arcus α

evanescat tempus oscillationis minimæ prodit $= \pi \sqrt{\frac{M a}{3p}}$.

§. 27. Si simili modo computentur penduli simplicis à sola gravitate animati cujus longitudo $= f$, oscillationes, reperietur tempus unius oscillationis $= \pi \sqrt{2f}$. Quamobrem si f sumatur pro longitudine penduli simplicis isochroni cum acu inclinatoriâ, habebitur $\pi \sqrt{2f} = \pi \left(1 + \frac{mm}{16}\right) \sqrt{\frac{Ma}{3p}}$, hincque $f = \frac{Ma}{6p} \left(1 + \frac{mm}{8}\right)$.

Observato autem motu ejusmodi acūs inclinatoriæ suspensæ, ex theoriâ pendulorum innoscet longitudo penduli simplicis isochroni f : & cum præterea dentur pondus acūs M , ejus longitudo $= 2a$, & sinus anguli in dimidia oscillatione percursi m , reperietur ex æquatione inventa vis Magnetica directrix absoluta p : erit scilicet $p = \frac{Ma}{6f} \left(1 + \frac{1}{8}mm\right)$, ita ut valor ipsius p reperiatur in pondere cognito expressus, quæ est perfectissima virium cognoscendarum ratio. Ex his ergò primùm patet tempora oscillationum majora fore, quò sint arcus percursi majores: id quod cum experientiâ egregiè consenit: acus enim ad quinque gradus à situ naturali deducta ut primâ oscillatione arcum 10° absolveret, primam oscillationem tempore $22''$, ultimam verò simulque minimam tempore $16''$ absolvit. Hæc ratio autem inter 22 & 16 multò major est, quàm ex formula esse debet: unde concludi oportet vires sollicitantes in minore quàm sinuum angulorum ratione crescere, et si resistentia aëris non parum ad oscillationes majores retardandas conferat.

§. 28. Quòd si autem tempus absolutum unius oscillationis contemplemur, arcu oscillatione percurso jam factō minimo, ut ejus sinus m neglegi queat, erit $p = \frac{Ma}{6f}$. Muschenbroeckius autem observavit acūs quadrupedalis cuius pondus erat 6105 granorum, oscillationes minimas perfectas esse $16''$ Hinc erit $M = 6105$ gran. $a = 2$ ped. vel $a = 2000$ scrup. Cùm ergò longitudo penduli simplicis

singulis minutis secundis oscillantis sit 3266 ejusmodi scrup-
erit / seu longitudo penduli denis senis secundis oscillantis
 $= 83.6096$ scrup. ex quibus valoribus substitutis reperietur
virtus Magnetica absoluta $p = 2\frac{2}{5}$ gran. qui valor triplo ma-
jor est illo valore $\frac{4}{5}$ gran. quem suprà pro eadem acu in-
venimus (paragrapho 21). Unde manifestò perspicitur
vim Magneticam directricem , si anguli , quibus acus à situ
naturali declinant , fiant majores , in minore quadam ra-
tione quàm in ratione sinuum horum angulorum crescere.
Prætereà oscillationes plurium acuum à Muschenbroeckio
obseratas inter se comparavi atque deprehendi tempora
oscillationum proximè longitudinis acuum rationem sequi ,
ita ut sit $\sqrt{\frac{M \cdot a}{3p}}$ utì a , ideoque perpetuò $\frac{M}{p \cdot a}$ quantitas con-
stantis. Quòd si ergò perpetuò longitudo acùs in partibus
millesimis pedis Anglici exprimatur , erit ferè constanter
 $\frac{M}{p} : a = 127 : 100$ seu proximè erit $p = \frac{100 \cdot M}{127 \cdot a}$, pro oscil-
lationibus quasi infinitè parvis.

