

MEDITATIONES IN QUÆSTIONEM

AB ILLUSTRISSIMA
ACADEMIA REGIA PARIS. SCIENTIARUM,

Pro anno 1747. cum Præmio duplicato

PROPOSITAM.

*Quibusnam observationibus mari, tam interdiu quam noctu,
itemque durante crepusculo verum temporis momentum
commodissimè & certissimè determinari queat?*

Arbor non uno sternitur iatu.

I.

EXPLICATIO INSTITUTI

§. I.



UAMVIS accurata hujus quæstionis
solutio non parùm ad inventionem lon-
gitudinis conferre videatur, quoniam
ex discrimine temporum in diversis lo-
cis simul observatorum differentia inter
eorum longitudines aptissimè concluditur; tamen hæc
quæstio, etiam remoto hoc summo perfectionis gradu, in

Prix. 1747.

P.

114 MEDITATIONES MECHANICÆ

omni navigatione non solum est utilissima, sed etiam maximè necessaria, nihil enim in navi suscipitur, quod quidem ad ejus cursum pertineat, quin plurimum intersit verum temporis momentum nosse, quo id factum sit. Verum superfluum foret h̄ic dignitatem & utilitatem istius quæstionis collaudare velle, cùm ipsa Academia Regia, repetitâ ejus propositione, simul summum ejus usum declareret.

§. 2. Cùm tempus à meridie cujusque diei, vel à media nocte mensurari ac numerari soleat, patet in navi quando temporis momentum quæritur, numerum horarum ac minutorum desiderari, quæ vel à meridie vel à media nocte ejus loci, ubi navis tunc versatur, sint elapsa. Cùm enim Academia tempus non per horologia definire jubeat, sed per solas observationes, perspicuum est non requiri mensuram durationis à quopiam temporis momento cognito; sed verum tempus Astronomicum quod observationes pro eo loco & tempore exhibeant; vel quod horologium solare, siquidem in usum adhiberi posset, esset indicaturum.

§. 3. Si quidem navis vel quiesceret, vel sub eodem meridiano progrederetur, non aliud intercederet discriminem inter mensuram temporis reverâ præterlapsi & temporis Astronomici, nisi quod ex æquatione temporis nasceretur. Sin autem navis continuò secundū longitudinem promoveatur, manifestum est, hos duos temporis mensurandi modos, inter se plurimum discrepare posse. Sin enim fieri posset, ut navis 24 horarum totum terræ ambitum conficeret, solemque constanter in meridiano constitutum aspiceret; Astronomicè tempus mensurando perpetuus deprehenderetur meridies, quotcumque etiam horæ præterlabantur.

§. 4. Triplicem igitur in navigatione temporis mensuram constitui oportet, quarum prima in æquabili temporis defluxu consistit, secundū quam, verbi gratiâ, horæ

quæ à momento momentum da
cundus tempus
quo hora petitu
eo momento, c
servatus, effluxo
longitudinem n
modus, dinume
meridies sub eo
sunt præterlapsæ

§. 5. Trium i
mus quamquam
hic tamen non a
gia requirit, neq
tui potest, si quic
Interim tamen v
cundum vel tertii
intervallum conf
interea processer
tudinum respond
demitum, dabit v

§. 6. H̄ic igitu
temporis assignan
dem duo modi pl
bunt, nisi forte n
ubi brevi tempor
fieri potest. Præte
versi, tamen non
que instar unius c
neris à nave confe
quantum navis ali
dinem vel latitudi
re assignari queat.

ma, sed etiam ma-
scipitur, quod qui-
urim interfit ve-
l factum sit. Verum
atem istius quæstio-
mia Regia, repeti-
us usum declarat.
ie diei, vel à media
atet in navi quando
um horarum ac mi-
e vel à media nocte
elapsa. Cùm enim
definire jubeat, sed
non requiri mensu-
momento cognito;
d observationes pro-
od horologium so-
, effet indicaturum.
vel sub eodem me-
ercederet discriminem
erlapsi & temporis
temporis naſceretur.
longitudinem pro-
temporis mensuran-
re posse. Sin enim
cum terræ ambitum
ridiano constitutum
ſurando perpetuus
que etiam horæ præ-
ne temporis mensu-
n æquabili temporis
verbi gratiâ, horæ

quæ à momento, quo navis ē portu est egressa ad quodvis momentum datum reverā sint elapsæ, numerantur. Se- cundus tempus mensurandi modus ad meridiem ejus diei, quo hora petitur, spectat; eoque quæritur quot horæ ab eo momento, quo meridies proximè præcedens fuit ob servatus, effluxerint: etiamsi interea navis situm secundum longitudinem mutaverit. Tertius autem tempus metiendi modus, dinumerat horas, quæ ab eo momento, in quod meridies sub eo meridiano, ubi navis jam versatur, incidit, sunt præterlapsæ.

s. 5. Trium horum tempus describendi modorum, pri- mus quamquam solus, veram temporis notionem præbet, hic tamen non attenditur, quoniam exquisitissima horolo- gia requirit, neque per solas Observationes cœlestes insti- tui potest, si quidem observationes eclipsium excipiamus. Interim tamen vera temporis duratio ex tempore per se- cundum vel tertium modum definito concludi potest. Si intervallum constet, quo navis secundum longitudinem interea processerit. Tempus enim quod differentiæ longi- tudinum respondet, tempori observato vel additum vel demum, dabit verum temporis intervallum.

s. 6. Hic igitur mihi tantum ad secundum ac tertium temporis assignandi modum erit respiciendum: qui qui- dem duo modi plerumque parum à se invicem discrepa- bunt, nisi forte navis propè alterutrum polum versetur, ubi brevi temporis spatio satis magna longitudinis mutatio fieri potest. Præter hunc casum bini isti modi, et si sunt di- versi, tamen non difficulter alter ad alterum reduci, sic que instar unius considerari poterunt. Æstimatio enim iti- neris à nave confecti, jam eò usque perfecta videtur, ut quantum navis aliquot saltem horarum spatio vel longitu- dinem vel latitudinem immutayerit sine perceptibili erro- re assignari queat.

116 MEDITATIONES MECHANICÆ

E 1

§. 7. Observationes autem per se tempus tertio tantum modo ostendunt, in quovis enim loco, ubicumque navis confiterit: aspectus cœli perpetuò eam horam designat, quæ à meridie ejusdem loci numeratur. Quando ergo navis ab eo tempore quo verus meridies fuit observatus, ad aliam longitudinem pervenerit, tum tempus differentia longitudinum debitum temporis tertio modo assignata addi vel demi debet, ut obtineatur mensura temporis secundo modo descripti. Facilè autem perspicitur, etiam si in estimatione differentia longitudinum haud levis error fuerit commissus, tamen hinc temporis determinationem non sensibiliter perturbari.

§. 8. Quæstione ergo ad determinationem temporis tertio modo sumti perductâ, definiendum est, cujusmodi observationibus, ad hoc præstandum, uti conveniat. Atque hic quidem statim pleraque observationum genera, quæ in continentibus institui solent, hinc excludi debent. In mari enim neque transitus astrî per meridianum, neque per datum verticalem observari potest, neque eas observations instituere licet quæ exactissimum horologium requirunt. Relinquuntur ergo potissimum sole observationes altitudinum, quibus proinde in hoc negotio tantum utar.

