EXPLICATIO PHAENOMENORVM QVAE A MOTV LVCIS SVCCESSIVO ORIVNTVR.

AVCTORE
Leonh. Eulero.

§. 1.

Si radii lucis in inſtanti per quantumuis magna interualla propagarentur, tum non ſolum quaeque obiecta eo ipſo momento, quo lucem emittere incipiant, apparerent, ſed etiam in eadem directione, quam radius viſiuus tenet, cernerentur, neque in hac obſeruatione motus ſiue obiecti ſiue ipſius ſpectatoris vllum diſcrimen produceret. Aliter res ſe habet, ſi radii lucis non in inſtanti propagantur, ſed ad datum ſpatium abſoluendum dato tempore opus habent. Primo enim cum obiectum ante occultum ſubito lucem emittere incipiat, id eo ipſo momento a ſpectatore non cernetur, ſed eo tardius, quo maior fuerit diſtantia inter obiectum et ſpectatorem. Deinde etiam, niſi tam obiectum quam ſpectator quieſcant, diſcrimen deprehendetur in directione, in qua obiectum apparebit, inaequalitasque intercedet inter directionem, in qua obiectum eodem momento conſpiceretur ab obſeruatore, ſi radii in inſtanti propagarentur, eamque directionem, in qua actu conſpicitur.

§. 2. Lucem autem non in inſtanti propagari euincunt obſeruationes ecclipſium ſatellitum Iouis; quibus conſtat radios

dios lucis circiter 8. minuta prima impendere ad ſpatium, quod inter ſolem et terram interiacet percurrendum. Quare ſi parallaxin ſolis horizontalem aſſummamus 10. minutorum ſecundorum, reperietur diſtantia ſolis a terra = 20618 ſemidiametrorum terreſtrium; ac lux ad tantum ſpatium abſoluendum impendet 8. minuta prima. Ex quo definiri poteſt lucis celeritas, quippe quae tanta erit, qua vno minuto ſecundo abſoluet ſpatium 43. ſemidiametrorum terreſtrium. Quodſi ergo celeritates quasuis metiamur, vti conſtanter faciemus, ſpatiis vno minuto ſecundo percurſis, erit nobis lucis celeritas per 43. exprimenda, dum vnitas ſemidiametrum terrae indicat. Ponamus autem ne nimium his obſeruationibus fidamus numerum indefinitum c pro lucis celeritate; cenſeamusque lucem tempore vnius minuti ſecundi c ſemidiametros terrae percurrere.

§. 3. Vt nunc omnia phaenomena, quae ex ſucceſſiva lucis propagatione conſequuntur, eo diſtinctius euoluamus atque ob oculos ponamus, quatuor caſus ſeorſim examini ſubieciemus. Primo ſcilicet tam obiectum quam ſpectatorem in perpetua quiete collocabimus. Secundo obiecto quidem motum tribuemus, ſpectatorem vero in quiete relinquemus. Tertio eos caſus perpendemus quibus obiectum quieſcit, ſpectator vero ſuum ſitum continuo mutat. Quarto denique vtrique cum obiecto tum ſpectatori motum adiudicabimus. Atque vt noſtra inueſtigatio latius pateat, motum, quem vel in obiecto vel ſpectatore vel in vtroque conſtituemus, tum rectilineum faciemus tum etiam curuilineum. Quod inſtitutum ſi generatim pertractaverimus, tum demum ad phaenomena corporum coeleſtium progrediemur, atque anomalias, quae ex

motu

motu lucis ſucceſſiuo obſeruationibus aſtronomicis inducuntur, diligenter enumerabimus.

Tab. II. fig. 1. §. 4. Quieſcat igitur obiectum lucidum in O ſitque ſpectator in A pariter in quiete conſtitutus. Ponatur diſtantia obiecti ab obſeruatore ſeu recta $OA = u$ ſemidiametrorum terrae, erit tempus quo radius ex obiecto emiſſus ad ſpectatorem pertingit $= \frac{u}{c}$ minutorum ſecundorum. Quodſi ergo obiectum ante fuerit obſcuratum, nunc autem ſubito radios emittere incipiat, non hoc ipſo momento a ſpectatore cernetur ſed demum poſt $\frac{u}{c}$ minuta ſecunda. Atque eo tardius apparere incipiet, quo longius fuerit remotum. Si igitur praeterea aliud adſit obiectum in o quod ſimul lucere incipiat, cuius a ſpectatore diſtantia Ao ſit $= v$ ſemid. terrae, id quidem prius cernetur, ſi diſtantia v minor fuerit quam u; ac poſtquam obiectum o apparuit, alterum obiectum O demum elapſis $\frac{u-v}{c}$ minutis ſecundis fiet conſpicuum.

§. 5. Quam primum autem obiectum O a ſpectatore conſpicietur, id in directione OA apparebit prorſus ac ſi radius lucis OA in inſtanti ab O ad A proceſſiſſet: neque igitur quantitas diſtantiae OA vllum diſcrimen in ſitum obiecti obſeruatum inferet. Cum enim radius lucis OA occulum ſpectatoris in quiete poſitum feriat in directione OA, obſeruator obiectum in eadem directione ſitum iudicabit. Quare cum res eodem modo ſe habeat in altero obiecto o, eadem diſtantia ſeu angulus OAo inter ambo obiecta obſeruabitur, ſiue lux propagetur in inſtanti ſiue quantumuis lente, neque diuerſitas diſtantiarum horum amborum obiectorum vllum diſcrimem in ſitu obſeruato producet. Quotcunque igitur fuerint obiecta lucida,

lucida, dummodo singula quiescant, ea a spectatore pariter quiescente perinde ratione situs obseruabuntur, ac si propagatio lucis esset instantanea.

§. 6. Accedamus nunc ad casum secundum, quo spectator iterum ponitur quiescens in A, obiecto autem O motus tribuitur in directione O V quacunque cum celeritate. Sit distantia obiecti in O constituti a spectatore $OA = u$ semid. terrae, eiusque celeritas secundum directionem rectilineam OV tanta, qua vno minuto secundo absoluat s semidiametros terrae; sitque anguli AOV sinus $= m$, cosinus $= \mu$ existente sinu toto $= 1$. Primum igitur manifestum est, si obiectum O subito radios emittere incipiat, spectatorem obiectum non eo ipso momento visurum esse, sed aliquanto tardius, scilicet post $\frac{u}{c}$ minuta secunda: atque hoc ipso momento obiectum conspectum iri in directione AO, etiamsi hoc tempore obiectum non amplius in hoc loco O versetur. Quocirca retardatio apparitionis eodem modo est comparata, siue obiectum quiescat siue secus, haecque retardatio a sola distantia obiecti a spectatore, seu spatio a radio emetiendo donec in oculum incurrat, pendet. Tab. II. fig. 2.

§. 7. Dubium hoc loco oriri potest, quod, cum obiectum in motu positum assumatur, inde tamen radios aeque emanare statuamus, ac si obiectum quiesceret: lapis enim proiectus allegari potest, qui a motu hominis proiicientis cum ratione directionis tum etiam celeritatis afficitur. At obiecti lucidi ratio longe aliter est comparata; primo enim cum obiectum quaqua versus radios emittat, ab eo vis obiecti producetur, qui recta ab obiecto in oculum eiicitur, vnde siue obiectum quiescat siue moueatur radii

radii id repreſentantis eadem erit directio. Deinde nullo modo ſtatui poteſt, celeritatem lucis a motu obiecti lucidi affici, cum enim veri ſimile ſit, radios lucis non actu ab obiecto ad nos proiici, ſed per aetherem vndularum inſtar propagari, celeritas lucis a ſola aetheris elaſticitate pendebit, neque motus obiecti ipſius vllo modo particeps erit. Quocirca nullum dubium ſupereſſe poteſt, quin emiſſio radiorum cum ratione directionis tum celeritatis eodem fiat modo ex obiecto vtcunque moto ac ex quieſcente.

§. 8. Quamuis autem obiecti motus in emiſione radiorum nil turbet, tamen directio, in qua conſpicitur a ſpectatore, mutatur. Ponamus enim ex obiecto, dum in O eſt, emanare radium OA in oculum ſpectatoris, qui demum poſt $\frac{u}{c}$ minuta ſecunda eo pertinget. Interea autem ipſum obiectum vi motus, quo vno minuto ſecundo ſpatium s ſemidiametrorum terrae abſoluit proceſſit in V, ita vt ſit ſpatium $OV = \frac{us}{c}$ ſemid. terrae. Ex quo ſpectator obiectum in O conſpiciet, cum id iam reuera eſt in V; hocque in loco eo ipſo momento videret, ſi lux in inſtanti propagaretur. Vocabimus igitur directionem AV in qua obiectum tempore obſeruationis actu deprehenditur, locum obiecti verum, directionem vero AO, in qua conſpicitur, locum apparentem: vnde locus verus a loco apparente diſcrepabit angulo O A V, qui angulus in eodem plano erit conſtitutus, in quo ſpectator et via obiecti verſantur.

§. 9. Vt quantitas huius diſcrepantiae ſeu anguli OAV innoteſcat, conſideremus triangulum AOV in quo datur relatio laterum AO et OV, cum ſit $AO : OV = u : \frac{us}{c}$

$\frac{us}{c} = c : s$; siue erit AO ad OV vt celeritas lucis ad celeritatem obiecti; datur autem in eodem triangulo praeterea angulus AOV cuius sinus est $= m$ et cosinus $= \mu$. Quare positis quantitatibus proportionalibus c et s loco laterum OA et OV, si ex A in OV ducatur perpendicularis AP, erit $AP = mc$ et $OP = \mu c$, vnde fit $VP = \mu c - s$. Anguli igitur OAP tangens erit $= \frac{\mu}{m}$, et anguli VAP tangens $= \frac{\mu c - s}{mc}$; ex quibus emergit horum angulorum differentiae OAV tangens $= \frac{ms}{c - \mu s}$ propter $m^2 + \mu^2 = 1$. Ad locum igitur obseruatum AO obiecti versus eam regionem, in quam obiectum promouetur, addi debet angulus, cuius tangens est $\frac{ms}{c - \mu s}$ vt prodeat locus obiecti verus pro momento obseruationis. Vnde patet istam aequationem non a distantia obiecti a spectatore pendere, sed cum celeritate lucis tum celeritate obiecti tum etiam angulo O determinari.

§. 10. Si via OV in qua obiectum mouetur incidat in directionem AO vel euanescente angulo AOV vel ad duos rectos vsque excrescente, erit $m = 0$ quare hoc casu aequatio seu correctio loci apparentis fiet nulla. Posito autem angulo AOV recto quo casu fit $m = 1$ et $\mu = 0$, prodibit anguli OAV tangens $= \frac{s}{c}$, vnde differentia inter locum obiecti visum et verum eo erit maior, quo maior fuerit celeritas obiecti. At si, vti plerumque accidere solet, celeritas obiecti valde sit exigua ratione celeritatis lucis, angulus OAV valde fiet paruus, eiusque tangens quae satis tuto pro ipso arcu assumi poterit, erit $= \frac{ms}{c}$. Denique intelligitur, si lux in instanti propagaretur, tum aequationem illam ad locum obseruatum addendam euanescere

 ob

ob $c = \infty$: vnde etiam locum, quo obiectum quouis momento appareret, si radii in instanti propagarentur, pro loco vero assuminus.