§. 29. Sic itaque comparatus erit motus oscillatorius
acùs inclinatoriæ , si axis per centrum gravitatis transiens ,
circa quem acus mobilis existit , fuerit horizontalis simul-
quē ad directionem materiæ Magneticæ normalis. Quoniam
verò per hanc suspensionem effectus gravitatis aufertur om-
nis , perinde ac si planè gravitas non adefet , manifestum
est situm axis horizontalem ad rem nihil prorsùs conferre :
atque motum oscillatorium omnino eundem esse prodi-
tum , utcunque axis acùs ad horizontem fuerit inclinatus ,
dummodò ad directionem materiæ Magneticæ sit norma-
lis : hoc est , dummodò axis acùs collocetur in plano , quod
ad directionem materiæ Magneticæ est normale. Dantur
ergò innumerabiles acum suspendendi modi , qui omnes
oscillationes æque diurnas producunt , & qui , quod præ-
cipue est spectandum , in acu eundem quietis situm efficiunt ;
in his enim omnibus suspensionibus acus in ipsâ direktione
Magneticâ acquiescat. Hoc adeò pacto , si acùs centrum
gravitatis in ipsum axis medium incidat , per infinitas suspen-

stiones diversas, vera directio Magnetica explorari ac definiri poterit: nisi forte directio Magnetica fuerit ad horizontem normalis; tum enim axis acus perpetuo in situ horizontali debet esse sinus, quæ positiones etsi sunt numero infinitæ, tamen si ad usum spectemus, vicem unius tantum suspensionis sustinent.

§. 30. Quando autem axis, circa quem acus mobilis existit, non fuerit normalis ad directionem Magneticam, sed cum ea angulum obliquum constituat, tum in motu suo ne ad hanc quidem directionem pertingere, multò minus in eâ quiescere poterit. Interim tamen circa axem suum mobilis in certo quodam situ acquiescet, diverso quidem à directione Magneticâ, veruntamen ita comparato, ut cum axis acus & cum directione Magneticâ in eodem plano versetur; quippe qui situs inter omnes, quos acus recipere valet, proximè accedit ad eum, quem natura intendit. Sic acus declinatoria, quæ circa axem verticalem est mobilis, in eo tandem circulo verticali quiescet, qui per directionem materiæ Magneticæ transit; sicque veram declinationem Magnetis ostendit. Ex quo intelligitur si axis acus in ipsam directionem Magneticam disponatur, tum acum ad omnes situs recipiendos æquè fore proclivem, neque ullum præ ceteris esse electuram. In reliquis vero casibus, quibus axis acus cum directione Magneticâ angulum obliquum facit, tum non solum unum situm præ reliquis omnibus affectat, sed etiam circa eum oscillationes perager, lentiores quidem, quam si axis ad directionem Magneticam esset normalis, attamen simili modo determinandas. Si enim sinus anguli, quem axis cum directione Magneticâ constituit sit, $= k$, erit pro oscillationibus minimis longitudo penduli simplicis isochroni $= \frac{M^a}{6kp}$: si à diminutione virtutis Magneticæ antè memoratâ mentem abstrahamus.

§. 31. Ex his proprietatibus adipiscimur modum certum ac facilem, acum inclinatoriam propositam quamcumque examinandi, an sit perfecta, veramque inclinationem.

Magneticam ostendat: quo ipso præcipuam partem quæstio-
nis ab Illusterrima Academia Regia propositæ continerit
arbitror. Nisi enim via certa pateat, cujus ope cognosci
queat, utrum proposita acus inclinatoria quæsito perfectè
satisfaciat necne? nescio quomodo acus bona à pravis ac
vitiosis discerni, atque adeò judicari possit, utrum quis
quæstionii satisficerit necne? Nemo enim non dubitat
acum à se fabricatam pro optima venditare, & quantum-
vis ea ab aliis dissentiret, errorem in reliquas omnes con-
jicere. Hanc ob rem celeberrimum Muschenbroeckium
vehementer miror nequidem de modo cogitasse, quo in-
ter tres acus suas inclinatorias tantoperè inter se discrepan-
tes, eam quæ ad veritatem proximè accederet, dignoscere
posset. Maximè autem demiror hunc virum aliàs in judi-
cando tam cautum, ut nihil, nisi quod experientia clarissi-
mè evincat, admittere velit, tamen non dubitasse istam
discrepantiam acuum suarum, inconstantia cuidam ipsius
virtutis Magneticæ, & quasi morositati substantiæ cujuspiam
intelligentis phænomena Magneticæ gubernantis, adscribere;
cùm tamen ipse optimè notasset, quantam curam ad
acum bonam conficiendam adhiberi oporteret, atque ex
minimo vitio in structura commisso ingentes errores enasci
posse.