§. 9. Hic igitur assumo ejusmodi jam inventa esse instrumenta, quibus tam solis altitudo interdiu, quam stellarum altitudines noctu satis accuratè observari queant. Cùm enim hæc ipsa quæstio jam sit ab illuſtr. Academia proposita, atque hac occasione plura eximia instrumenta altitudinibus observandis apta sint excogitata, temerarium videri possit hoc negotium denuò fuscipere. Interim tamen ne ullam officii partem deseruisse videar, quædam instrumenta hic describam, quæ forte ad præsens institutum optato successu haud carebunt.

§. 10. Quoniam denique non eo solum momento, quo

observatio institui præcipue ut tempora, modò intervalla emendentur; ne spatia satis exactèrum vel horologiorum inventorum fieri posse hic affi evolvendo elabo-

§. 11. Navem tam esse pono, quæ intervalla accuratè liceat: tum verò exiguis temporis i quæ latitudinis si pro majoribus temporibus non posse concedi variatio longitudinis accuratiùs ex quæ ex observationibus in majoribus di-

§. 12. His igitur monstrabo, quæ deris altitudo idonea debeat: quod argu pertractatum, breviter tantum descriptio rum, quæ forte iudicio dabo. Deinde plura altitudinum verarum negotium cum pa quæstioni illustrissimum confido, si sele

tempus tertio tantum
ubicunque navis
in horam designat,
Quando ergo na-
suit observatus, ad
tempus differentiae
modo assignata ad-
sura temporis secun-
spicitur, etiamsi in
haud levis error fue-
terminacionem non

tionem temporis ter-
tum est, cujusmodi ob-
ti conveniat. Atque
onum genera, quæ
ludi debent. In mari-
num, neque per da-
ue eas observationes
rologium requirunt.
observationes altitu-
tio tantum utar.

m inventa esse instru-
terdiu, quam stella-
e observari queant.
ab illuſtr. Academia
a eximia instrumenta
cogitata, temerarium
fuscipere. Interim ta-
sse videar, quædam
e ad præsens institu-
olūm momento, quo

observatio instituitur, temporis assignatio desideratur, sed
principiè ut tempora tam antecedentia quam consequen-
tia, modò intervallum non sit nimis magnum, hoc modo
emendentur; necesse est, ut hujusmodi brevia temporis
spatia satis exactè mensurari queant; quod vel clepsydra-
rum vel horologiorum portatilium vel aliorum nuper de-
mùm inventorum instrumentorum beneficio, satis exactè
fieri posse hic affumo, neque in hoc argumento amplius
evolvendo elaborabo.

s. 11. Nayem igitur jam ejusmodi instrumentis instruc-
tam esse pono, quibus saltem non nimis magna temporis
intervalla accuratè secundum horas & minuta demetiri
liceat: tum verò pariter pono, ex cursu navis pariter pro
exiguis temporis intervallis, variationem tam longitudinis
quam latitudinis satis exactè assignari posse; etiamsi hoc
pro majoribus temporis intervallis sine enormi errore fieri
non posse concedam, similiter scilicet modo, quo in terra
varatio longitudinis ac latitudinis in parvis distantiis mul-
tò accuratiùs ex itineris aestimatione concludi potest,
quam ex observationibus astronomicis, cùm tamen sine
his in majoribus distantiis nihil certi cognosci queat.

s. 12. His igitur circumstantiis perpensis, primùm
monstrabo, quemadmodum quovis tempore cujusque si-
deris altitudo idoneorum instrumentorum ope observari
debeat: quod argumentum cùm jam sit uberrimè ab aliis
pertractatum, brevitati maximè studebo, atque imprimis
tantum descriptioni quorundam novorum instrumento-
rum, quæ forte in mari utilitate non carebunt, operam
dabo. Deinde plures modos describam ex observatione
altitudinum veram diei noctisve horam colligendi; quod
negotium cùm pariter ab aliis ferè exhaustum videatur,
quæstioni illustrissimæ Academiæ me pleniùs satisfactu-
rum confido, si selectum ejusmodi observationum, quibus

118 MEDITATIONES MECHANICÆ

quam minimo errore scopus obtineatur, indicavero, simulque quando aliquot observationibus successivè instituendis utar, ostendero, quomodo variationis, quam natus interea tam in longitudine quam in latitudine subiit, ratio in calculo sit habenda. Cum enim hæc mutabilitas propria sit observatorum in mari fluctuantium illustr. Academiam ad hanc potissimum circumstantiam respexisse, mihi quidem videtur.

I I.

De Observatione Altitudinum.

§. 13. CUM illustrissima Academia expressis verbis trium temporum diei, crepusculi, ac noctis mentionem faciat, ab observationibus interdiu instituendis initium faciam: quæ ab observationibus nocturnis hoc præcipuè discrepant, quod in illis horizon sit conspicuus, in his verò non item, ex quo fonte quoque discrimen inter observationes, durante crepusculo & noctu factas me rectè petere arbitror, cum in crepusculo conspectus horizontis, etiam nunc in observationibus adhiberi queat: præterquam quòd paucissima astra in crepusculis apparetant.

§. 14. Die autem præter solem nullum aliud sidus se oculis nostris offert, ex cuius observatione horam diei definire queamus, & hanc ob rem omnes observationes diurnas ad solum solem restringam, qui nobis etiam certissimam ac facillimam viam temporis dignoscendi suggesterit. Etiamsi enim, quando Luna interdiu super horizonte cernitur, tamen ob cursum ejus nondum satis exactè cognitum, tum verò ob ejus parallaxin maximè incertam, ejus

E T
observationes ad te

§. 15. Solis aut drante Anglico obse instrumento jam sat ut collimatio versù nem per foraminulu servatione directio i fculter conjungitur instrumentum, vel etiam eorum quæ ipservandas magis ap drantis Anglici subst

§. 16. Si tali inf unum minutum prim lùm per refractiones cesse foret, sed quia rari potest, præclarui ne solis non ultra § 1 gligere & refractione versetur, prætermittet infra unum duove m rùm in tabulis refracti ti, ne calculus deinceps molestior reddatur, qu notatum velim.

§. 17. Solisque ori genter observetur; sic multò accuratiùs alti horizontem assignari i culter momentum co verà fuerit nulla. Hæc ullis ferè instrumentis solent ad declinatione

observationes ad tempus cognoscendum adhibere nolim.

§. 15. Solis autem altitudines commodissimè Quadrante Anglico observari videntur, tum quod nautæ huic instrumento jam satis sint affueti, tum quia non opus est, ut collimatio versus ipsum solem fiat, sed ad ejus imaginem per foraminulum projectam respicitur, cum qua observatione directio instrumenti horizontem versus non difficulter conjungitur. Neque tamen refragabor, si aliud instrumentum, vel eorum, quæ jam sunt proposita, vel etiam eorum quæ ipse describam, ad solis altitudines observandas magis aptum videatur, quin id in locum Quadrantis Anglici substituatur.