Tab. II. fig. 3. §. 11. Prosequamur iam obseruationes obiecti O in directum OM vniformiter progredientis videamusque sub quonam angulo OAM obiectum quouis momento apparere debeat. Maneat distantia OA $= u$, quae simul sit normalis ad semitam obiecti OM. Ponamus obseruationum initium, cum obiectum in O apparuit; reuera ergo obiectum ante iam extitit in O idque tempore $\frac{u}{c}$ minut. sec. Peruenerit obiectum in M existente anguli OAM tangente $= t$ erit OM $= ut$; quare cum obiectum spatium s minuto secundo absoluat, ex O in M peruenit tempore $\frac{ut}{s}$ min. sec. postquam ergo in O fuit obseruatum, tempore $\frac{ut}{s} - \frac{u}{c}$ min. secund. in M existet. Quoniam nunc obiectum a spectatore distat interuallo MA $= u\sqrt{(1+tt)}$, tardius in M conspicietur idque $\frac{u\sqrt{(1+tt)}}{c}$ minut. secund. Quocirca cum obiectum in O apparuit, ab eo momento angulum OAM cuius tangens $= t$, confecisse obseruabitur tempore $\frac{ut}{s} + \frac{u\sqrt{(1+tt)}-u}{c}$ min. secund.

§. 12. Ponamus spatium OM $= z$ semid. terrae atque obiectum vniformiter motum obseruabitur hoc spatium conficere tempore $\frac{z}{s} + \frac{\sqrt{(u^2+z^2)}-u}{c}$ men. sec. Hancobrem nisi tarditatis lucis ratio habeatur, hoc obiectum motu inaequabili progredi censebitur etiamsi reuera motu aequabili feratur. Quae inaequabilitas vt clarius intelligatur ponamus obiectum spatium $z + dz$ confecisse id quod eueniet tempore $\frac{z}{s} + \frac{\sqrt{(u^2+z^2)}-u}{c} + \frac{dz}{s} + \frac{zdz}{c\sqrt{(u^2+z^2)}}$; ex quo tempore $\frac{dz}{s} + \frac{zdz}{c\sqrt{(u^2+z^2)}}$ spatiolum dz percurrisse, ideoque

ideoque celeritatem $\frac{1}{\frac{1}{s}+\frac{z}{cV(u^2+z^2)}} = \frac{csV(u^2+z^2)}{cV(u^2+z^2)+sz}$

habere aestimabitur. Atque cum spatium fere iam infinitum confecit, aestimabitur progredi celeritate $\frac{cs}{c+s}$, cum initio obseruatum esset celeritate s ferri, vnde hoc obiectum continuo retardari putabitur, quamuis reuera aequabiliter progrediatur.

§. 13. Moueatur nunc obiectum O in peripheria circuli OVMN aequabiliter, in cuius centro A constitutus sit spectator immobilis. Ponatur distantia obiecti O a spectatore A, quae perpetuo erit eadem seu radius circuli OA $= u$ semid. terrae: sitque celeritas obiecti tanta, qua singulis minutis secundis conficiat s semidiametros terrae. Si ergo ponatur ratio diametri ad peripheriam $= 1 : \pi$ obiectum reuertetur in idem punctum O, cum emensum erit spatium $2\pi u$ semidiametrorum terrae; vnde vna reuolutio absoluetur tempore $\frac{2\pi u}{s}$ minut. sec. Quare cum obiectum circa spectatorem tempore $\frac{2\pi u}{s}$ minut. sec. absoluat angulum 360. grad. dato minutorum secundorum numero, puta n, conficiet angulum $\frac{180 n s}{\pi u}$ graduum; talisque appariturus esset motus, si lux in instanti propagaretur. Tab. III. fig. 4.

§. 14. At cum radius antequam ab obiecto in O versante ad spectatorem A vsque pertingat, impendat $\frac{u}{c}$ min. sec. interea ipsum obiectum ex O promouebitur vsque in V, existente angulo OAV $= \frac{180 s}{\pi c}$ grad. Quare cum obiectum spectatori in O apparet, id eo momento reuera iam in V versabitur, ac differentia inter locum apparentem

rentem O et locum verum V erit angulus OAV $= \frac{180 s}{\pi c}$ grad. qui angulus ad locum apparentem verſus plagam OM ſecundum quam obiectum progreditur, addi debet, vt prodeat locus obiecti verus. Deinde quia eadem ratio vbique manet, vbicunque obiectum in peripheria circuli reperiatur, ita, vt ſi appareat in M, locus verus ſit N, differens ab obſeruato angulo MAN $= \frac{180 s}{\pi c}$ grad. motus per totam peripheriam videbitur aequabilis, perinde ac ſi lux in inſtanti propagaretur.

§. 15. Ponamus tempus vnius reuolutionis obiecti per totam circuli peripheriam eſſe conſtans, vti in ſyſtemate Ptolemaico et Tychonico ſtatuitur, quo omnia aſtra tempore vnius diei ſiderei circa terram quieſcentem rotari ponuntur, ſitque hoc tempus $\varkappa$ min. ſecund. habebitur haec aequatio $\frac{2\pi u}{s} = \varkappa$ indeque $s = \frac{2\pi u}{\varkappa}$. Quamobrem locus obiecti verus V diſcrepabit a loco apparente O angulo OAV $= \frac{360 u}{c\varkappa}$ grad. ex quo diſcrimen inter locum apparentem et verum eo erit maius, quo maior fuerit diſtantia obiecti a ſpectatore. Si igitur diſtantia obiecti, velu ti ſtellarum fixarum, ſit quaſi infinite magna, locus verus ab apparente maxime diſcrepabit; atque ſi duarum ſtellarum fixarum diſtantiae fuerint inaequales, loca apparentia quouis tempore maxime different a veris, neque diſtantia vera earum, ſeu angulus ad terram, quo a ſe inuicem diſtant, vllo modo definiri poterit.

§. 16. Pertractato caſu ſecundo aggrediamur caſum tertium, quo obiectum quieſcere ſpectator vero moveri ponitur. Quieſcat igitur obiectum in O ſpectator vero in A conſtitutus moueatur vniformiter in directione Tab. II. fig. 5.

A*a*.

Aa. Sit ſpectatoris celeritas $= r$ qua ſcilicet tempore vnius minuti ſecundi r ſemidiametros terrae conficiat; anguli vero OAa ſinus ſit $= m$ coſinus $= \mu$. Manifeſtum autem eſt omnia plane ac propterea etiam apparentiam manere eandem, ſiue caſus vti eſt propoſitus locum obtineat, ſiue tam ſpectatori quam obiecto motus aequabilis in directionibus parallelis tribuatur. Hancobrem concipiamus toti ſyſtemati imprimi motum in directione ipſi Aa oppoſita atque celeritate $= r$; quo fiet vt ſpectator in A quieſcat, obiectum O vero in directione OV parallela ipſi Aa promoueatur, idque celeritate $= r$. Hoc igitur pacto praeſens caſus eſt reductus ad caſum praecedentem.

§. 17. Quoniam igitur ſpectator in A quieſcit, obiectum vero in directione OV aequabiliter progreditur celeritate $= r$, angulique VOA, qui aequalis eſt angulo OAa ſinus eſt $= m$ coſinus $= \mu$, innoteſcet diſcrimen inter locum obiecti apparentem et verum. Si enim radius OA, quem obiectum dum in O erat emiſit, in oculum ſpectatoris incidat, tum ſpectator videbit obiectum in directione AO, qui erit locus apparens; hoc autem momento obiectum iam erit in puncto V, ita vt directio AV praebeat locum verum. Inuenimus autem ante anguli OAV tangentem eſſe $= \frac{mr}{c-\mu r}$; quare ſi vera obiecti elongatio a directione Aa deſideretur, ad elongationem obſeruatam, quae erat angulus OAa, addi debet angulus, cuius tangens eſt $= \frac{mr}{c-\mu r}$, ſicque obtinebitur angulus VAa, qui exprimit veram obiecti elongationem a directione Aa tempore obſeruationis.

§. 18.

§. 18. His definitis tollamus motum communem, quem ſpectatori atque obiecto tribuimus; quo facto obiectum, vt caſus erat propoſitus, quieſcet in O, ſpectator vero celeritate r in directione Aa promouebitur. Dum autem radius ex obiecto O emittitur erat ſpectator in A vnde progredietur per aliquod ſpatium puta Aa, antequam obiectum ipſi appareat. Quam primum igitur obiectum videbit, id in directione ao conſpiciet parallela directione AO, falleturque iterum angulo oAO $=$ OAV cuius tangens eſt $= \frac{mr}{c-\mu r}$. Quamobrem ſi ſpectator qui in recta Aa vniformiter progreditur celeritate $= r$ conſpiciat obiectum lucidum ſub angulo OAa cum ſua motus directione, cuius ſinus eſt $= m$ coſinus $= \mu$, hunc angulum augere debebit angulo cuius tangens eſt $\frac{mr}{c-\mu r}$, vt obtineat directionem veram, in qua obiectum verſatur.

§. 19. Quanquam haec correctio deducta eſt ex conuerſione caſus tertii ad ſecundum, tamen aeque eſt legitima, ac ſi ex ipſius caſus propoſiti contemplatione eſſet deducta. Quamuis enim videatur, cum radius in directione OA ex obiecto O ad ſpectatorem in A ſitum perveniat, ſpectatori verum obiecti ſitum repraeſentari debere; id tamen tantum valet, quando ſpectator quieſcit. Namque ſi ſpectator in motu fuerit poſitus radius in eius oculum incidens non ſub ea directio, in retinam impingit, in quam impingeret ſi quieſceret, ſed incidentiae angulus ſimul ex motu oculi debet definiri. Simile ſcilicet hic radio accidit, quod vento in vela mota impingenti, cuius effectus definiri non poteſt, niſi ſimul motus velorum ratio habeatur.

§. 20.

§. 20. Inuestigemus igitur effectum, quem radius lucis in oculum motum exerit, et in discrimen situs apparentis et veri secundum regulas motus inquiramus. Quiescat igitur obiectum in puncto O, spectator vero vniformiter promoueatur in recta AE celeritate r: ac dum in A versatur excipiat radium O A ex obiecto emissum. Cum ergo radius in directione OA celeritate c impingat in oculum A celeritate r in directione AE motum, resoluatur motus radii in duos laterales, quorum alter PA sit normalis ad AE, alter OP cum directione AE congruat. Quodsi igitur O A celeritatem lucis c exprimat, erit PA vt celeritas normalis ad AE, et OP erit celeritas in directione EA, quae cum sit contraria celeritati oculi r, eundem praestabit effectum, ac si celeritate r augeretur, atque in oculum quiescentem incurreret. Tab. II. fig. 6.