§.32. Oblatâ igitur acu Magneticâ, plurimis imò innume-
rabilibus modis explorare poterimus, utrum ea veram direc-
tionem Magneticam patefaciat necne? Primò enim cognito
per acum declinatoriam bonam piano verticali, in quo direc-
tio Magneticæ versatur, collocetur axis acûs propositæ in
situ horizontali ad istud planum normali, atque notetur in-
clinatio, in qua acus tandem liberrimè mobilis consistet,
qui situs tantisper pro verâ directione Magneticâ habeatur,
donec contrarium appareat. Deinde ad hanc directionem
planum normale constituantur, & axis acûs pro lubitu se-
cundùm hoc planum disponatur, situsque quietis in quo
acus consistit, diligenter notetur; qui, si congruat cum situ
primùm observato, probabile erit indicium acum esse

bonam, & quia ejusmodi examina innumera insitui possunt, omnium consensu bonitatem acūs omni modo evincet: fin autem inter hæc examina dissensus deprehendatur, dubium erit nullum, quin acus sit repudianda. Præterea verò etiam acūs axis secundūm ipsam directionem Magneticam primum observatam disponatur, ut appareat, an acus nunc ad omnes situs prorsus sit indifferens; nisi hoc enim animadvertisse, certum erit indicium, directionem primum observatam non esse veritati consentaneam.

§. 33. Ad hæc examina inservienda ejusmodi opus erit machinâ idoneâ, cujus ope axis acūs ad omnes situs disponi, acusque liberrimè gyrari queat. Tum verò quoque ejus indolis machinam esse oportet, ut per eam facile cùm situs axis turn positio acūs ipsa dignosci atque determinari possit. Axis igitur pq acūs Magneticæ AB cujus termini p & q in cuspides non nimis acutas desinunt, commodissimè intra duas cavitates conicas rps , $rq's$ maximè politas, aut ex vitro crystallove confectas constitui posse videtur. Quo autem frictio minus noceat, & quantum fieri potest, tollatur, anguli concavi ad p & q aliquanto obtusiores esse debebunt angulis convexis axis pq , ut contactus quasi in uno fiat puncto. Cavitates istæ conicæ ope cochlearum infixæ sint annulo $AEBF$, ita ut earum distantia pro lubitu augeri diminuive possit, prout agilitas acūs cujusque proportionæ postulat. Sit iste annulus more solito in gradus divisus, ipse verò in situ verticali contineatur, à capitulo K , cui ad quemvis gradum immitti & cochlearum ope confirmari potest: quemva in finem capitulum K instructum est indice I monstrante, quænam limbi divisione inum teneat locum. Hoc igitur modo axis pq ad angulum quemcunque facile poterit inclinari; figura enim representat situm axis pq verticalē, in quo si indici I respondeat initium divisionis in limbo annuli factæ, numerus graduum, qui ad indicem I transfertur, monstrabit, quantum angulum axis pq cum linea verticali constitutus.

§. 34. Hoc autem motu axis acūs perpetuo manebit.

Fig. VII.

in eodem circulo verticali : quare ut is in alium quemcunque circulum verticalem converti queat , reddatur ipsum capitulum *K* cum pede *KL* mobile super basi fixâ *LM* azimutha repräsentante ; ita ut conversione pedis super basi azimuthali *MO* annulus *EAFB* in circulum verticalem quemcunque statui possit. Hunc in finem peripheria basis more solito divisa est in 360 gradus, & pedi *KL* annexus est index *LM* cum annulo in eodem plano existens , qui igitur perpetuò monstrabit, in quonam circulo verticali annulus , simulque axis acûs versetur. Ipsa denique basis annexas habeat regulas *N* & *S* sibi diametraliter oppositas , quæ ad Lineam Meridianam applicatæ situm totius instrumenti ad usum accommodatum determinant. Hocque pacto instrumentum ita erit paratum , ut axis acûs in quoctunque situ proposito collocari & affirmari possit , quemadmodum experimenta instituenda requirunt. Quo autem positio acûs , in qua utcunque suspensa acquiescit , facilis dignoscatur , annulus normaliter ab *A* ad *B* cingatur limbo quasi æquatore *GH*, *GH* , quem ex duabus partibus crenam inter se intercipientibus confici conveniet , ut acûs extremitates intra hanc fissuram liberè moveri queant : hujusque limbi seu æquatoris divisio monstrabit perpetuò acûs positionem , quæ , quomodo tum respectu horizontis tum inclinationis se habeat , sine difficultate intelligetur.