§. 16. Si tali instrumento altitudo centri solis intra unum minutum primum certa haberi posset eam non solum per refractiones, sed etiam per parallaxin corrigi necesse foret, sed quia in mari hujusmodi accuratio vix sperari potest, præclarumque nobiscum agitur, si in altitudine solis non ultra 5 minuta erremus, parallaxin tutò negligere & refractiones quoque, nisi sol propè horizontem versetur, prætermittere licebit: scilicet, quamdiu refractione infra unum duove minuta prima subsistit, sufficiet nimirum in tabulis refractionum minuta sectunda penitus omitti, ne calculus deinceps instituendus præter necessitatem molestior reddatur, quod in observationibus stellarum æquæ notatum velim.

§. 17. Solisque ortus & occasus quoties licuerit, diligenter observetur; sic enim adhibitâ refractionum tabula, multò accuratius altitudo centri solis vel supra vel infra horizontem assignari poterit. Quin etiam hinc non difficulter momentum colligetur, quo altitudo centri solis reverâ fuerit nulla. Hæ verò observationes non solum sine ullis ferè instrumentis expediri possunt, sed etiam adhiberi solent ad declinationem magnetis observandam, aliosque

120 MEDITATIONES MECHANICÆ

usus nauticos; quamobrem eas eo minus negligi conveniet.

§. 18. Durante crepusculo Planetæ, potissimum Venus & Jupiter, cum maximè lucidis stellis fixis visui se offerunt. Quamquam autem hoc tempore horizontem adhuc conspicere licet, tamen vereor ne usus Quadrantis Anglici nimis evadat molestus & incertus. Cum enim hoc casu dioptris uti, eaque versùs stellam dirigere oporteat eodem momento, quo versùs horizontem collimatur; neque unus observator, nisi sit exercitatissimus, stellaque propè horizontem hæreat, huic dupli collimationi par videatur, neque duo se mutuo adjuvare poterunt.

§. 19. Quoniam igitur ad observationes nocturnas alia instrumenta requiruntur, quæ sine respectu ad horizontem habitu, altitudines siderum indicent; iisdem his instrumentis quoque in crepusculo uti præstabit, horizontisque intuitum, foliis observationibus solaribus reservari, nisi forte alia instrumenta ad solem magis videantur accommodata. Remotâ itaque horizontis contemplatione, veniam peto, ut observationes crepusculares & nocturnas in eandem classem mihi referre liceat.

§. 20. Pervenio itaque ad observationes nocturnas, quæ non solum ob horizontis defectum aliud observandi modum postulant, sed etiamsi horizontem discernere liceret; tamen summa difficultas duplaci collimationem simul instituendi hunc modum inutilem redderet, cum autem pendulorum usus in mari penitus cesseret, æquilibrium fluidorum, si quidem satis sit promitum, certissime verum horizontis situm indicare videtur, ad quem deinceps siderum loca referuntur. At vero insuper necesse est ut hæc relatio secundum plana verticalia fiat, quamobrem quo cumque instrumento utamur, id proximè in plano verticali sustineri necesse est.

§. 21.

§. 21. Quocdam stellæ cujusdam in qua stella existit Tubo Astronomi crystallinæ objectus super mari fieri stellam quam formamittimus, neque etiam in observatiōberi convenit, quæ determinata, eas re licet, ut ob ha-

§. 22. Ad collinudis instruēta, recedunt, ac alte pertusa sit, per quæ satis amplam habet illa dispareat, statim fila tenuissima in haec centrum designant ritè sit instituta.

§. 23. Eo ergo filorum istorum ab oculo ad stellaris gari debet; quod o in gradus & minutis. Si enim planum habet in eoque linea verticis indicetur angulus, verticali efficit, quidem recta dioptria divisionis initium d-

§. 24. Cum ei
Prix. 1747.

potissimum Venus
xix visui se offerunt.
ontem adhuc con-
Quadrantis Anglici
um enim hoc casu
ere oporteat eodem
collimatur; neque
us, stellaque propè
llimationi par vide-
oterunt.

iones nocturnas alia
peftu ad horizontem
; iisdem his instru-
stabit, horizontisque
ribus reservari, nisi
ris videantur accom-
contemplatione, ve-
laires & nocturnas in

iones nocturnas, quæ
lium observandi mo-
m discernere liceret,
collimationem simul
dderet, cùm autem
stet, æquilibrium flu-
certissimè verum ho-
quem deinceps side-
er necesse est ut hæc
stet, quamobrem quo-
ximè in plano verti-

§. 21.

§. 21. Quocumque autem instrumento ad observan-
dam stellæ cujusdam altitudinem utamur, primò directio
in qua stella existit, indagari debet, quæ vel dioptris vel
Tubo Astronomico explorari solet. Etsi autem lentes
crystallinæ objecta distinctius representant, tamen earum
usus super mari ferè nullus est, quia ob motum continuum,
stellam quam forte per tubum conspeximus, confessim
amittimus, neque eam facile recuperare valemus. Quin
etiam in observationibus marinis stellas insigniores adhi-
beri convenit, quarum loca in cœlo jam exactissimè sint
determinata, eas autem nudis oculis satis distinctè cerne-
re licet, ut ob hanc causam tubis facile carere queamus.

§. 22. Ad collandum ergo instrumenta binis dioptris
nudis instruēta, reliquis quæ tubis sunt munita, longè an-
tecedunt, ac altera quidem dioptra exiguo foraminulo
pertusa sit, per quod stella aspiciatur. Altera verò dioptra
satis amplam habeat aperturam, quo stella non facilè ex
illa dispareat, statimque in eam reduci queat. Duo autem
fila tenuissima in hac apertura firmata sua intersectione ejus
centrum designent, in qua si stella appareat, collimatio
ritè sit instituta.

§. 23. Eo ergo momento, quo stella in decussatione
filorum istorum conspicitur, inclinatio istius linea, quæ
ab oculo ad stellam dirigitur ad rectam verticalem investi-
gari debet; quod ope quadrantis, cuius limbus accurate
in gradus & minuta sit divisus, commodissimè præstatur.
Si enim planum hujus quadrantis situm verticalem teneat,
in eoque linea verticalis vel pendulo vel alio quovismodo
indicetur angulus, quem linea directionis cum hac linea
verticali efficit, distantiam stellæ à zenith metietur, si
quidem recta dioptras jungens radio quadrantis, qui per
divisionis initium ducitur, fuerit parallela.

§. 24. Cùm enim ad hanc observationem duæ res

Prix. 1747.

Q

222 MEDITATIONES MECHANICAE

requirantur, positio; scilicet, quadrantis in situ verticali, & in eo directio gravitatis naturalis, seu positio recta ad horizontem perpendicularis, quemadmodum utraque obtineri queat, seorsim perpendam. Primo igitur assumam rotum negotium in situ quadrantis verticali esse positum, lineamque verticalem nihil habere difficultatis. Quadrans autem, si liberè suspendatur, centrumque gravitatis in ipso suo plano situm habeat, sponte se ad situm verticalem componet, & oscillationes, quæ ipsi à motu navis inducuntur, moderatione ejus à quo tenetur, non difficulter, si non penitus coercentur, tamen ad suminam exiguitatem redigentur.