§. 21. Sumta ergo AE tanta, vt sit $OA : AE = c : r$, celeritas radii OP augeatur parte $OQ = AE$ atque oculus in A quiescens radium excipiet, cuius motus erit compositus ex motu PA et motu QP, ex quo resultabit radius QA, in cuius directione obiectum a spectatore in A constituto cernetur. Spectatori ergo, qui etsiamsi moueatur sibi in A quiescere videtur, obiectum apparebit sub angulo QAE, cum tamen ipsi, si lux in instanti propagaretur, sub angulo OAE apparere deberet: vnde angulus QAO constituet excessum loci obiecti veri supra apparentem. Ponamus anguli apparentis QAE sinum esse $= m$ cosinum $= \mu$; cum autem sit $OA = c$; $OQ = AE = r$, ponamus tantisper $AQ = y$, erit $AP = my$; $PQ = \mu y$, et $OP = \mu y - r$: atque $c^2 = yy - 2\mu ry +$

r^2 seu $y = \mu r + \sqrt{(c^2 - m^2 r^2)}$. Hinc anguli QAP tangens erit $= \frac{\mu}{m}$, anguli OAP tangens $= \frac{-m^2 r + \mu \sqrt{(c^2 - m^2 r^2)}}{m \mu r + m \sqrt{(c^2 - m^2 r^2)}}$ vnde anguli QAO tangens $= \frac{mr}{\sqrt{(c^2 - m^2 r^2)}}$ atque sinus $= \frac{mr}{c}$.

§. 22. Diuersas ergo praebuerunt correctiones ambo isti casum propositum euoluendi modi, quarum discrimen etsi est valde exiguum et contemnendum, siquidem r respectu c fuerit quantitas valde parua, tamen in originem discrepantiae diligentissime erit inquirendum, vt, vtri determinationi magis sit fidendum, planum fiat. Ac primo quidem constat, differentiam ex eo oriri, quod in posteriore consideratione assumsimus radium QA sensum obiecti in oculo excitantem ferri celeritate $y = \mu r + \sqrt{(c^2 - m^2 r^2)}$ cum priori considerandi modo radio visiuo celeritatem c tribuissemus. Si enim loco y in posteriore modo ponamus c, seu $c - \mu r$ loco $\sqrt{(c^2 - m^2 r^2)}$ prodibit anguli QAO tangens omnino vt antea $= \frac{mr}{c - \mu r}$. Quaestio itaque huc redit, vtrum ratiocinium veritati magis sit consentaneum.

Tab. II. fig. 5. §. 23. Hoc dum perpendemus, mox intelligemus in priore ratiocinio vitium esse commissum. Cum enim reductione tertii casus ad secundum toti systemati in quo cum obiectum O tum spectator A versantur motum secundum directionem Aα celeritate r tribuissemus, definiri debuisset, vtrum similis motus medio, per quod radii propaganrur, simul sit impressus an non. Namque si, vti fecimus medium in quiete relinquatur, casus, ad quem reductio est facta, omnino erit diuersus a casu proposito, quia in casu proposito medium vna cum obiecto quiescebat, in casu autem mutato medium habebatur quiescens cum spectatore;

tore: ex quibus dissimilitudo casuum, ac proinde illegitima reductio clare apparet. Ipsum itaque medium in directione Aα simul promoueri debuisset celeritate r, qui motus si pariter in radios transferatur, prodibit prorsus vt altero modo anguli OAV sinus $= \frac{mr}{c}$.

§. 24. Cum igitur posterius ratiocinium cum veritate conspiret, atque anguli, quo locus obiecti verus ab apparente discrepat, sinus sit $\frac{mr}{c}$, non autem eius tangens sit $= \frac{mr}{c - \mu r}$, perspicuum est aliter obiectum quiescens spectatori moto esse apparitùrum, aliter obiectum motum spectatori quiescenti, etiamsi motus posterior priori sit aequalis et oppositus. Ratio huius discriminis in eo latet, quod lucem instar soni per motum vndulatorium propagari posuimus, quo pacto motus obiecti radios emittentis celeritatem radiorum non afficit; verum medium, si moveatur, eundem motum cum motu radiorum miscebit; ac propagationem vndularum vel accelerabit vel retardabit, prout motus medii motui radiorum vel sit secundus vel aduersus. Cuique haec plana fient, si quae hactenus de luce sumus commentati, ad sonum atque auditum accommodentur.

§. 25. Perfecta autem similitudo inter casum secundum et tertium conseruaretur, si lux non motu vndulatorio sed actuali eiaculatione ex corpore lucente emittatur. Si enim ponamus particulas lucis, quae radios constituunt, ex corpore lucido quiescente actu explodi celeritate c, quam luci tribuimus, idem corpus, si moueatur, suum motum cum motu radiorum coniunget: neque medium, siue moueatur siue quiescat, quicquam motum radiorum afficiet; instar

 vacui

Tab. II. fig. 2. vacui enim confiderari poterit. Ex hac autem hypothefi alia reperietur correctio fitus apparentis in cafu fecundo. Si enim obiectum lucidum moueatur in directione O V celeritate s hoc ipfo motu celeritas radio OA naturalis c afficietur, tam ratione directionis, fecundum quam eiiciuntur, quam ratione celeritatis, quae vel augebitur vel diminuitur.

Tab. II. fig. 2. §. 26. Ponamus eum radium fenfum obiecti O in oculo fpectatoris excitare, qui fi obiectum quiefceret, emitteretur in directione O E celeritate c: quoniam autem obiectum in directione O V celeritate s promoueri ponitur, fi capiatur $OV : OE = s : c$, radius O E a motu obiecti ita afficietur, vt eius directio cadat in diagonalem O A parallelogrammi O E A V, atque isto pacto fpectatorem offendat, celeritatem vero ifte radius O A habebit tantam, quae fe habeat ad naturalem c vti O A ad O E. Cum igitur obiectum interea, dum radius ad fpectatorem pertingit, progreditur per fpatium $OV = s$; fpectator in aeftimatione loci obiecti falletur angulo OAV. Quodfi ergo finus anguli AOV ponatur $= m$ erit perpendicularis Vp in AO ducta $= ms$ atque finus anguli $OAV = \frac{Vp}{AV} = \frac{ms}{c}$, qui error apprime congruit cum eo, quem pro cafu tertio inuenimus.

§. 27. Plurimum igitur inter eft noffe, vtrum lux per actualem explofionem particularum lucidarum ex obiecto lucido generetur, an fimili modo, quo fonus per aërem propagatur. Si enim prior modus in natura locum habeat, tunc fimiles forent differentiae inter loca apparentia et vera pro cafu fecundo et tertio, tutoque liceret alterum cafum ad alterum ope motus contrarii toti fyftemati impreffi reducere. Quodfi autem modus pofterior locum tum habeat, radiique lucis inſtar ſoni propagentur, tum illicita erit iſta reductio; etſi diſcrimen eſt prorſus contemnendum, niſi obiectis ſtupendae celeritates tribuantur, vti fit in ſyſtematibus mundi Ptolemaei et Tychonis. Quanquam autem poſterior ſententia veritati magis conſentanea videtur, tamen pro praeſenti inſtituto ſequamur priorem propter eximiam conuenientiam inter correctiones ad caſus ſecundum et tertium pertinentes.

§. 28. Perſequemur igitur hic potiſſimum eam hypotheſin, qua radii lucis ex obiecto lucido actu explodi ponuntur, atque aſſumamus radios, qui ex ſole ad nos perueniunt, ſumma celeritate ex ipſo ſole eſſe eiaculatos, vnde tempore 8. circiter minutorum ad nos pertigerint. Quamuis enim haec hypotheſis minus ſit probabilis quam altera, qua lumen inſtar ſoni propagari ſtatuitur, tamen magis eſt accommodata ad noſtrum inſtitutum atque motus compoſitionem recipit, cuius altera hypotheſis minus eſt capax. Si enim propagatio lucis in generatione pulſuum per medium ſubtile conſtet, tum ſi ad ſenſationem reſpiciamus, non tam ad tempus, quo pulſus per datum ſpatium vehuntur, erit attendendum, quam ad proprium cuiusuis particulae motum tremulum, qui maxime diuerſus eſſe poteſt a motu progreſſiuo radiorum.

§. 29. Stabilita igitur hac hypotheſi, phaenomena caſus primi, quo tam obiectum quam ſpectatorem in quiete poſuimus, omnino manebunt vt ſupra expoſuimus: pro caſu ſecundo autem ea mutatio adhiberi debet, cuius fecimus mentionem, ſcilicet loco anguli OAV, qui praebet differentiam inter locum obiecti apparentem et verum, cuius tangens erat $= \frac{ms}{e-\mu s}$ ſubſtitui debet angulus cuius ſi-

Tab. II. fig. 6. nus est $\frac{ms}{v}$. Quae autem de casu tertio §. 20. attulimus ea, cum sint ex compositione motus deducta, recte se habent, ac si obiectum spectatori in A constituto, qui secundum directionem AE celeritate r promoueatur, appareat in directione AQ seu sub angulo QAE cuius sinus est m, adhunc angulum addi debet angulus QAO, cuius sinus est $= \frac{mr}{v}$, vt prodeat situs obiecti verus.

Tab. II. fig. 7. §. 30. Vt autem phaenomena casus secundi distinctius euoluamus, examinemus missionem radiorum, quae ex obiecto mobili fit. Quiescat igitur primum obiectum in O, ac radii ex eo quaqua versus emittentur aequali celeritate c; ita vt spectator A, vbicunque consistat, radium OA ex obiecto excipiat celeritate c motum, vnde si distantia OA fuerit u, radius OA ex obiecto ad spectatorem perueniet tempore $\frac{u}{c}$ minut. secund. Ponamus nunc obiectum celeritate s in directione OV progredi, iste motus cum motu naturali singulorum radiorum debebit coniungi. Describatur igitur centro O radio OC, qui sit ad OV vti c ad s circulus CBFD; eiusque quilibet radius OB praebebit radium lucis vna cum ipsius celeritate, qui ex obiecto quiescente emitteretur. At ob motum obiecti radius OB non hanc directionem conseruabit, sed progredietur per diagonalem OI parallelogrammi OBIV, ciusque celeritas erit vt OI.

§. 31. Si iam hoc modo singuli radii OB cum motu obiecti coniungantur, reperientur puncta I sita esse in peripheria circuli GIH centro V radio VG $=$ OC $= c$ descripti: atque quaelibet recta OI ex loco obiecti O ad hanc alteram peripheriam ducta exhibebit celeritatem radii OA in directione OI emissi. Ab hoc igitur obiecto specta-

ſpectator in A excipiet quidem radium OA, ſed alia celeritate motum, quae ſe habet ad celeritatem naturalem c vti recta OI ad radium OF. Hinc intelligitur, ſi celeritas obiecti OV fuerit aequalis vel maior quam celeritas lucis naturalis, euenire poſſe, vt recta OA ex obiecto ad ſpectatorem ducta circulum centro V deſcriptum nusquam ſecet, quodſi euenerit obiectum a ſpectatore prorſus non conſpici poterit. Fieri etiam poteſt vt, radius ad ſpectatorem tam lente perueniat, vt in organo viſus nullum effectum producere poſſit, quo caſu pariter obiectum erit inconſpicuum.