§. 35. Machina secundum hæc pæcepta affabré constructa , non solùm acubus explorandis , eo quo exposui modo , inserviet , sed etiam , cùm acus fuerit bona , declinatio & inclinatio Magnetis satis expeditè observari poterit. Ac igitur intra cavitates conicas inclusâ , basis ope regularum *N* & *S* secundum Lineam Meridianam diligenter collogetur , simulque secundum libellam constituantur , ut tam pes *KL* quam planum annuli ad horizontem sit normale. Tum pes *KL* cum annulo ita convertatur , ut index *LM* in Lineam Meridianam incidat , quod eveniat , si index ad principium divisionis in ora basis factæ sistatur ; sicque simul planum annuli *EAFB* in circulo meridiano erit constitutum.

constitutum. Deinde annulus capitulo *K* ita insigatur, ut bacilli *Ep* & *Fq* cavitates conicas gerentes in situm verticalem perveniant; quod evenire pono, si index capituli *I* principio divisionis in annulo factæ respondeat. Hoc modo axis acūs situm tenebit verticalem, & acus mobilis erit in plano horizontali, in quo æquator incidet. Notetur ergo in æquatoris fissura punctum, in quo acus acquiescat; & quoniam annuli margo *B* Septentrionem spectat, si hinc divisio æquatoris incipiat, innotescet statim declinatio Magnetis, si quidem acus rite fuerit virtute Magneticâ imbuta, etiam si axis non perfectè per centrum gravitatis acūs transseat.

§. 36. Declinatione sic inventâ, convertatur pes *KL*, cum annulo super basi eosque, donec acus quiescens in æquatoris fissura nonagesimum gradum ab *B* numerando attingat. Tum pede immoto annulus in capitulo per arcum 90° circumagatur, ut axis acūs in situm horizontalem perducatur, siveque fieri ut jam acus moveatur circa axem suum in plano verticali per directionem Magneticam transeunte; atque æquatoris fissura nunc situm tenebit verticalem, ejusque gradus nonagesimus, cum centro acūs semper manebit horizontalis. Notetur ergo situs, in quo acus acquiescat, hincque cognoscetur vera acūs Magneticæ inclinatio, si quidem acus omni careat vitio. At verò hoc ipsum, utrum in acu vitium insit necne? per varios situs, in quos axis acūs dirigitur, ope machinæ hujus facilè explorabitur, cum ad quemcunque situm facile collocari possit. Hujusmodi autem examina beneficio hujus machinæ instituenda satis ante sunt exposita, ut superfluum foret ea hic repetere. Tædiosum enim esset in figura machinam præsentante omnes operationes describere, quibus axis acūs ad quemvis datum situm perducatur, cum tandem eadem operationes & motiones facilimè intelligantur, si machina fuerit constructa, atque ob oculos posita.

§. 37. Quoniam ope hujus instrumenti acus vitiosæ non solum à bonis facile & expeditè discernuntur, sed etiam

96 DE OBSERVATIONE

intelligi potest, in quamnam partem error vergat, etiam ope acūs vitiosar vera materiæ Magneticæ directio cognosci posse videtur. Quum enim errorem, si quis in acu insit, animadvertiscas, si modo possemus erroris quantitatē explorando eruere, quæstioni omni numero ita satisferet, ut directionem Magneticam sine acūs perfectissimæ adminiculo cognoscere possemus; id quod ob summam acūs probatas fabricandi difficultatem, maximam afferret utilitatem. Videtur quidem ex pluribus aberrationibus observatis veritas elici posse; at vero attendenti mox patet hoc præstari non posse, nisi prius ratio constet quam vis Magneticæ directrix in diversis à situ naturali elongationibus sequitur. Quæ ratio cùm nihil minus sit quam cognita, neque sine acu bonâ cognosci posset, hinc nullum ferè commodum in præsente investigatione expectari potest. Quamobrem hæc nobis tantum relinquitur provincia, ut in methodum certam ac non nimis operosam inquiramus, cuius ope acūs Magneticæ omnibus numeris absolutæ confici atque ad usum adstrui queant: quæ est ipsa illa quæstio, in qua Muschenbroeckius aliique naturæ scrutatores tantum studium collecaverunt.