§. 25. Tametsi autem in hoc error quidam levis committitur, planumque quadrantis verticale putatur, cùm tamen aliquantis per declinet, error tamen qui inde in observationem altitudinis redundat, omnino erit imperceptibilis, neque respectu aliorum errorum, qui evitari nequeunt, in computum duci miceretur. Interim tamen & hic error ex iis, quæ mox sum traditurus facile tolletur, cùm pluribus observationibus instituendis, ea sit verissima, quæ maximam stellæ distantiam à zenith ostendat. Demonstra bo enim, quò magis planum quadrantis à situ verticali declinet, eò minorem distantiam stellæ à zenith deprehendi debere.

§. 26. Ut igitur definiam, quantum observatio altitudinis à declinatione plani quadrantis turbetur cuius perturbationis cognitio ad ejus emendationem maximi est

Fig. I. momenti; considerabo primum quadrantem ACB , in situ verticali, sitque AC recta ab oculo ad stellam directa, in quadrante autem sit CP , verticalis, erit angulus ACP , mensura vera distantia stellæ à zenith; ponamus hunc angulum $ACP = \phi$, ut eum cum simili angulo, quem situs quadrantis inclinatus indicare reperietur, comparare queamus.

§. 27. Concipia AC , quæ est fixa, a pervenire, in quo ei Quia jam in hoc pia pendulum à gravitat à directione vertical situs cognoscetur, si malis ducatur Po , per punctum hoc o angulus ACP , distabitur.

§. 28. Ad hunc i^q P ad AC quæ est co ducatur normalis PQ dem AC in piano A ex P , perpendicular erit normalis. Inven CQo , ad Q rectang tesctet.

§. 29. Sit radius pro sinu toto habet recta $PQ = \sin. \phi$, & quia metitur inclinati unde in triangulo Q $\sin. \theta = \sin. \theta \sin. \phi$, jam $\frac{Qo}{CQ}$ exprimat tang $= \frac{\cos. \theta \sin. \phi}{\cos. \phi} = \cos. \theta$ se habebit ad tang. A inclinationis utriusq;

§. 30. Hinc patem inter angulos A vis etiam fuerit inclinatio

ANICAE
is in situ verticali,
u. positio rectæ ad
nodum utraque ob-
inò igitur assumam
icali esse positum ;
cultatis. Quadrans
ue gravitatis in ipso
l situm verticalem
à motu navis in-
tur, non difficulter,
mam exiguitatem.

uidam levis com-
cale putatur, cùm
nen qui inde in ob-
inò erit impercep-
im, qui evitari ne-
interim tamen & hic
cile tolletur, cùm
ea sit verissima, quæ
endat. Demonstra-
tis à situ verticali
æ à zenith depre-

observatio altitu-
rabetur cuius per-
cionem maximi est
ntem ACB , in situ
ll stellam directa, in-
erit angulus ACP ;
ponamus hunc an-
angulo, quem situs
rietur, comparare

§. 27. Concipiamus nunc quadrantem circa rectam
 AC , quæ est fixa, aliquantulum inclinari, atque in ACb
pervenire, in quo cum verticali angulum faciat $BCb = \theta$.
Quia jam in hoc piano ACb linea verticalis non datur,
pendulum à gravitate in eo situm Cp eligere cogetur, qui
à directione verticalis vera, minimè discrepet. Ifte autem
situs cognoscetur, si ex puncto P , in planum ACb nor-
malis ducatur Po , tum enim perspicuum est rectam Cp
per punctum hoc o transire debere; atque in hoc statu
angulus ACp , distantiam stellæ à zenith indicare puta-
bitur.

§. 28. Ad hunc igitur angulum ACp investigandum ex
 P ad AC quæ est communis utriusque plani intersectio,
ducatur normalis PQ , ex eodemque punto Q ad ean-
dem AC in piano ACb educatur normalis Qo , in quam
ex P , perpendiculariter ducta Po , simul in planum ACb
erit normalis. Invento autem hoc punto o , ex triangulo
 CQo , ad Q rectangulo, angulus quæsitus ACp , inno-
tescet.

§. 29. Sit radius quadrantis $AC = BC = 1$, qui simul
pro sinu toto habeatur, erit ob angulum $ACP = \phi$,
recta $PQ = \sin. \phi$, & $CQ = \cos. \phi$. Deinde angulus PQo ,
quia metitur inclinationem planorum ACB & ACb , erit $= \theta$,
unde in triangulo QoP ad o rectangulo, fiet $Po = PQ$
 $\sin. \theta = \sin. \theta \sin. \phi$, & $Qo = PQ \cos. \theta = \cos. \theta \sin. \phi$. Cùm
jam $\frac{Qo}{CQ}$ exprimat tangentem anguli ACp , erit $\tan. ACp$
 $= \frac{\cos. \theta \sin. \phi}{\cos. \phi} = \cos. \theta \tan. \phi$, conseqüenter tangens ACP
se habebit ad $\tan. ACp$, ut sinus totus ad cosinum anguli
inclinationis utriusque plani.

§. 30. Hinc patet duobus casibus errorem seu discri-
men inter angulos ACP & ACp fore nullum, quantum-
vis etiam fuerit inclinatio plani quadrantis magna. Si enim

Qij

124 MEDITATIONES MECHANICAE

fit angulus $ACP = \phi = 0$, quod fit si stella in zenith observetur, angulus ACP pariter erit $= 0$: atque si sit angulus $ACP = 90^\circ$, seu $\tan. \phi = \infty$, invenitur quoque $\tan. ACp = \infty$, ideoque $ACp = 90^\circ$, quare si stella in horizonte versetur, inclinatio quadrantis pariter nullum errorem producit. Ex quibus jam liquet errorem fore maiorem quo magis stella tam à zenith quam ab horizonte simul fuerit remota.

s. 31. Cùm igitur angulus ACp minor sit angulo ACP , ponatur h̄ic angulus $ACp = \phi - z$, ita ut z sit error ex inclinatione quadrantis oriundus, eritque $\tan. (\phi - z) = \cos. \theta \tan. \phi$: at est $\tan. (\phi - z) = \frac{\tan. \phi - \tan. z}{1 + \tan. \phi \tan. z}$. Unde reperietur $\tan. z = \frac{(1 - \cos. \theta) \tan. \phi}{1 + \cos. \theta \tan. \phi^2}$. Si jam angulus inclinationis sit valde parvus, assumere licet $\cos. \theta = 1 - \frac{1}{2} \theta \theta$. Eritque $\tan. z = \frac{\theta \theta \tan. \phi}{2 \sec. \phi^2 - \theta \theta \tan. \phi^2}$, seu ob $\theta \theta$ minimum, erit $\tan. z = \frac{1}{2} \theta \theta \sin. \phi \cos. \phi = \frac{1}{4} \theta \theta \sin. 2\phi$. Sicque error erit maximus quando $2\phi = 90^\circ$. Seu quando elevatio sideris supra horizontem est 45° .