§. 32. In hac hypotheſi etiam phaenomena obiecti in periphaeria circuli reuoluentis et ſpectatoris in centro A conſtituti aliter ſe habebunt. Ponamus enim obiectum in peripheria circuli OV circumagi celeritate $= s$: ſitque radius $OA = u$. Cum igitur ex obiecto, dum in O erat, radius ad ſpectatorem pertingit, obiectumque in O ipſi repraeſentat, tum obiectum non amplius erit in O, ſed in loco V, adeo vt obſeruator fallatur. Si quidem obiectum moueretur eadem celeritate ſecundum tangentem OV, tum interea obiectum perueniret in V, foretque angulus OAV, errorem exprimens, tantus, vt eius ſinus ſit $= \frac{s}{c}$ ob angulum VOA rectum; radiusque tanta celeritate ad ſpectatorem perueniret, quae ſe habet ad celeritatem c, vti AO ad AV. Quanquam autem obiectum non in directum ſed in circulo progredi ponitur, tamen emiſſio radiorum, dum eſt in O, vtroque caſu aequaliter afficietur; ita vt etiam hoc caſu radius OA ad ſpectatorem veniat celeritate $= \frac{c \cdot AO}{AV}$. Tab. II. fig. 8.

§. 33.

§. 33. At error obſeruationis a loco obiecti vero alius erit, ſi obiectum in circulo promoueatur. Cum enim, ſi in directum OV progrederetur, interea dum radius ex O ad A pertingit, perueniat ad V vsque; eodem interuallo per peripheriam circuli latum abſoluet arcum OU, aequalem tangenti OV; eritque error nunc angulus OAU, vtique maior quam foret ſi obiectum in directum moueretur. Quoniam vero eſt anguli OAV ſinus $= \frac{s}{c}$, erit eiusdem coſinus $= \frac{\sqrt{(c^2-s^2)}}{c} = \frac{AO}{AV}$; vnde ob $AO = u$ erit $AV = \frac{cu}{\sqrt{(c^2-s^2)}}$, et $OV = \frac{su}{\sqrt{(c^2-s^2)}}$, atque velocitas radii OA in oculum ſpectatoris incidens erit $= \sqrt{(c^2-s^2)}$. Quare ſi obiecti celeritas s aequalis fuerit vel adeo maior quam celeritas lucis naturalis c, tum nequidem obiectum a ſpectatore cerni poterit, quod idem eueniet ſi s valde prope ad c accedat.

§. 34. Vt quantitas anguli OAU definiatur, ſit $1 : \pi$ ratio diametri ad peripheriam, eritque $\pi u =$ ſemiperipheriae circuli ſeu arcui 180. graduum. Fiat igitur $\pi u : 180^\circ = OU \left(\frac{su}{\sqrt{(c^2-s^2)}}\right) : \frac{180s}{\pi\sqrt{(c^2-s^2)}}$, ex qua analogia praebebit $\frac{180s}{\pi\sqrt{(c^2-s^2)}}$ in gradibus angulum OAU, quo locus obiecti viſus a vero diſcrepat. Cum praeterea obiectum vno minuto ſecundo percurrat s ſemidiametros terrae, totam peripheriam $2\pi u$ abſoluet tempore $\frac{2\pi u}{s}$ min. ſec. Ponamus tempus vnius reuolutionis eſſe conſtans atque $\varkappa$ min. ſec. fiet $s = \frac{2\pi u}{\varkappa}$. Quamobrem angulus OAU erit $= \frac{360u}{\sqrt{(c^2\varkappa^2-4\pi^2u^2)}}$; ob duplicem igitur cauſam creſcit error ſeu angulus OAU creſcente diſtantia AO, ac facta $u = \frac{c\varkappa}{2\pi}$, error in infinitum augebitur; hoc vero caſu obiectum ceſſabit ſpectatori apparere. Quare ſi ſtellae cunctae circa terram quietam tem-

tempore 24. horarum circumagerentur, eae quae magis distarent quam 591287 semidiametros terrae nequidem conspicuae forent, hoc est quae tricies magis essent remotae quam sol: ex quo ne vnica quidem stella fixa esset conspicua.

§. 35. Videbimus autem rem longe aliter se esse habituram, si terrae motum circa axem, sideribus vero quietem tribuamus, quamuis primo intuitu similia phaenomena accidere debere videantur. Neque vero hoc mirum videbitur, si hanc rem attentius perpendamus; licet enim saluis legibus et regulis mechanicis vniuerso cuidam systemati corporum, motum aequabilem in directum imprimere, ita, vt nil in phaenomenis mutetur, at vel motum inaequabilem vel curuilineum tribuere minime licet. Ex quo manifestum est, casum maxime immutari, si motus circularis, quem spectator habeat, transferatur ad astra, iisque motus circulares, eodem tempore periodico absoluendi, adiudicentur. Tali autem illegitima translatione motus lucis potissimum perturbari debet.

§. 36. Ponamus igitur spectatorem in A constitutum promoueri continuo per peripheriam circuli ABD, celeritate tanta, qua tempore vnius minuti secundi absoluat r semidiametros terrae. Concipi scilicet potest circulus ABD tanquam parallelus terrae qui spatio diei siderei seu 23. horis, $56'$ $4''$ circa axem reuoluatur ab occidente in orientem, ita, vt punctum E spectatori versus orientem sit situm. Ponatur cosinus eleuationis poli, quae respondet loco spectatoris in A, $= p$; posito sinu toto atque semidiametro terrae $= 1$, erit $p =$ semidiametro paralleli AC, ex quo circumferentia paralleli erit $= 2\pi p$, quam cum specta- Tab. II. fig. 9.

ſpectator abſoluat tempore 86164″, vno minuto ſecundo conficiet ſpatium $\frac{\pi p}{43082}$ ſemid. terrae. Hinc ergo dabitur celeritas ſpectatoris $r = \frac{p}{13713,4}$, ac lòg. $r = lp - l$ ſin. tot. $-$ 4, 1371461 $= lp -$ 14, 1371461; tantaque celeritate ſpectator verſus orientem ſecundum directionem tangentis A E progredietur.

§. 37. Appareat nunc iſti ſpectatori ſidus in directione AO, quaeriturque ſitus huius ſideris verus Ao, ſub quo appareret, ſi vel terra quieſceret vel radii in inſtanti propagarentur; ſidus autem quieſcere aſſumimus. Ex ſidere O in planum paralleli demittatur perpendiculum OP, atque ex P in radium CA productum normalis PQ. Quoniam vero planum paralleli in aequatorem coeli incidit rectaque CAQ meridianum loci A denotat, meridianus enim eſt planum normale ad ABD idque in recta CAQ ſecat; dabit angulus OAP declinationem ſideris obſeruatam, angulus PAQ autem diſtantiam circuli horarii a meridiano loci A. Cum igitur figura ſidus in declinatione boreali ac verſus occidentem ſitum repraeſentet, ſit ſinus declinationis borealis ſeu anguli OAP $= a$, coſinus $=$ α. anguli PAQ ſeu diſtantia ſideris horaria a meridiano verſus occidentem, ſinus $= b$, coſinus $= \mathfrak{G}$.

§. 38. His poſitis ſit ſideris obſeruati diſtantia a terra OA$= u$, quae quidem quaſi infinita aſſumitur attamen ex calculo euaneſcet; erit ergo OP$= au$ et AP$= \alpha u$; porro erit PQ$= \alpha b u$ et AQ$= \alpha \mathfrak{G} u$. In tangentem AE productam ex P ducatur normalis PR, eritque PR$=$AQ$=$ $\alpha \mathfrak{G} u$: αb eſt ſinus diſtantiae ſtellae a meridiano in circulo poſitionis ſumta, ſeu circulo per polos meridiani ducto: ducta autem recta OR perpendicularis erit ad rectam AR.

At

At vero habebitur $AR = \alpha b u$ et $OR = u\sqrt{(1-\alpha^2 b^2)}$: vnde anguli OAE, quem locus ſideris viſus cum directione AE, in qua ſpectator promouetur, conſtituit, ſinus erit $= \sqrt{(1-\alpha^2 b^2)}$. Verus itaque ſideris locus erit in o puncto in plano OAE ſito, atque angulo OAo, cuius ſinus eſt $\frac{r\sqrt{(1-\alpha^2 b^2)}}{c}$, magis verſus occidentem remoto. Abſcindatur ergo in plano OAR angulus OAo, cuius ſinus ſit $= \frac{r\sqrt{(1-\alpha^2 b^2)}}{c}$ et coſinus $= \frac{\sqrt{(c^2 - r^2 + \alpha^2 b^2 r^2)}}{c}$; eritque o locus ſideris verus.

§. 39. Inueſtigemus iam quantum locus verus a loco viſo cum ratione declinationis tum aſcenſionis rectae diſcrepet. Ponamus breuitatis gratia ſinum anguli $OAo = n$, et coſinum $= \nu$; demittamusque ex o in AR perpendicularem or, erit anguli oAr ſinus $\nu\sqrt{(1-\alpha^2 b^2)} - n\alpha b$ et coſinus $= \nu\alpha b + n\sqrt{(1-\alpha^2 b^2)}$: vnde ob $Ao = u$, prodibit $or = u(\nu\sqrt{(1-\alpha^2 b^2)} - n\alpha b)$ et $Ar = u(\nu\alpha b + n\sqrt{(1-\alpha^2 b^2)})$. Ex o in planum paralleli demittatur perpendicularis op, erit ob triangula ORP et orp ſimilia $op = au(\nu - \frac{n\alpha b}{\sqrt{(1-\alpha^2 b^2)}})$ et $pr = \alpha\mathcal{E}u(\nu - \frac{n\alpha b}{\sqrt{(1-\alpha^2 b^2)}})$ atque hinc $Ap = u\sqrt{(1 - a^2(\nu - \frac{n\alpha b}{\sqrt{(1-\alpha^2 b^2)}})^2)}$. Inſuper vero eſt $pq = Ar$ et $Aq = pr$.