S. 38. Quo hujusmodi acūs perfecta conficiatur, primùm ipsius acūs figura ac magnitudo spectari debet, tum vero axis, cuius ope suspenditur, atque tertio ipsa suspensio, de qua quidem jam fusiū est explicatum. Quod igitur primùm ad figuram attinet, experientia docuit prismaticam quadrangularem ipsi maximè convenire; ejusmodi enim acūs Magne te tacta multò majori imbuitur virtute, quam cylindrica aut ulla alia à prismaticâ recedens, quæ quidem ejusdēna sit & longitudinis & crassitie. Deinde vero virtus à Magne te excepta plurimū augetur, si inter acūs longitudinem, latitudinem & crassitatem idonea intercedat ratio; ita ut cum eadem longitudine crassitudo neque nimis magna nec nimis parva conjugatur. Observavit enim Muschenbroeckius acūm 4 pedes longam maximā virtutē Magneticā imbui, si ipsi detur latitudo circiter semi-pollicis,

INCLINATIONIS MAGNETICÆ. 91

Crassities vero quadranti pollicis æqualis. Quanquam autem hic Auctor acu tantæ longitudinis ad inclinationem observandam urit, tamen quia ipse tantam longitudinem ad declinationem inventit minus aptam, & uterque effectus ab eâdem causâ proficiscitur, mallem equidem acus breviores etiam in inclinationis negotio anteferre. His scilicet rationibus conjunctis, cùm acus semipedales pro declinatione censemantur aptissimæ, acus longitudinis unius pedis videntur ad nostrum institutum maximè accommodatae, siquidem earum pondus circiter constituantur 600 granorum.

¶. 39. Ejusmodi ergò acus ex chalybe durissimo simul ac purissimo fabricetur per totam longitudinem ejusdem crassitatis, nisi quod extremitates in cuspides acuminentur, quod facilius ejus latus in limbi divisione cognosci queat. In hujus itaque acus medio punto erit ipsius centrum gravitatis saltem proximè: hocque ideo in loco ad latitudinem utrinque cuspides normaliter afferrumentur, quæ torno summi curâ elaborantur, & in terminis acuminentur, ut axem circa quem acus liberrimè circumagi queat, exhibeant. Magis enim convenit hunc axem ex duabus partibus constantem utrinque afferruminari, quam acum in medio perforare axemque transfigere; plurimum enim refert, ut acus continuitas secundum longitudinem quam minimè interrumpatur. Deinde verò etiam expediret axem ex ære potius confici quam ferro, ne virtus acus ab axe ullo modo turbetur: quoniam autem metuendum est, ne axis æneus per attritionem mox damnum patiatur, ex chalybe durissimo quoque ipsum confici oportebit; neque enim hinc, quia utrinque æqualiter prominet, ulla sensibilis alteratio in acus directione oriri potest, hoc ipsum experientiâ testante. Quamobrem nisi velimus axem utrinque afferruminares, poterit acus cum axe ex eâdem chalybis laminâ excindi, ubi præcipue erit attendendum, ut axis sit in directum extensus, atque ad acus longitudinem perfectè normalis, quod quidem torni ope facile obtinebitur.

Mij

DE OBSERVATIONE

§. 40. Cùm acus hoc modo omni adhibitâ diligentia unà cum axe fuerit parata , parum aberit , quin medium axis per centrum gravitatis transeat. Supereft igitur , ut , quia axis non amplius mutari potest , centrum gravitatis acūs in medium axis perducatur. Primum igitur indagari debet , utrum jam centrum gravitatis ab axis medio sit remotum , & quam in partem discedat ; quæ investigatio more solito instituitur non potest , nisi acus à folâ gravitate follicitetur. Quam obrem maximè erit cavendum , ne acus jam in hoc statu ullam acquisierit vim Magneticam ; quæ cautela uti sumoperè est necessaria , ita multò erit difficilior , quam videatur. Difficillimum enim est chalybem , ita attemperare , ut omni virtute Magneticâ careat. Et , quamvis chalybi per ignitionem omnis vis Magneticâ adimitur , tamen inter refrigerandum de novo aliquâ virtute imbuitur , pro ratione sitûs , in quo frigesit. Quò propius enim positio , in qua acus ignita refrigerio committitur , ad directionem Magneticam accedit , eò major vis Magneticâ in ipsam intrat. Quam ob causam convéniet acūm , dum refrigeratur , in situ ad directionem jam circiter cognitam Magneticam normali tenere , vel interea quaquaversus agitare. Deinde verò etiam notari oportet , acum etiam cùm à limâ tum à malleo virtutem Magneticam adipisci nonnunquam solle , quas ergò circumstantias attentissimè perpendi oportebit.