s. 32. Generaliter autem, quantacunque sit inclinatio θ , valor ipsius ϕ reperietur, cui maximus error respondet, si fractionis $\frac{(1 - \cos. \theta) \tan. \phi}{1 + \cos. \theta \tan. \phi^2}$, seu, ob θ constans, hujus $\frac{\tan. \phi}{1 + \cos. \theta \tan. \phi^2}$ differentiale, quod est $= \frac{(1 - \cos. \theta \tan. \phi^2) d \tan. \phi}{(1 + \cos. \theta \tan. \phi^2)^2}$ nihilo æquale statuatur, unde fit $\tan. \phi = \frac{1}{\sqrt{\cos. \theta}}$; errorque z maximus huic angulo $ACP = \phi$ respondens, definitur ex hac æquatione, $\tan. z = \frac{(1 - \cos. \theta) : \sqrt{\cos. \theta}}{2}$
 $= \frac{1 - \cos. \theta}{2 \sqrt{\cos. \theta}} = \frac{\sin. \frac{1}{2} \theta^2}{\sqrt{\cos. \theta}} \text{ ob } \frac{1 - \cos. \theta}{z} = \sin. \frac{1}{2} \theta^2$.

s. 33. Hinc ergo pro quavis quadrantis inclinatione maxima aberratio, quæ in observationem irrepere potest,

ET

determinari poterit. P piano verticali angulum $= 1^\circ$, reperietur $l t u = 45^\circ 0' 31''$, & $l t z = 57''$, nequidem a Quando autem quadrano verticali digreditur intersectione filorum c variatio percipi queat, deprehenditur, veram Interim tamen appare ascendet, ne h̄ic quid tudinem stellæ sati s ex

s. 34. His de situ quid id est incumbendum, verticalis exhibatur, et commodissime opere pendulorum prorsus re ejusmodi instrumenta adorū innixa, verum quo genere jam plura p descripta, quæ ad meum forte ea, quæ h̄ic sumuntur.

*

determinari poterit. Ponamus ergo planum quadrantis à plano verticali angulo z° declinari, ita ut sit $\theta = 2^\circ$ & $\frac{1}{2}\theta = 1^\circ$, reperietur $l \tan \phi = 10.0001323$, & angulus $\phi = 45^\circ 0' 3''$, & $l \tan z = 6.4438429$. Sicque error $z = 57''$, nequidem ad unum minutum primū exsurget. Quando autem quadrans inter oscillandum longius à plano verticali digreditur, angulusque ACP , dum stella in intersectione filorum conspicitur continuò mutatur, ita ut variatio percipi queat, tum maximus angulus, qui quidem deprehenditur, veram distantiam stellæ à zenith indicabit. Interim tamen appareat, nisi inclinatio ultra duos gradus ascendet, ne hāc quidem præcautione opus esse, sed altitudinem stellæ satis exactè indicari.

§. 34. His de situ quadrantis in situ verticali notatis, in id est incumbendum, ut in plano quadrantis ipsa linea verticalis exhibetur, quod in terra continentí quidem commodissime ope penduli præstatur. Verum in mari usum pendulorum prorsùs repudiare cogimur; eorumque loco ejusmodi instrumenta adhiberi solent, quæ æquilibrio fluidorum innixa, verum horizontis planum exhibeant. Ex quo genere jam plura præclara extant instrumenta, alibi descripta, quæ ad meum usum adhibere non dubitabo, si forte ea, quæ hīc sum propositurus, minus apta videantur.



III.

Descriptio Quadrantis Nautici.

Fig. II. §. 35. CONFICIATUR primò quadrans *ACB* more solito ex metallo vel ligno durissimo, quod à varia tempestate non incurvetur; ubique autem materiam homogeneam adhiberi conveniet, ut à dilatatione & contractione quæ à mutato caloris gradu, accidit figura non distorqueatur. Limbus vero *AB*, sit diligentissimè in gradus & quina vel dena minuta prima divisus, quæ porrò per lineas diagonales in singula minuta subdividantur. Cujusmodi divisio pro magnitudine quadrantis vel magis vel minus distinctè exprimi poterit.

§. 36. Magnitudinem hujus quadrantis majorem non esse convenit, quam ut ab uno homine commodè in manibus teneri ac tractari possit. Cum igitur sustentaculo non sit opus, quo alias pondus valde augetur, radius hujus quadrantis duos ferè pedes longum vel saltem sesquipedalem fieri licebit: quæ magnitudo jam divisionis satis minuta est capax, ita ut singula ferè minuta prima discerniqueant; siquidem lineis transversim ductis uti libeat. Infra autem patebit, ne hâc quidem divisione opus esse, sed sufficere si integri tantùm gradus exprimantur.

§. 37. Dioptræ *Aa* & *Cc* modò antè descriptæ super radio *AC*, constituantur, eamque distantia bipedalis seu sesquipedalis ad collimandum satis erit idonea, ut quævis stella per eas non difficulter detegi, sed etiam moderatione quadrantis in intersectionem filorum reduci possit, si forte pondus quadrantis observatori nimis grave videatur, quadrans ex centro *C*, suspendi poterit, ita tamen ut

ET

mànibus retineatur at
vator multùm subleva

§. 38. Venio nunc
pendulum, scilicet, c
mè mobile, in fissura
funi, quod in limbo q
indicet. Hoc igitur pe
persisteret, statim ver
ceret: sed in mari ob
dulum vix unquam in

§. 39. Marginem h
gruum erit replicare,
tamen ut liberrimè jux
drans teneat situm ver
tim sentier utrum quac
notabiliter declinet, q
ticalem proximè falte
certitudinem observati

§. 40. Parti inferiori
lis *CG*, in *G* conne
cti lignei immissus, quæ n
bus iste vitreus autem z
tibus utrinque æqualib
los rectos firmissimè co
& *FH*, ut motum regi
ea unum continuum p

§. 41. Tubus iste vitre
neo repleatur, relictâ e
E & *F* obstruatur, ut a
bullula *K*, in omni tubi
locum, & tametsi ipsa
oscillatorium recipere c
ferè singulis momentis a

manibus retineatur ac dirigatur; hoc enim modo Observator multum sublevabitur.

§. 38. Venio nunc ad præcipuam quadrantis partem, pendulum, scilicet, *CGH*, quod circa centrum *C* liberimè mobile, in fissura *GI* habeat filum tenuissimum tensum, quod in limbo quadrantis gradus & minutæ distinctè indicet. Hoc igitur pendulum si perpetuò in situ verticali persisteret, statim veram stellæ distantiam à zenith patefacteret: sed in mari ob mutationem navis continuam, pendulum vix unquam in situ verticali acquiesceret.

§. 39. Marginem hujus penduli in *m* & *n*, non incongruum erit replicare, ut limbum quadrantis excipiat; ita tamen ut liberrimè juxta eum moveri possit, siquidem quadrans teneat situm verticalem. Hinc enim Observator statim sentiet utrum quadrans in plano verticali versetur, an notabiliter declinet, quo casu non difficuler in situum verticalem proximè saltem dirigetur; quantum quidem ad certitudinem observationum requiritur.