§. 40. Vera ergo ſideris declinatio indicabitur angulo oAp, cuius ſinus erit $= a(\nu - \frac{n\alpha b}{\sqrt{(1-\alpha^2 b^2)}})$ coſinus vero $= \sqrt{(1 - a^2(\nu - \frac{n\alpha b}{\sqrt{(1-\alpha^2 b^2)}})^2)}$; dum apparentis declinationis erat ſinus $= a$, coſinus $= \alpha$. Vera autem ſideris elongatio a meridiano verſus occaſum exprimetur angulo qAp, cuius ſinus erit $\frac{pq}{Ap} = \frac{\nu\alpha b + n\sqrt{(1-\alpha^2 b^2)}}{\sqrt{(1 - a^2(\nu - \frac{n\alpha b}{\sqrt{(1-\alpha^2 b^2)}})^2)}}$ et coſinus $= \frac{Aq}{Ap} =$

$$\frac{\alpha\mathcal{E}(\nu - \frac{n\alpha b}{\sqrt{(1-\alpha^2 b^2)}})}{\sqrt{(1 - a^2(\nu - \frac{n\alpha b}{\sqrt{(1-\alpha^2 b^2)}})^2)}}$$; ita vt anguli qAp tangens ſit $=$

$\frac{n - n\alpha^2 b^2 + \nu\alpha b\sqrt{(1-\alpha^2 b^2)}}{\nu\alpha\beta\sqrt{(1-\alpha^2 b^2)} - n\alpha^2 b\beta}$, cum anguli apparentis QAP tangens esset $= \frac{b}{\beta}$. Excedit ergo vera elongatio qAp apparentem QAP angulo PAp, cuius tangens est $= \frac{n\beta}{n\alpha^2 b + \nu\alpha\sqrt{(1-\alpha^2 b^2)}}$ $= \frac{\beta r}{\alpha^2 br + \alpha\sqrt{(c^2 - r^2 + \alpha^2 b^2 r^2)}}$ restitutis loco n et v valoribus assumtis.

§. 41. Quoniam vero terra secundum signorum coelestium ordinem reuoluatur, si ascensio recta obseruata computetur ab aequinoctio verno, haec ascensio recta diminui debet angulo qAp, vt oriatur ascensio recta vera. Deinde vero etiam declinatio obseruata per diminutionem corrigi debebit, ita vt verus sideris locus propius ad aequatorem accedat, quam obseruatur. Si quidem fuerit $a > a\left(\nu - \frac{n\alpha b}{\sqrt{(1-\alpha^2 b^2)}}\right)$ seu $c + \alpha br > \sqrt{(c^2 - r^2 + \alpha^2 b^2 r^2)}$ id quod quidem semper contingit, si b affirmatiuum obtineat valorem, sidusque versus occidentem spectetur; contrarium euenit, si sidus versus orientem aspiciatur, quo casu declinatio augeri debet.

§. 42 Obseruetur sidus, dum per meridianum loci, in quo spectator versatur, transit, fiet $b = 0$ atque $\beta = 1$: maneatque declinationis borealis obseruatae sinus $= a$, cosinus $= \alpha$, vnde vera sideris declinatio tanta censeri debebit, vt eius sinus sit $= \nu a = \frac{a}{c}\sqrt{(c^2 - r^2)}$. Cum autem r sit quantitas vehementer exigua respectu ipsius c, erit $\sqrt{(c^2 - r^2)} = c - \frac{r^2}{2c}$, vnde verae declinationis sinus erit $= a - \frac{arr}{2cc}$, cosinus vero $\alpha + \frac{a^2 r^2}{2\alpha cc}$, quare vera sideris declinatio minor erit quam vera, angulo, cuius sinus est $= \frac{arr}{2\alpha cc}$, quod discrimen ob quadratum ipsius r tam est exiguum, vt tuto negligi queat: adeo vt declinatio obseruata

ſeruata a vera non diſcrepet, ſi quidem obſeruatio in meridiano inſtituatur.

§. 43. Deinde cum angulus QAP euaneſcit, fiet anguli qAp tangens $= \frac{r}{\alpha\surd(cc-rr)}$; vnde cum quaecunque ſtella in meridiano obſeruatur, ea reuera per meridianum iam tranſiiſſe erit cenſenda, anguloque a meridiano verſus occidentem iam diſtare, cuius ſinus vel tangens ſit $= \frac{r}{\alpha c}$, ob r valde paruum. Vel correctio ita erit inſtituenda, vt aſcenſio recta ſtellae obſeruata diminuatur angulo, cuius ſinus eſt $= \frac{r}{\alpha c}$. Eſt autem $r = \frac{p}{13713,4}$ et $c = 43$ vnde fit $\frac{r}{c} = \frac{p}{589676}$. Quodſi ergo obſeruator ſub aequatore verſetur, quo caſu ſit $p = 1$, atque tranſitum ſtellae per ipſius zenith obſeruet, ab aſcenſione recta aeſtimata auferre debebit angulum 20. minutorum tertiorum, quae correctio tuto negligi poteſt.

§. 44. Ponamus ſtellam obſeruari in circulo ſextae horae verſu ſoccaſum, fiet $b = 1$ et $\mathfrak{G} = 0$, vnde ſinus verae ſtellae declinationis erit $= \nu a - n\alpha$ et coſinus $= n a + \nu\alpha$, cum declinationis apparentis ſinus eſſet a, et coſinus α. maior igitur eſt declinatio apparens quam vera, exceſſusque eſt angulus cuius ſinus eſt $= n = \frac{ar}{c}$, qui angulus ſi ſit maximus, quod euenit ſi $a = 1$ et $p = 1$, tamen ne quidem ad ſemiſſem vnius minuti ſecundi aſſurgit. Aſcenſio vero recta obſeruata omnino non diſcrepabit a vera, eo quod $\mathfrak{G} = 0$, qua hypotheſi tangens anguli PAp evaneſcit: idem autem vſu venit ſi obſeruatio in altero circulo horario verſus orientem inſtituatur; ibi autem declinatio obſeruata non minui ſed augeri debet angulo cuius ſinus eſt $= n = \frac{ar}{c}$.

 §. 45.

§. 45. Ex his intelligitur, variationem apparitionis siderum, quae quidem a motu terrae diurno proficiscitur, ob ingentem paruitatem tuto negligi posse; ita vt loca stellarum apparentia sine errore pro veris haberi queant; nunquam enim discrimen ad integrum minutum secundum, imo ne ad semissem quidem assurgit. Haecque perinde se habent in vtraque motus lucis hypothesi; altera enim dat pro aequatione angulum, cuius tangens est $\frac{mr}{c-\mu r}$, altera angulum cuius sinus est $\frac{mr}{c}$, qui duo anguli cum fractio $\frac{r}{c}$ sit quam minima, a se inuicem non discrepant. Verum si loco motus terrae diurni, similis motus sideribus tribuatur ad mentem Ptolemaei, tum non solum aberrationes obseruationum a locis veris pro vtraque hypothesi maxime prodirent diuersae, sed etiam ipsae aberrationes fierent tam vastae, vt nil certi ad locum verum definiendum ex iis concludi posset; quae sola circumstantia sufficere potest ad systemata terrae immotae funditus subuertenda.

Tab. II. fig. 9. §. 46. Cum igitur motus terrae diurnus nullam sensibilem differentiam inter loca siderum apparentia ac vera producat, videamus, quantum motus annuus in hoc negotio valeat. Repraesentet igitur nunc circulus ABD orbitam terrae in qua circa solem C reuoluatur; tuto autem hic circulum pro orbita terrae vera assumere licet. Huius ergo circuli semidiameter AC erit 20618 semid. terrae, vnde eius peripheria continebit 129546 sem. terrae, quod spatium cum emetiatur anno sydereo seu 31558140″, vno minuto secundo absoluet spatium $\frac{129546}{31558140}$ semid. terrae, quod erit valor ipsius r, vnde cum sit $c = 43$ fiet $\frac{r}{c} = 0,0000954,6 = \frac{1}{10475}$, qui valor fere

fere sexagies maior est, quam ante erat pro motu diurno, ex quo iam intelligitur, motum annuum sensibilem variationem obseruationibus inducere debere.

§. 47. Primo quidem ipse sol, ad cuius locum reliqua sidera sunt referenda, nunquam in suo vero situ apparebit, sed sub angulo acuto ad tangentem AE. Hancobrem longitudo solis obseruata continuo erit nimis parua, ad eamque addi debet angulus cuius sinus est $\frac{r}{c}$, secundum signorum seriem, qui angulus prodit $20''$. Cum igitur sol apparet in initio arietis, eius locus verus censeri debet $0\,S,\ 0^\circ,\ 0',\ 20''$. Atque hoc modo ante loca solis obseruata corrigi oportet, antequam siderum loca cum solis loco comparentur. Cum autem ista aberratio loci solis apparentis a loco vero perpetuo sit eadem, motus solis in eccliptica ex terra eodem modo conspicietur ac si radii in instanti propagarentur, neque hinc noua anomalia motui solis admiscebitur.

§. 48. Cognito igitur vero solis loco geocentrico obseruetur a spectatore A sidus O in directione OA, ex quo in planum orbitae terrae seu ecclipticae demittatur perpendicularis OP, atque ex B in CA productam pariter perpendiculum PQ. Ducta igitur AP, praebebit angulus OAP latitudinem stellae obseruatam, cuius sinus sit $= a$, cosinus $= \alpha$. Angulus vero QAP dabit distantiam stellae a loco soli opposito in ecclipticа; quae in gradibus eccliptice obtinebitur, si a puncto soli opposito subtrahatur longitudo stellae obseruata; sit igitur huius anguli PAQ sinus $= b$, cosinus $= \beta$. Cum igitur iam reliqua maneant vt ante in motu terrae diurno, verus sideris locus erit in directione Ao; atque vera latitudo definietur angulo

gulo oAp; veraque differentia longitudinis ſideris et loci ſoli oppoſiti angulo qAp.

§. 49. Cum igitur verae ſideris latitudinis oAp ſinus ſit $= a\left(v - \frac{nab}{\sqrt{(1-\alpha^2 b^2)}}\right) = \frac{a}{c}\left(\sqrt{(c^2 - r^2 + \alpha^2 b^2 r^2)} - \alpha b r\right)$, fiet iſte ſinus ob r reſpectu c vehementer paruum, $= a\frac{-\alpha a b r}{c}$; eiusque coſinus $= \alpha + \frac{a^2 b r}{c}$. Latitudo ergo ſtellae obſeruata diminui debet angulo, cuius ſinus eſt $\frac{abr}{c}$, ſiue latitudo ſit borealis ſiue auſtralis. Haec autem diminutio tantum locum habet cum angulus PAQ ſinum b habet affirmatiuum, hoc eſt cum ſol ad coniunctionem ſtellae accedit: ſeu a tempore oppoſitionis ad coniunctionem vsque. Contra autem a coniunctione ſtellae cum ſole vsque ad oppoſitionem latitudo ſtellae debet augeri ob b negatiuum, atque ad latitudinem obſeruatam ſiue borealem ſiue auſtralem addi debet angulus cuius ſinus eſt $= \frac{abr}{c}$.

§. 50. Vt haec correctio facilius ad calculum aſtronomicum accommodari queat, ſequens adhibeatur regula. Ex canone logarithmorum conſueto excerpantur logarithmi ſinuum cum latitudinis ſtellae obſeruatae, tum diſtantiae ſtellae a puncto in ecliptica ſoli oppoſito ſecundum longitudinem, hique logarithmi addantur et a ſumma auferatur iſte logarithmus 18,7057289. reſiduo logarithmo quaeratur numerus reſpondens ex tabula logarithmorum numerorum naturalium, qui numerus praebebit aequationem latitudinis: quae a latitudine obſeruata ſubtrahi debet, ſi ſtellae locus in ecliptica intra locum ſolis et eius oppoſitionem verſetur; addi vero debet, ſi locus ſtellae in ecliptica intra punctum ſoli oppoſitum ipſumque ſolis locum contineatur.