§. 41. Hanc ob causam , methodum consuetam acūs ope limæ in æquilibrium redigendi , dum continuò in parte , quæ gravior deprehensa fuerit , aliquid abraditur , donec perfectum obtineatur æquilibrium , omnino probare non possum. Ad hoc accedit , ut ista operatio non solum sit maximè laboriosa , tædiique plenissima , sed etiam admidum incerta , dum limæ ope non ad arbitrium pars præponderans levior redi potest ; &c , si nimium fuerit abrasum in parte oppositâ , eadem operatio de novo repeti debet , quò tandem fiet , ut figura acūs nimium defirmetur , quo ipso virtus Magneticâ ingens detrimentum patitur.

Præterea dupli modo centrum gravitatis à medio axis aberrare potest. Velenim axe cum acu in situum horizontalem posito, in plano horizontali per medium axis transeunte; reperietur centrum gravitatis; vel minus. Si in hoc plano non ineſt, ſed vel ſuprà vel infrà cadit, ope limæ vel in parte ſuperiore acūs vel inferiore quicquam abradi deberet, do- nec centrum gravitatis in hoc planum horizontale incidat. Tum verò adhuc vel iis vel ultra medium axis cadet, ac propterea alterutrum brachium limari debet, quò non ſolùm æquilibrium hoc respectu diſſiculter obtinebitur, ſed dum lima applicatur, æquilibrium priori respectu iterum facile deſtruitur, adeò ut hoc paſto vix ac ne vix quidem acus in perfectum æquilibrii ſtatū reduci queat.

§. 42. Hoc igitur modo tædioso æque atque incerto acus Magneticas præparandi penitus relicto, aliam proponam viam, quâ tutius & expeditius ac ſine tot tentaminibus centrum gravitatis exactissimè in medium axem perduci queat, quo ſimul limæ uſus nonnunquam tantoperè perniciosus evitetur. Acus *AB* modo ſuprà indicato fabricata circa medium muniatur lamellâ æneâ *a b* per quam axis *C* utrinque promineat. Ad alterum latus ſuper axe affixum fit fruſtulum *d*; in quo cochlea *c* capitulo graviſculo *c* inſtruēta magis minusve inſigi, hocque paſto centrum gravitatis vel attolli vel deprimi queat. Tum in dorſo acū ſuper lamella promineant corpuscula *e* & *f* foraminibus cochleatis pertuſa, per quæ tranſeat filum cupreum *g h* utrinque in capitula crassiora *g* & *h* terminatum, cuius fili motu centrum gravitatis vel ad dextram vel ad ſinistrā promoveri poſſit. Totum hunc apparatus ſatis levem eſſe pono, prout acū ſtatiuitate poſtulat, ut ejus pondus non nimis augeatur. Inferiorem acū planitatem omnino nudam eſſe oportet, ut apparatus iſte non impedit, quominus acus ſuper Magnete traduci poſſit. Cū igitur iſta armatura in ſuperiori ſuperficie potiſſimum applicata centrum gravitatis per ſe aliquantulum ſurſum promoveat, ora lamellæ inferior *a b* aliquantò crassior conficiatur, ut centrum

Fig. VIII.

gravitatis totius non minùs proximè in medium axis incidat.

§. 43. Acus autem cum apparatu descripto ita jam sit comparata, ut centrum gravitatis proximè in medium axem C incidat; id quod peritus Artifex facile impetrabit, neque ad hoc opus præcepta admodum requiret. In hoc statu axis acūs in situ horizontali imponatur duobus excipulis vitreis politissimis parumper excavatis, ut acus liberrimè sine ullâ frictione gyrari possit. Tum primùm despiciatur, utrùm acus in situ horizontali confisteret queat, an minùs: &, si alterum brachium præponderet, tum ope fili g h in contrariam plagam adigendi perfectum æquilibrium in situ horizontali facile obtinebitur; sicque centrum gravitatis in rectam verticalem per medium axis transeuntem incident. At fieri adhuc potest ut vel suprà vel infrà axis medium cadat: quod cognoscetur, si acus obliquè posita vel sese in situ horizontali restituit vel ab eo magis recedit. Utrumque hoc incommodum tolletur, si capitulum c ope cochlearum vel magis in sinum infigatur, vel inde extrahatur, qui motus cùm ad libitum possit attemperari, atque æquilibrium ratione situs horizontalis jam ante effectum non turbet, sine ingenti operâ acus in situ convenientem constituetur, ita ut ad omnes omnino situs recipiendos sit indifferens, in hoc igitur statu semel invento perpetuò debet relinquiri.