§. 40. Parti inferiori hujus penduli, seu regulae mobilis *CG*, in *G* connectatur tubus vitreus *EF*, crenæ arcus lignei immensus, quæ modo mox indicando sit divisa. Tubus iste vitreus autem aliquantulum sit incurvatus, & partibus utrinque æqualibus *GE* & *GF* cum regula ad angulos rectos firmissimè conjunctus, subscudibus, scilicet, *EH* & *FH*, ut motum regulæ perfectissimè sequatur, & cum ea unum continuum pendulum constituat.

§. 41. Tubus iste vitreus aquâ seu alio liquore magis idoneo repleatur, relictâ exiguâ bullulâ aërâ, & utrinque in *E* & *F* obstruatur, ut aëri nullus aditus pateat. Hæc ergo bullula *K*, in omni tubi situ jugiter supremum occupabit locum, & tametsi ipsa per theoriam, motum quemdam oscillatórium recipere deberet, tamen effici potest, ut eum ferè singulis momentis amittat, motuque tubi non obstante,

128 MEDITATIONES MECHANICAE

nisi vehementer concurriatur, perpetuo in puncto tubi summo hæreat; qui effectus, quemadmodum promptissime produci queat, deinceps exponam.

§. 42. Curvatura tubi hujus $E F$ sit, quantum fieri potest, circularis, referatque arcum circuli, cuius centrum situm sit alicubi in recta CGH , producta, puta in O ; quod punctum quo longius distet, eo majores evident gradus in arcu $E F$. Quare si radius GO decies major accipiatur quam radius quadrantis AC , singula minuta prima curvaturæ tubi satis distinctè exprimi poterunt. Nihil autem obstat, quo minus tubo huic $E F$ longitudo arcui quadrantis APB ferè æqualis tribuatur, unde curvatura tubi 9 gradus complectetur; ita ut uterque semissis GE & GF $\frac{1}{4}$ gradus capiat, quæ amplitudo pro motu penduli oscillatorio sufficiens videtur.

§. 43. Cum autem nimis sit difficile tubum vitreum $E F$, tam exactè juxta arcum circuli, cuius centrum sit in dato puncto O , incurvare, ad præfens institutum sufficiet, dum modo proximè ejusmodi habuerit figuram. Hinc oportebit divisionem hujus tubi non geometricè, sed practicè per observationes absolvere in loco, scilicet, quieto, antequam in navim consendatur. Neque ergo formatio istius tubi, neque ejus divisio ullâ amplius premetur difficultate.

§. 44. Quod si autem quadrans ACB , cum pendulo $CIG E HF$ modo exposito fuerit constructus, evidens est quemadmodum ejus ope altitudo stellæ cujusvis cognoscere queat. Dioptris enim $A a$ & $C c$ versùs stellam directis, eo momento quo stella in intersectione filorum apparet, notetur tam amplitudo arcus AG , in limbo quadrantis, quem filum GI absindit, quam situs bullula aerea K , & mensura arcus GK in gradibus & minutis inventa, subtrahatur ab arcu AG , siquidem bullula in parte GE hæreat, si autem

ET 7

autem fuerit in arcu G , prodibit distantia stellæ

§. 45. Concipiatur enī ut angulus ACP metiatu bulla K in tubo locum quoque verticalis, idei GK indicat, æqualis è gulus ACP , seu vera c angulo ACG quem perdit, subtrahatur angulus

§. 46. Quod autem dulum CG cochleâ mulsum ad limbum quadratorius penitus coeretur chleatum, quando pen CP , dum stellæ in intetate estimabitur: ut deibo $E F$ respicere sufficiat.

§. 47. Vel cum altitudine gradus fuerit explorata in divisione quadam iniudicetur. Quo facto mbo $E F$ inspiciat, ut similitudinē, se stellam in interbullæ exactè assignare i torum arcus GK ab arcis tractus, vel ad eum ad zenith. Hinc intelligit tantum in integros gradatione facile jam carere

§. 48. Ad has autem exercitio frequenti ciliè habitum comparata.

it, quantum fieri posse
circuli, cuius centrum
sunt, puta in O ; quod
maiores evadent gradus
arcies major accipiatur
a minuta prima curva-
mentum. Nihil autem ob-
scuritudo arcui quadrantis
curvatura tubi 9 gradus
sunt GE & GF 4 $\frac{1}{2}$ gradus
penduli oscillatorio suffi-
cientia.

ile tubum vitreum EF ,
us centrum sit in dato
situtum sufficiet, dum
figuram. Hinc oportet
metrīcē, sed præcīcē per
silicet, quieto, ante-
que ergo formatio istius
ius premetur difficult-

ACB , cum pendulo
constructus, evidens est
stellæ cuiusvis cognosci
sunt stellam directis, eo
filorum apparet, no-
mbo quadrantis, quem
la aereæ K , & mensu-
s inventa, subtrahatur
parte GE hæreat, si
autem

autem fuerit in arcu GF , ad arcum AG addatur, sicque
prohibit distantia stellæ à zenith.

§. 45. Concipiatur enim ducta vera linea verticalis CP , ita
ut angulus ACP metiat distantiam stellæ à zenith: jam quia
bulla K in tubo locum supremum occupat, erit recta OK
quæque verticalis, idèoque angulus GOK , quem arcus
 GK indicat, æqualis erit angulo GCP . Quamobrem an-
gulus ACP , seu vera distantia à zenith obtinebitur, si ab
angulo ACG quem pendulum in limbo quadrantis abscin-
dit, subtrahatur angulus GOK quem situs bullæ indicat.

§. 46. Quò autem hæc facilius expediri queant, pen-
dulum CG -cochlearium munitum esse conveniet, quâ pendu-
lum ad limbum quadrantis firmari, ejusque motus oscilla-
torius penitus coerceri queat. Adigatur autem hæc co-
chlearium, quando pendulum non multum à situ verticali
 CP , dum stella in intersectione dioptræ conspicitur, dis-
tare æstimabitur: ut deinceps ad solum situm bullæ in tu-
bo EF respicere sufficiat.

§. 47. Vel cùm altitudo sideris jam ad aliquot tantum
gradus fuerit explorata, pendulum ope cochlearium firmetur
in divisione quadam insigniori limbi, quâ integer gradus
indicitur. Quo facto minister adstante sedulò bullam in tu-
bo EF inspiciat, ut simul atque Observator signum dede-
rit, se stellam in intersectione filorum contueri, locum
bullæ exactè assignare possit. Tum enim numerus minu-
torum arcus GK ab arcu AG jam antè cognito, vel sub-
tractus, vel ad eum additus, præbabit distantiam stellæ à
zenith. Hinc intelligitur sufficere, si limbis quadrantis
tantum in integros gradus dividatur, atque ulteriori divi-
sione facilè jam carere poterimus.

§. 48. Ad has autem observationes accurate instituen-
das exercitio frequenti opus erit; quo Observator sibi fa-
cile habitum comparabit quadrantem hanc, si modo

130 MEDITATIONES MECHANICAE

idoneo fuerit suspensus; commodè tractandi, & quantum fieri potest; ejus motus violentiores compescendi. Neque mihi quidem videtur ad hoc negotium tantum solertiae requiri; quantum vulgo tractatio Quadrantis Anglici postulare solet.