§. 51.

§. 51. Vt ista operatio exemplo illustretur ponamus stellae cuiusdam latitudinem obseruatam esse $75^\circ, 17', 48''$; longitudinem vero fuisse deprehensam $5\,S, 13^\circ\, 20'\, 55''$: eoque tempore solis longitudinem fuisse $7\,S, 25^\circ, 42', 35''$: computus ergo instituatur vt sequitur

Longitudo ☌ ☉	$7\,S, 25^\circ, 42', 35''$
Longitudo ☍ ☉	$1\,S; 25^\circ, 42', 35''$
subtr. Longitudo stellae	$5\,S; 13^\circ, 20', 55''$
Ergo ang. $QAP =$	$8\,S, 12^\circ, 21', 40''$

seu ang. $QAP = 252^\circ, 21', 40''$ cuius sinus cum sit negatiuus, latitudo obseruata debet augeri per aequationem: ex quo erit b sinus anguli $72^\circ, 21', 40''$: eiusque logarithm. $= 9,9790862$

addatur log. $75^\circ, 17', 48'' =$	$9,9855400$
	$19,9646262$
subtr.	$18,7057289$
	$1,2588973$

Ad latitudinem ergo obseruatam addi debent $18'', 9'''$ vnde vera latitudo erit $75^\circ, 18', 6'', 9'''$.

§. 52. Cum igitur latitudo stellae obseruata est nulla, tum etiam latitudo vera euanescet, vnde stellae in ipsa ecliptica sitae etiam semper in ecliptica apparebunt. Quo magis autem stella quaepiam ab ecliptica est remota, eo magis latitudo apparens discrepare poterit a latitudine vera, ceteris paribus; maxima enim differentia incidit in quadraturas stellae cum sole, estque $\frac{ar}{c}$; quae addi debet in quadratura priore, seu ea, quae post coniunctionem cum sole accidit, in posteriore autem quadratura coniunctionem praecedente subtrahi debet. At cum stella proxime ad polum eclipticae erit obseruata tum ob α quantitatem valde paruum, denotabit autem α finum diftantiae ftellae a polo eccliptîcae obferuatum; alio calculo erit opus. Cum enim fit $a = \sqrt{(1-\alpha^2)} = 1 - \frac{\alpha^2}{2}$ erit finus verae ftellae latitudinis $= a - \frac{a\alpha^2}{2cc} - \frac{\alpha abr}{c} = 1 - \frac{\alpha^2}{2} - \frac{r^2}{2cc} - \frac{\alpha br}{c}$, eiusque cofinus $= \sqrt{(\alpha^2 + \frac{r^2}{cc} + \frac{2\alpha br}{c})}$ qui erit finus verae diftantiae ftellae a polo eccliptîcae

§. 53. Si igitur ftella in ipfo polo eccliptîcae obferuetur, tum reuera ab hoc polo diftabit angulo cuius finus eft $\frac{r}{c}$, qui angulus circiter 20″ conficit. At fi diftantia ftellae a polo obferuata fuerit circiter 20″, vt α fere aequale fit ipfi $\frac{r}{c}$; tum expediet veram ftellae a polo diftantiam definire ex eius finu, qui eft $\sqrt{(\alpha^2 + \frac{r^2}{cc} + \frac{2\alpha br}{c})}$ neque ad radicis extractionem iuuabit approximatione vti. Veluti fi ftella obferuetur a polo eccliptîcae diftare angulo 30″, fitque angulus PAQ rectus feu ftella in pofteriore quadratura, erit $b = 1$ et finus diftantiae verae a polo $= \alpha + \frac{r}{c}$ feu 50″ fin ftella in priore quadratura fuerit obferuata, erit vera diftantia a polo = 10″. In coniunctione autem vel oppofitione reperietur vera diftantia a polo = 36″, cum tamen alias in oppofitione et coniunctione latitudo vera ab obferuata non difcrepet.

§. 54. Videamus nunc quanam correctione longitudo ftellae obferuata indigeat; fupra autem inuenimus ad angulum QAP addi debere angulum PAp, cuius tangens eft $= \frac{\mathfrak{C}r}{\alpha^2 br + \alpha\sqrt{(c^2 - r^2 + \alpha^2 b^2 r^2)}}$ tanto igitur angulo longitudo ftellae obferuata debebit diminui, vt prodeat eius longitudo vera fi quidem anguli PAQ cofinus $\mathfrak{C}$ fuerit affirmatiuus, contra enim addi debet aequatio, fi $\mathfrak{C}$ fiat negatiuum. Quoniam vero r eft valde paruum refpectu c fiet illius

illius anguli tangens $= \frac{\beta r}{\alpha c + a^2 \sigma r - \frac{\alpha r^2}{2c} + \frac{\alpha^3 b^2 r^2}{2c}}$ quae nisi stella proxime ad polum eclipticae fuerit sita abit in hanc $\frac{\beta r}{\alpha c}$. Manente ergo stellae a polo distantia maxima aequatio longitudinis erit in coniunctione et oppositione cum sole, illo quidem casu addi hoc vero subtrahi debet angulus, cuius tangens est $\frac{r}{\alpha c}$: in quadraturis autem haec correctio fit nulla.

§. 55. Haec igitur correctio commode per logarithmos sequenti modo institui poterit; ad logarithmum cosinus anguli QAP addatur 1, 2942710, atque a summa subtrahatur logarithmus cosinus latitudinis stellae obseruatae residui logarithmi quaeratur numerus respondens, qui dabit numerum minutorum secundorum addendum vel subtrahendum longitudini obseruatae, prout stella vel coniunctioni solis vel oppositioni fuerit propior. Sic in exemplo §. 51. allato est ang. QAP = 252°, 21′, 40″ cuius cosinus est negatiuus, vnde longitudo obseruata augeri debebit. Iste autem cosinus congruit cum sinu anguli 17°, 38′, 20″ cuius logarith. = 94814666

add.	1, 2942710
	10, 7757376
auferat. log. sin. 14°, 42′, 12″	9, 4045158
	1, 3712218

hinc aequatio prodit 23″, 30‴, quae ad longitudinem obseruatam addi debet, ita vt vera longitudo sit 5 S, 13°, 21′, 18″, 30‴.

§. 56. Aliter autem correctio erit instituenda, si stella polo eclipticae fuerit proxima, ita vt sinus eius distan-

distantiae ab hoc polo α tam sit paruus vt prae termino αc reliqui termini non euanescant, tam enim a longitudine obseruata angulus subtrahi debebit, vel ad angulum QAP addi debebit angulus cuius tangens est $= \frac{\frac{\varepsilon r}{c}}{\alpha + \frac{a^2 b r}{c}}$ Quare si α omnino euanescat, fiatque $a = 1$, anguli addendi PAp tangens erit $= \frac{\varepsilon}{b}$; quare cum anguli QAP tangens sit $= \frac{b}{\varepsilon}$, fiet angulus QAp rectus. Stellae igitur in ipso polo ecclipticae visae latitudo erit diminuenda 20. sec. eiusque longitudo 90. gradibus superabit longitudinem solis.

§. 57. Quaestio hic moueri potest non inelegans, qua quaeratur, quo situ stella in ipso ecclipticae polo reuera posita quouis tempore spectatoribus terrestribus apparere debeat. Quum igitur verae huius stellae latitudinis sinus sit 1, habebitur ista aequatio $1 = \frac{a}{c}(\sqrt{(c^2 - r^2 + \alpha^2 b^2 r^2)} - abr)$ seu $c + \alpha abr = a\sqrt{(c^2 - r^2 + \alpha^2 b^2 r^2)}$ vnde sumtis quadratis fit $\alpha^2 c^2 + 2\alpha abcr + a^2 r^2 = 0$, ex qua aequatione oritur tangens distantiae apparentis huius stellae a polo ecclipticae $= \frac{\alpha}{a} = \frac{-br + r\sqrt{(b^2 - 1)}}{c}$. Hinc igitur patet stellam talem polarem ex terra nunquam alio situ conspici posse, nisi sit $bb = 1$, hoc est nisi in quadratura cum sole priore, quae post coniunctionem contingere solet. Hoc autem casu fit $b = -1$ atque haec stella a polo angulo cuius tangens est $\frac{r}{c}$ seu angulo 20″ distare perpetuo obseruabitur. Ex quo haec stella circa verum polum circulum spatio vnius anni absoluere cernetur, cuius radius erit 20″.

§. 58.

§. 58. Diligenter igitur cauendum eſt, ne haec ſtellarum variatio annua a motu lucis ſucceſſiuo oriunda cum parallaxi confundatur. Expediet ergo ad parallaxin annuam ſtellarum fixarum commodiſſime inueſtigandam ſtella fixa vti, quae in ipſa ecclipticа ſit ſita, quia eiusmodi ſtellarum latitudo non alteratur. Deinde longitudo huius ſtellae bis eſt obſeruanda eodem anno, quando ea cum ſole in quadraturis deprehenditur, his enim caſibus longitudo obſeruata a vera non diſcrepat. Ita ſi fuerit Tt orbita terrae, S ſol et O ſtella fixa in plano eccliptіcae ſita, obſeruetur ea primum in □ cum terra eſt in T angulusque OTS vel reuera rectus vel proxime; deinde obſeruetur eadem ſtella cum terra verſatur in t exiſtente angulo OtS iterum fere recto. His factis dati erunt anguli OTS et OtS fere recti, itemque ex theoria terrae per obſeruationes corrigenda angulus TSt, ex quibus definiri poterit diſtantia SO per ſemidiametros orbis magni. Tab. III. fig. 1.

§. 59. Hac igitur ratione obſeruationes ſtellarum fixarum ſunt corrigendae; alia autem correctione eſt opus pro obſeruationibus planetarum, quippe qui non quieſcent, ſed pariter ac terra circa ſolem reuoluuntur. Pertinet igitur haec correctio ad caſum quartum, quo tam obiectum quam ſpectatorem in motu collocamus. Moueatur igitur obiectum O in recta OV celeritate aequabili s ſpectator vero A promoueatur ſecundum directionem AE celeritate $=r$; ſint autem rectae OV et AE in eodem plano poſitae, quoniam haec potiſſimum ad motum planetarum ſumus accommodaturi qui fere in eodem plano circa ſolem rotantur, in quo ſita eſt orbita terrae. Emittat obiectum, dum in O verſatur radium, qui incidat in oculum ſpectatoris fig. 2.

toris in A constituti, et hancobrem concipiatur radius O F quem obiectum emissurum fuisset celeritate c si in O quieuisset, hicque radius, postquam motum obiecti recepit, oculum spectatoris in A feriat; hoc itaque fiet; si fuerit completo parallelogrammo $OF : OV = c : s$; radiusque OA perueniet ad spectatorem celeritate $= \frac{c.AO}{OF}$.