§. 44. His omni diligentia præparatis, acus ad Magnetem generosum ac liberalem secundum præcepta artis afficitur, habebiturque acus tam ad declinationem quam inclinationem directionis Magneticæ observandam maximè idonea. Ea igitur machinæ suprà descriptæ inferi, atque omnibus modis, utrùm sit perfecta, examinari poterit, quò certius ipsi confidere queamus: quin etiam si quod vitium in structurâ commissum deprehendatur, id in fabricâ aliarum acuum eò faciliùs evitabitur. Quando autem acus omni vitio carens fuerit inventa, tūm quidem machinæ suprà descriptæ inclusa usui inservire poterit; quòd si autem

INCLINATIONIS MAGNETICÆ. 95

ad inclinationem tantum indagandam adhiberi debet, sufficiet axem perpetuam in situ horizontali conservare; neque ideo opus erit cavitatibus conicis reliquisque ambagi- bus instrumenti praescripti. Imponi scilicet poterit axis acus duobus fulcris vitreis maximè politis, &, ne hinc inde vagari possit, paulisper excavatis; sive evitabitur prorsus fictio, quam unquam cavitates conice producere possent. Et quia declinatio Magnetis aliunde assumi potest cognita, ne quidem circulo azimuthali opus erit.

§. 45. Postquam igitur acus fuerit fabricata atque explora- rata, ad inclinationem tantum observandam sufficiet tabula *SN sn*, in cujus alterâ planicie circulus diametri unius pedis (si quidem acus sit pedalis) *a c b d* divisus sit in gradus & minutæ. Tum cavitates vitreas in tabulâ & trabeculâ *E F* ita disponantur, ut axis iis impositi medium per centrum circuli illius transeat; vel potius his cavitatibus jam positis circulus describatur ac dividatur. Conveniet etiam tabulam laminâ vitreâ operire, ut acus sit inclusa & ab omni injuriâ tempestatis libera, nihilo verò minus transvitrum ejus positiō dignosci queat. Ista autem actus defensio eò magis est necessaria, quod tantillâ cochlearum, quibus acus in statu aequilibrii est constituta, conversione acus prorsus inutilis reddatur. Hæc ergo tabula secundum meridianum Ma- gneticum, qui ex declinatorio constat, collocetur; & quo situm teneat verticalem, simulque supremus margo *SN* fiat horizontalis, machina instructa est libellâ *G H*; quæ si ita constituatur, ut binæ cuspides *G* & *H* se attingant, ad usum sit parata. Observari ergo poterit gradus quem cuspis actus *B* tangit, & quoniam divisio circuli à diametro horizontali incipit, perspicietur inclinatio Magnetica non solum ad gradus, sed ad dena ac fortassis ad quina minutā.

§. 46. Haud multò difficilius erit ope ejusdem instrumenti in navibus, nisi tempestas sit admodum turbida, inclinatio- nem acus Magneticæ observare, etiam si declinationis ob- servatio sit difficillima in mari. In mari autem, loco libellæ

Fig. IX.

G H, uti conveniet binis dioptris *N S*, per quæ ad horizontem visatur, ut principium divisionis circuli *a c d b* situm acūs horizontalem indicet. Planum tabulæ autem proprio pondere, si cura observatoris accedat, quasi sponte situm tenebit verticalem. Nil igitur supereft, nisi ut per acum declinatoriam meridianus Magnetis notetur, tabulaque ita disponatur, ut ea in hoc meridiano seu circulo verticali per directionem Magneticam transeunte versetur. Quo facto gradus, quem cuspis acūs *B* monstrat, indicabit inclinationem acūs Magneticæ, quæ adeò cognosci potest declinatione nondum inventâ. Quin etiam sine aeu declinatoriâ, ope propositi instrumenti inclinatio Magnetis investigari poterit, cùm enim manente axe acūs horizontali, inclinatio sit minima, quando axis ad meridianum Magneticum fuerit normalis, tabula tamdiu convertatur donec inclinatio fiat minima, quæ erit vera inclinatio materiae Magneticæ.

F I N I S,