§. 49. Quando enim Observator pendulum jam in situ *CG*, à verticali *CP*, non multum remoto firmaverit, tum pendulum alio motu, nisi qui sit ipsi quadranti communis concitari non poterit; hunc autem Observator obseruando, ita temperare poterit, ut fiat lentissimus, præcipue quando stellam in intersectione filorum conspicit. Hocque modo ipsa bulla aërea non sensibiliter movebitur, atque falmulus seu focius Observatoris non difficulter, momento imperato, locum bullæ dignoscet.

§. 50. Non solum autem hæc motus penduli imminutio ideo est necessaria; quo locus bullæ certius notari queat, sed etiam bulla eò accuratiùs se in locum tubi supremum recipit, multoque minus ultrò citròque vagabitur; quod tardior fuerit motus. Hisque circumstantiis probè perpen- sis, non dubito quin ope hujus quadrantis, dummodò Observator sibi modicam solertiam acquisiverit, cuiusque stellæ vera altitudo tam accurate observari possit, ut error vix ultra minutum exsurgat; & majorem quidem certitudinis gradum super mari expectare non licet.

§. 51. Quamquam autem hoc modo incertitudo, quæ à motu bullæ oscillatorio ejusve segnitie proficietur, quoad maximam partem tollitur, tamen structura quoquè tubi talis effici potest, ut bulla quam promissimè, situm supremum affectet, ibique perseveret. Hoc, scilicet, præstabatur, si tubus non nimis fiat angustus, bullæque modica quantitas relinquatur, quæ res ut fiat ad scopum maximè accommodaræ, cùm judicio, rum experientiâ à solerti artifice non difficulter definientur; quare descriptiōni hujus instrumenti

E T A

quod mihi quidem plurimi palmam præripere yident

Descriptio aliis

§. 52. N I S I aliae circum-
longitudo pen-
tum ipsi pendulo adjungi
Bernoullianum, scilicet,
curii in tubo angusto *KL*,
enim mercurius in omni li-
lem teneat, dum pendulu-
rius in tubo *LK*, recedet
loco mercurii *S* inclinatio-

§. 53. Quia verò difficil-
altitudinem Barometri cog-
rii *S*, in tubo horizontali
penduli, sed etiam à declini-
niat, ac præterea istæ muta-
satis sint certæ, Barometrori
ficienda penitus rejiciendun-
ideam ab æquilibrio tuboru-
tam proponam; quæ tamen
parum præstantior mihi quic-

§. 54. Confecto, scilicet
præ descripto, cum pendulo
angulos rectos, tabula seu ru-
tibus recurvus *DEFH*, cujus
plior quam ramus *FH*, que-
ut minimæ mutationi liquor

ANICÆ
tandi, & quantum
n pescendi. Neque
n tantum solertia
rantis Anglici pos-

adulum jam in situ
to firmaverit, tum
quadranti commu-
ni Observator obse-
uentissimus, præci-
filorum conspicit.
ibiliter movebitur,
on difficulter, mo-
cet.

s penduli imminu-
ertiūs notari queat,
um tubi supremum
ue vagabitur, quò
ntiis probè perpen-
tis, dummodo Ob-
uisiverit, cujusque
ari possit, ut error
in quidem certitu-
licet.

incertitudo, quæ à
proficiscitur, quoad
uctura quoque tubi
issimè, situm supre-
, scilicet, præstabili-
aque modica quan-
um maximè accom-
rà solerti artifice non
ni hujus instrumenti

ET ASTRONOMICÆ. [131]
quod mihi quidem plurimis aliis ad hanc finem propositis,
palmam præripere videtur, diutiùs non immoror.

L V.

Descriptio alius Quadrantis Nautici.

s. 52. **N** I S I alia circumstantia impedian, quominus *fig. III.*
longitudo penduli tres pedes superare possit;
tum ipsi pendulo adjungi posset barometrum *GIHKL*
Bernoullianum, scilicet, quòd minimas mutationes mer-
curii in tubo angusto *KL*, satis distinctè indicet. Cùm
enim mercurius in omni situ eandem altitudinem vertica-
lem teneat, dum pendulum tantillum inclinatur, mercurius
in tubo *LK*, recedet notabiliter, unde vicissim ex
loco mercurii *S* inclinatio penduli cognosci posset.

s. 53. Quia verò difficile foret quovis tempore veram
altitudinem Barometri cognoscere, atque recessus mercu-
rii *S*, in tubo horizontali *LK* non solum ab inclinatione
penduli, sed etiam à declinatione plani quadrantis prove-
niat, ac præterea istæ mutationes ob frictionem ne in terra
satis sint certæ, Barometrorum usum ad pendula mari per-
ficienda penitus rejiciendum esse arbitror. Quocirca aliam
ideam ab æquilibrio tuborum communicantium desump-
tam proponam; quæ tamen illâ, quam suprà descripsi, non
parum præstantior mihi quidem videtur.

s. 54. Confecto, scilicet, quadrante *ACB*, modo su- *fig. IV.*
præ descripto, cum pendulo *CIG*, infra connectatur ad
angulos rectos, tabula seu regula *EFG* ad quam firmatus sit
tubus recurvus *DEFH*, cuius ramus *DE*, multò sit am-
plior quam ramus *FH*, quem gracillum esse convenit,
ut minimæ mutationi liquoris in tubo *DE*, satis magna

R. ij

P. 2 MEDITATIONES MECHANICAE

mutatio in tubo *FH* respondeat: tubus iste liquore quodam seu argento vivo implatur, præstoque sit obturaculum, quo tubus *DE* obstrui possit, si reponatur ne liquor effluat.

§. 55. Ponamus liquorem, quando pendulum in situ verticali pendet, in *m o* subsistere, ita ut recta *mo* tum sit horizontalis. Quando autem pendulum extra situum verticalē versatur, uti figurā representatur, in tubo ampliori *DE* liquor aliquantulum ascendet, in angustiori vero subsidet in *n*, ut jam recta *mn* sit horizontalis. Mutatio in tubo ampliori hinc facta minima, & vix perceptibilis erit, cùm mutatio in angustiori, seu intervallum *no* satis sit notabilis.

§. 56. Quoniam igitur recta *mn*, ad veram lineam verticalē *CP* est normalis, angulus *omn*, erit æqualis angulo *GCP*, seu declinationi penduli à situ verticali. Cùm itaque punctum *o* constet ex mutatione in tubo *FH*, seu intervallo *no*; cognosci poterit angulus *omn*, qui ab angulo *ACG* substractus, relinquet angulum *ACP* veram distantia stellæ à zenith mensuram. Tantum igitur opus est, ut ad tubum *FH* divisio in gradibus & minutis adscribatur, quæ singulis punctis *n* respondeat, hocque aptissime à perito artifice præstabitur.

§. 57. Si amplitudō tubi angustioris *FH* præ ampliori *DE* evanescat, ramusque *FH* ad basin *EE* fuerit perpendicularis, tum intervallum *no* erit tangens anguli *omn*, si sinus totus per *mo* exprimatur. Quare quod longior fuerit tubus *EF*, eò majora intervalla *no* iisdem angulis declinationum respondebunt; sin autem crus *FH* ad basin *EE* inclinetur, eò magis intervalla *no* augebuntur, sicque minimæ mutationes penduli à situ verticali satis sensibili exprimi poterunt.