§. 60. Radius OA autem qui in oculum A celeritate r in directione AE motum impingit, eundem praestat effectum, ac si in directione QA in oculum quiescentem incideret, existente OAEQ parallelogrammo, ac $OA : AE = \frac{c.AO}{OF} : r$; vnde erit $OF : AE : OV = c : r : s$. Videbit ergo spectator in A obiectum in directione AQ, ideoque sub angulo ad sui motus directionem QAE. Dum autem radius ex obiecto in O existente ad spectatorem vsque peruenit, ipsum interea obiectum processit in V ita vt sit $OF : OV = c : s$ ex quo spectator obiectum videre deberet hoc ipso momento in directione AV; discrepat ergo locus a spectatore visus AQ a loco vero AV angulo QAV hicque angulus erit correctio ad situm obseruatum QAE addenda. Quantus igitur sit iste angulus videamus, constat quidem ex duabus partibus QAO et OAV, quae addi debent, si quidem motus obiecti et spectatoris tendant in plagas contrarias, vti in figura assumimus.

§. 61. Sit anguli QAE, sub quo obiectum spectatori apparet, sinus $= m$, cosinus $= \mu$, ponanturque lineae $OF = AV = c$; $AE = OQ = r$; et $AF = OV = s$. Ex O in AQ demittatur perpendiculum Op, erit $\frac{Op}{OQ} =$ sin. $OQA =$ sin. $QAE = m$, adeoque $Op = mr$ et et $Qp = \mu r$. Producatur VO, donec AQ ſecet in q, ſitque anguli QOq, qui inclinationem directionum OV ad AE exprimit verſus plagam AE, ſinus $= n$, coſinus $= \nu$, erit ang. Oqp ſinus $= m\nu + \mu n$. Hinc itaque oritur $m\nu + \mu n : QO\ (r) = m : Oq\ \left(\frac{mr}{m\nu + \mu n}\right)$. Nunc ex V demittatur in AQ perpendicularis V P, erit ob triangula qOp et qVP ſimilia:

$$qO : Op = qV : VP$$

$$\frac{mr}{m\nu + \mu n} : mr = \frac{mr}{m\nu + \mu n} + s : mr + s(m\nu + \mu n).$$

Vnde anguli QAV erit ſinus $= \frac{VP}{AV} = \frac{mr + s(m\nu + \mu n)}{c}$ vel ſi anguli VqA, quem directio obiecti cum radio viſuo conſtituit, dicatur ſinus $= q$ erit anguli QAV ſinus $= \frac{mr + qs}{c}$.

§. 62. Conſentit iſta formula cum omnibus praecedentibus easque tanquam caſus ſpeciales ſub ſe complectitur. Namque ſi vti caſu primo ſpectator et obiectum quieſcant, tum ob r et $s = 0$ fit aberratio $= 0$. Atque ſi vti in caſu ſecundo ſpectator quieſcat obiectum vero in directione OV promoueatur, tum ſinus anguli QAV fit $= \frac{qs}{c}$ denotante q ſinum anguli, quem radius viſuus AQ cum directione motus obiecti conſtituit. Denique ſi obiectum in quiete ponatur, ſpectator vero moueatur, qui erat caſus tertius, tum fit vti inuenimus ſinus anguli aberrationis QAV $= \frac{mr}{c}$. Intelligitur porro ſi r et s ſint valde paruae reſpectu ipſius c, tum angulum cuius ſinus eſt $\frac{mr + qs}{c}$ proxime fore aequalem ſummae angulorum, quorum ſinus ſint $\frac{mr}{c}$ et $\frac{qs}{c}$, ex quo correctiones quae ſeorſim cum ex motu obiecti tum ex motu ſpectatoris oriuntur, coniungere licet.

§. 63.

§. 63. Si obiectum O in eadem recta O V sed in plagam oppositam a r progrediatur, tum eius celeritas s negatiue debet accipi: atque angulus aberrationis loci apparentis a vero erit $= \frac{mr - qs}{c}$, licet enim, si r et s prae c sint vehementer paruae, ipsum angulum seu arcum loco sinus substituere. Fieri igitur potest vt aberratio evanescat locusque apparens cum vero congruat. Hoc scilicet eueniet, si fuerit $r : s = q : m =$ O Q : O q. At erit $r : s =$ AE : AF; vnde recta E F erit radio A Q parallela. Ponamus directiones A E et V O concurrere in Z, erit A E : A F $=$ A Z : q Z vel O Z. Cum ergo obiectum O et spectator A mouentur versus punctum Z celeritatibus rationem distantiarum a puncto Z proportionalibus, locus apparens cum vero congruet.

§. 64. Applicemus hanc doctrinam ad obseruationes planetarum corrigendas, quos in circulis concentricis circa solem motu vniformi ferri ponamus, ipsasque orbitas in plano ecclipticae sitas; excentricitas enim, motus inaequabilitas et inclinatio orbitarum, quoniam hae res satis sunt exiguae, insensibile discrimen in correctionem a motu lucis oriundam inferent. Quoniam igitur celeritates planetarum in suis orbitis tenent rationem reciprocam subduplicatam distantiarum a sole, distantiae autem ita se habent vt sit

log. dist. ♄ a ☉ $=$ 6, 9794600
log. dist. ♃ a ☉ $=$ 6, 7160965
log. dist. ♂ a ☉ $=$ 6, 1829850
log. dist. ♁ a ☉ $=$ 6, 0000000
log. dist. ♀ a ☉ $=$ 5, 8593365
log. dist. ☿ a ☉ $=$ 5, 5878232

celeri-

celeritates planetarum ad celeritatem lucis naturalem c applicatae ita ſe habebunt:

$$l\frac{c}{\text{cel. }♄} = 4,5098840$$

$$l\frac{c}{\text{cel. }♃} = 4,3782022$$

$$l\frac{c}{\text{cel. }♂} = 4,1116465$$

$$l\frac{c}{\text{cel. }♁} = 4,0201540$$

$$l\frac{c}{\text{cel. }♀} = 3,9498222$$

$$l\frac{c}{\text{cel. }☿} = 3,8140656$$

Vtemur enim potiſſimum logarithmis harum quantitatum; quia hoc modo ipſa correctio obſeruationum in minutis ſecundis facillime obtinetur. Denique cum hae correctiones ſint ſatis paruae, tuto affirmare poterimus planetas, dum radii ab iis ad nos vsque perueniunt, interea in directum progredi.

§. 65. Incipiamus a planetis ſuperioribus, ſitque S ſol, T terra in ſua orbita ſita atque O*o* orbita planetae cuiusdam ſuperioris. Obſeruetur in terra T planeta indirectione TO, ſitque celeritas terrae in directione TE ſecundum ſignorum ſeriem $= r$; celeritas planetae autem in directione tangentis $OQ = s$: noteturque punctum A quod ſoli eſt oppoſitum. Ponatur anguli OTE, ſub quo planeta conſpicitur ſinus $= m$, coſinus $= \mu$, erit ob angulum ATE rectum, μ ſinus anguli ATO, quo planeta ab oppoſi- Tab. III. fig. 3.

ſtione ſolis A verſus conſequentia diſtare obſeruatur, m vero erit eiusdem diſtantiae coſinus. Nunc ad angulum QOT inueniendum, quem directio radii OT cum directione motus planetae conſtituit, ſit diſtantia terrae a ſole $TS = a$, diſtantia planetae a ſole $OS = b$, erit b : ſin. $OTS(\mu) = a$: ſin. TOS $(\frac{\mu a}{b})$, vnde anguli TOQ ſinus erit $= \sqrt{(1 - \frac{\mu^2 a^2}{b^2})}$.

§. 66. Cum autem ſit ex natura motus planetarum $r : s = \frac{1}{\sqrt{a}} : \frac{1}{\sqrt{b}}$ erit $r^4 : s^4 = b^2 : a^2$, atque ſinus anguli $TOQ = \sqrt{(1 - \frac{\mu^2 s^4}{r^4})} = 1 - \frac{\mu^2 s^4}{2 r^4}$ ob $r > s$ et $\mu < 1$. Sit nunc verus planetae locus TV, verusque angulus, ſub quo planeta cerni deberet VTE, ſuperans angulum apparentem OTE angulo VTO, erit anguli huius VTO ſinus $= \frac{mr}{c} - \frac{s}{c} \sqrt{(1 - \frac{\mu^2 s^4}{r^4})} = \frac{mr}{c} - \frac{s}{c} \sqrt{(1 - \frac{\mu^2 a^2}{b^2})}$. Ex quo diſtantia planetae a loco oppoſitionis ſolis A obſeruata diminui debet angulo, cuius ſinus eſt $\frac{mr}{c} - \frac{s}{c} \sqrt{(1 - \frac{\mu^2 a^2}{b^2})}$, ſeu ſi poſterior terminus priorem ſuperet, augeri debet diſtantia planetae ab oppoſitione ſolis verſus conſequentia ſumta angulo, cuius ſinus eſt $\frac{s}{c} \sqrt{(1 - \frac{\mu^2 a^2}{b^2}} - \frac{mr}{c}$. Vel, quod perinde eſt, tanto angulo longitudo planetae obſeruata augeri debet.

§. 67. Si planeta obſeruetur in ipſa oppoſitione ſolis A, fiet $\mu = 0$ et $m = 1$: vnde longitudo planetae obſeruata augeri debet angulo, cuius ſinus eſt $= \frac{s}{c} - \frac{r}{c}$, vel cum $r > s$, longitudo obſeruata diminui debet angulo, cuius ſinus eſt $\frac{r-s}{c}$, ſin planeta in coniunctione cum ſole obſeruetur, fiet $m = -1$ et $\mu = 0$, tum igitur longitudo obſeruata augeri debebit angulo, cuius ſinus eſt $\frac{s+r}{c}$: haecque erit maxima correctio adhibenda. Obſeruetur autem

tem planeta in alterutra quadratura, tum ob $m = 0$ et $\mu = \pm 1$, longitudo planetae augeri debebit angulo, cuius sinus est $\frac{s}{c} \surd (1 - \frac{a^2}{b^2})$. Generatim autem haec adhibeatur regula, subtrahatur locus soli oppositus a loco planetae in ecliptica obseruatae, residuique arcus sinus ponatur μ, cosinus $= m$: tum quaeratur angulus, cuius sinus sit $\frac{\mu a}{b}$, eiusdemque anguli cosinus ponatur $= q$: quo facto aequatio ad longitudinem planetae obseruatam addenda erit $\frac{qs}{c} - \frac{mr}{c}$, ipsum enim arcum loco sinus substituimus.

§. 68. Computus autem facillime instituetur quaerendo valores expressionum $\frac{qs}{c}$ et $\frac{mr}{s}$ seorsim, quae cum sint sinus vel multipla sinuum, instar sinuum consiuerari poterunt. Quia autem anguli iis sinibus aequales quaeruntur, sumantur logarithmi quantitatum $\frac{qs}{c}$, $\frac{mr}{c}$ ex tabula sinuum ab iisque auferatur logarithmus, 4, 6855749; quo facto residui logarithmi in tabula logarithmorum numerorum naturalium quaeratur numerus respondens; qui dabit angulum quaesitum in minutis secundis. Est autem $l\frac{c}{r} =$ 4, 0201540 et $l\frac{c}{s}$ pro dato planeta ex tabula superiore debet sumi, vnde etiam relatio distantiarum a et b seu fractio $\frac{a}{b}$ est petenda.

§. 69. Dum locus solis est 9 S, 15°, 37′, 45″ obseruatur Iouis longitudo 1 S, 20°, 8′, 25″ quaeriturque longitudo vera. Ante omnia autem notandum est in calculo minuta secunda tuto negligi posse, quia ne minutis quidem neglectis aequatio desiderata variatur. Calculus vero ita se habet

a long. ♃ — 1 S, 20°, 8′
ſubtr. ☍ ☉ — 3 S, 15°, 37′
304°, 31′ = 10 S, 4°, 31′
cuius ſinus μ = − ſin. 55°, 29′ et
coſinus m = + ſin. 34°, 31′

Porro log. b = 6, 7169065
log. a = 6, 0000000

$l\,\frac{b}{a}$ = 0, 7160965
$l\,\mu$ = 9, 9159069

$l\,\frac{\mu a}{b}$ = 9, 1998104 = log. ſinus
cui reſpond. log. coſinus ſeu $l\,q$ = 9, 9944789
atque eſt $l\,m$ = 9, 7533118
Deinde eſt $l\,\frac{c}{r}$ = 4, 0201540
et $l\,\frac{c}{s}$ = 4, 3782022

Ergo $l\,q$ = 9, 9944789
ſubtr. $l\,\frac{c}{s}$ = 4, 3782022

5, 6162767
ſubtr. 4, 6855749

0, 9307018 ergo $\frac{qs}{c}$ = 8″, 31‴

Ac $l\,m$ = 9, 7533118
ſubtr. $l\,\frac{c}{r}$ = 4, 0201540

5, 7331578
ſubtr. 4, 6855749

1, 0475829 ergo $\frac{mr}{c}$ = 11″, 6‴,

vnde $\frac{qs - mr}{c}$ = − 2″, 35‴, ex quo vera Iouis longitoto Geocentrica erit 1 S, 20°, 8′, 22″, 25‴

§. 70.

§. 70. Cum maxima differentia inter locum obſervatum et verum eueniat, cum planeta eſt in coniunctione cum ſole, videamus quanta ea ſit in tribus planetis ſuperioribus, quibus adiiciamus correctiones in quadraturis et oppoſitione adhibendas.

In coniunctione ♄ cum ☉ differentia eſt $26''$, $4'''$
In coniunctione ♃ cum ☉ differentia eſt $28''$, $18'''$ } addenda
In coniunctione ♂ cum ☉ differentia eſt $35''$, $35'''$

In oppoſitione ♄ et ☉ differentia eſt $13''$, $18'''$
In oppoſitione ♃ et ☉ differentia eſt $11''$, $4'''$ } auferenda
In oppoſitione ♂ et ☉ differentia eſt $3''$, $47'''$

In quadrat ♄ et ☉ differentia eſt $6''$, $20'''$
In quadrat ♃ et ☉ differentia eſt $8''$, $28'''$ } addenda
In quadrat ♂ et ☉ differentia eſt $12''$, $2'''$

Inter oppoſitionem ergo et quadraturas dabitur locus, in quo aequatio eſt nulla, planetaque in vero loco conſpicitur: euenit autem hoc quando anguli ATO tangens obſeruatur $\frac{b}{\sqrt{a(a+b)}}$ idque vtrinque circa oppoſitionem.

§. 71. Reſtant nobis planetae inferiores ambo Venus et Mercurius, quorum motum apparentem vt corrigamus, ſit T locus terrae in quo habeat celeritatem r ſecundum tangentem TE ſuae orbitae: exiſtat ſol in S centro tum orbitae terrae tum etiam orbitae OAo planetae inferioris O. Sit ſemidiameter orbitae terrae $ST = a$, orbitae planetae $OS = AS = b$, atque appareat planeta ſpectatori in terra conſtituto in directione TO ſub angulo OTE cuius ſinus ſit $= m$, coſinus $= \mu$. Erit ergo planetae elongationis a ſole verſus conſequentia ſeu anguli OTS Tab. III. fig. 4.

 ſinus

finus $= -\mu$, cofinus $= m$. Quare cum in triangulo TOS dentur latera SO $= b$, ST $= a$ et angulus STO erit $b : -\mu = a :$ fin. TOS, feu fin. TOS $= \frac{-\mu a}{b}$, cuius anguli cofinus erit $= \sqrt{(1 - \frac{\mu^2 a^2}{b^2})}$ qui fimul erit finus anguli TOQ, quem radius vifiuus cum directione motus planetae conftituit.

§. 72. Exprimat s celeritatem planetae, quam habet fecundum directionem tangentis OQ orbitae fuae, qui motus vti in figura repraefentatur, cum fit motui terrae contrarius, verus planetae locus erit in directione TV angulum maiorem cum TE conftituente, quam directio apparens OT, ex quo ad locum planetae in ecclíptica obferuatum addi debet angulus OTV cuius finus fit $= \frac{mr}{c} + \frac{s}{c} \sqrt{(1 - \frac{\mu^2 a^2}{b^2})}$. Quare a loco planetae in ecclíptica obferuato fubtrahi debet locus folis, arcusque refidui cofinus ponatur $= m$; finus vero $= \mu$ fiue affirmatiuus fiue negatiuus fit perinde eft. Tum quaeratur angulus, cuius finus fit $= \frac{\mu a}{b}$, eiusdemque cofinus ponatur $= q$, quo facto ad longitudinem planetae obferuatam addatur angulus $\frac{mr}{c} + \frac{qs}{c}$; prodibitque longitudo planetae vera geocentrica; ac vera planetae elongatio a fole.

§. 73. Haec ita fe habent, quando planeta fub directione TO vifus magis a terra remotus eft quam fol, ac loco B poft folem in fua orbita eft propior; at cum planeta in eadem directione To confpicitur, propior autem terrae eft quam fol, tum alia correctio eft inftituenda. Hoc enim cafu angulus Toq, quem directio vifa cum directione motus oq conftituit, aequalis quidem eft angulo

TOQ

TOQ, at quia celeritas $o q$ conspirat cum motu terrae
erit angulus oTv, quo longitudo apparens augeri debet $=$
$\frac{mr}{c} - \frac{s}{c}\sqrt{(1-\frac{\mu^2 a^2}{b^2})} = \frac{mr}{c} - \frac{qs}{c}$.

§. 74. Maxima ergo aequatio locum habet, quando
planeta post solem in B conspicitur, tum enim $m=1$ et
$\mu=0$, vnde longitudo apparens nimis est parua angulo
$\frac{r}{c}+\frac{s}{c}$. In altera autem coniunctione qua planeta
recte intra solem et terram conspicitur, longitudo obser-
vata diminui debet angulo $\frac{s}{c}-\frac{r}{c}$, quia $s>r$. In maxi-
ma vero planetae elongatione a sole visa, quae proxime
contingit cum $\frac{\mu^2 a^2}{b^2}=1$ seu $\mu^2=\frac{b^2}{a^2}$ et $m=\sqrt{(1-\frac{b^2}{a^2})}$; erit
aequatio longitudini obseruatae addenda $=\frac{r}{c}\sqrt{(1-\frac{b^2}{a^2})}$; quae
ergo cum planeta in orbitae suae semisse AOB versatur
ad elongationem a sole obseruatam addi, at cum plane-
ta in altera semisse deprehenditur subtrahi debet. Cum
igitur vera elongatio maxima eueniat cum anguli VTS
sinus sit vel $+\frac{b}{a}$ vel $-\frac{b}{a}$, sit tum anguli apparentis
OTS sinus $=\mu$ cosinus $=m$, erit $\mu+\frac{mr}{c}\sqrt{(1-}$
$\frac{b^2}{a^2})=\frac{b}{a}$ et $\mu=\frac{b}{a}-\frac{r}{c}(1-\frac{b^2}{a^2})$; in altera autem elon-
gatione maxima versus D fiet $\mu=\frac{b}{a}+\frac{r}{c}(1-\frac{b^2}{a^2})$. ma-
gis igitur a sole elongari obseruabitur versus D quam ver-
sus C.

§. 75. Obseruatus sit mercurius in ecliptica 4 S, 19°, 31′, 15″, dum sol esset in 3 S, 27°, 14′, 55″, atque tum mercurius longius distet a terra quam sol. Quare

a longitudine	☿	4 S, 19°, 31′
subtrahatur locus	☉	3 S, 27°, 15′
residuum		0 S, 22°, 16′

ergo

ergo $m =$ sin. $67°, 44'$, et $\mu =$ sin. $22°, 16'$.

Poro erit	$l\,\mu$	$= 9,5785450$
addatur	$l\,a$	$= 6,0000000$
		$15,5785450$
subtr.	$l\,b$	$= 5,5878232$
$l\frac{\mu a}{b}$		$= 9,9907218$
Hinc fit	$l\,q$	$= 9,3106849$
subtr.	$l\frac{c}{s}$	$= 3,8140656$
		$5,4966193$
auferatur		$4,6855749$
		$0,8110444$

ergo $\frac{qs}{c}$ dabit $6'', 28'''$

Cum iam sit	$l\,m$	$= 9,9663437$
subtrah.	$l\frac{c}{r}$	$= 4,0201540$
		$5,9461897$
auferatur		$4,6855749$
		$1,2606148$

vnde $\frac{mr}{c}$ praebet $18'', 13'''$.

Quocirca longitudo obseruata augeri debet angulo $\frac{mr}{c} + \frac{qs}{c} = 24'', 41'''$. At si mercurius terrae propior fuisset quam sol, in eadem autem directione apparuisset, tum ad longitudinem addi deberet $\frac{mr}{c} - \frac{qs}{c} = 11'', 45'''$.

§. 76. Aequationes autem veneris et mercurii in coniunctionibus atque elongationibus maximis ita se habent.

In

		Aequatio	
In coniunctione ſuperiore	♀ et ⊙.	42″, 50‴	add.
In coniunctione ſuperiore	☿ et ⊙.	51″, 20‴	
In coniunctionn inferiore	♀ et ⊙.	3″, 28‴	ſubtr.
In coniunctione inferiore	☿ et ⊙.	11″, 58‴	
In elongatione max.	♀ et ⊙.	13″, 36‴	add.
In elongatione max.	☿ et ⊙.	18″, 9‴	

Ope regularum itaque hic traditarum obſeruationes tam ſtellarum fixarum quam planetarum ab iis erroribus, qui ex propagatione lucis ſucceſſiua oriuntur, poſſunt liberari, earumque loco vera ſiderum loca geocentrica quidem definiri. Neque vero in his determinationibus multum inter eſt vtra hypotheſis propagationis lucis aſſumatur, cum diſcrimen oriatur inſenſibile. Ceterum ſi lux vel celerius vel tardius propagetur, quam hic aſſumſimus, omnes aberrationes in eadem ratione debebunt vel diminui vel augeri. Denique ſi lux tempore opus habet definito, quo per datum interuallum transuehatur, nullum ſyſtema mundi, in quo terra immota ponitur, conſiſtere poteſt; id quod nouum eſt argumentum pro hypotheſi Copernicana.