§. 58. Ut autem liquor promptissime se semper ad

ET A
æquilibrium componat, tionem incertam reddat ampliorem fieri conveni fuerit hic tubus *EF*, e que primo quasi momen

§. 59. Pendulo ergo quadrantis non discrepat, pendulo cochleâ, moto, si summitas liquido ipso momento, quo spectat, cognoscetur in *CP* à loco penduli *GI*: notescet.

Determin

§. 60. PRIMUM in poris veri, q tempus medium colligi merari solet, seu ab eo meridianum loci, in q mari meridianum digni solis per meridianum fa deret, neque ad hoc esset.

§. 61. Cùm autem verum meridiei momen circa meridiem cuius tūmo, sèpissimè altitudo consueto, vel alio que

æquilibrium componat; neque motu oscillatorio obser-
tationem incertam reddat, tubi partem *EF* pariter multo
ampliorem fieri conveniet tubo *FH*. Quod amplior enim
fuerit hic tubus *EF*, eò celeriores erunt oscillationes at-
que primo quasi momento extinguentur.

§. 59. Pendulo ergo hac ratione instructo, usus hujus
quadrantis non discrepabit à præcedente. Firmato, scili-
cet, pendulo cochleæ, in situ à verticali *CP* parùm re-
moto, si summa liquoris *n* in tubo *FH* accuratè notetur
eo ipso momento, quo obseruator stellam in intersectione
spectat, cognoscetur inde distantia lineaæ verticalis veræ
CP à loco penduli *GI*: unde angulus quæsus *ACP* in-
notescet.

V.

Determinatio Meridiei.

§. 60. PRIMUM igitur sol certissimus est index tem-
poris veri, quo cognito, non difficulter inde
tempus medium colligitur. Tempus autem à meridie nu-
merari solet, seu ab eo momento quo solis centrum per
meridianum loci, in quo versamur, transit: unde si in
marci meridianum dignoscere licet, obserratio transitus
solis per meridianum facillimè momentum meridiei osten-
deret, neque ad hoc ulla obseruatione altitudinis opus
esset.

§. 61. Cùm autem linea meridiana minimè constet,
verum meridiei momentum aliter definire nequit. Hinc
circa meridiem cuius tempus saltem propè constare assu-
mo, sèpissimè altitudo solis observetur, instrumento vel
conuento, vel alio quod magis idoneum videbitur, quæ-

R iii.

134. MEDITATIONES MECHANICAE

quādiū crescit, tempus adhuc antemeridianum indicat; simul ac verò decrescere incipit, pomeridianum declarat.

§. 62. Eo ergo momento, quo solis altitudo crescere desinit, atque decrescere incipit, meridies evenisse censendus est. Verùm quia altitudo solis in ipso meridie per notabile temporis intervallum insensibiliter mutatur, atque adhibitis etiam optimis instrumentis in observatione altitudinis error unius minuti committi potest, hoc modo nimis incertè momentum meridiei assignaretur. Interim tamen hæc observatio maxima solis altitudinis non est intermittenda, cùm ex ea, ob declinationem solis cognitam, elevatio poli determinetur, cuius cognitione non solum in universa navigatione maximi est momenti, sed etiam ad ipsam horam cognoscendam magnum adjumentum affert.

§. 63. Ad tempus ergo meridiei exactius definiendum præstabit duabus solis altitudinibus æqualibus uti, quarum altera ante, altera post meridiem sit facta, tum autem momentum medium inter has duas observationes meridiem indicabit sub his conditionibus; si primo solis declinatio non fuerit interea immutata; secundò si ipsa navis interea quieverit, ac tertio si observationes nullis erroribus sint inquinatae.

§. 64. Ante omnia igitur necesse est, ut hoc ipsum intervallum temporis, inter binas observationes elapsi exactè metiri valeamus, quod nisi id plures horas supereret, fieri posse inter postulara est relatum. Nisi enim tempus per aliquod saltem intervallum ope clepsydræ seu automati exactè mensurari posset, tum ipsa temporis determinatio per observationes omnino esset inutilis, quia non tam determinatio unici cuiusdam momenti, sed emendatio notabilis cuiuspiam temporis intervalli desideratur.

§. 65. Quod jam ad tres antè memoratas circumstantias

ET A

attinet, ad quas attendi ctitudinibus folis æqualit prima, quæ variatione jam satis est explorata, cmeridiei ad singulos gr quibus differentia veri m tiones medii indicatur. servationum non quatuor que rationes prohibent, erit, cùm multo minor f tionibus evitari nequaquam

§. 66. Altera difficultati propositæ penitus e vendam eò majorem o hujusmodi observationur mentis tradi solent, hæc v motu navis oriunda nusq periatur. Quamquam affecti cognitionem inter p quantum navis intervallo exactè æstimari posse, qu nationem opus est, jure

§. 67. Ex æstimatione vallo duarum illarum ob altitudo apparuit, satis at tam longitudo, quam lati Si enim noverimus quot austrum versus absolverit primis vel major vel min mentem tutò, à sphæroïdiam minutiarum omissi turbat.

§. 68. Deinde æquè fac

eridianum indicat, eridianum declarat. His altitudo crescere ridies evenisse censet, ipso meridie per iliter mutatur, atque in observatione altitudo est, hoc modo nuntiatur. Interim tantum altitudinis non est intentionem solis cognitus cognitione non solum est momenti, sed etiam magnum adjumentum exactius definiendum qualibus uti, quarum acta, tum autem observationes meridiem secundum solis declinationem si ipsa navis interea nullis erroribus sint inveniuntur, ut hoc ipsum invaciones elapsi exactas horas superet, fieri enim tempus per aliae seu automati exactis determinatio per quia non tam determinatio notabilis emendatio consideratur.

oratas circumstantias

attinet, ad quas attendi oportet, si meridiem ex duabus altitudinibus solis aequalibus determinare velimus; earum prima, quae variatione solis declinationis continetur, jam satis est explorata, cum habeantur tabulae aequationis meridiei ad singulos gradus elevationis poli supputatae, quibus differentia veri meridiei & momenti inter observationes medii indicatur. Quando autem intervallum observationum non quatuor horas superat, quod aliae quoque rationes prohibent, ne hac quidem correctione opus erit, cum multo minor sit, quam errores qui in observationibus evitari nequaquam possunt.

§. 66. Altera difficultas, quae a motu navis oriatur, quaestioni propositae penitus est propria; ad quam igitur removendam eò majorem operam adhibeo, quod reliqua hujusmodi observationum momenta in omnibus ferè elementis tradi solent, haec vero observationum perturbatio a motu navis oriunda nusquam satis diligenter explicata reperiatur. Quamquam autem accuratam itineris a nave confecti cognitionem inter postulata referre non licet, tamen quantum navis intervallo aliquot horarum processerit, satis exactè estimari posse, quantum quidem ad horæ determinationem opus est, jure assumo.

§. 67. Ex estimatione igitur itineris, quod navis intervallo duarum illarum observationum, quibus eadem solis altitudo apparuit, satis accurate colligi potest, quantum tam longitudine, quam latitudo navis interea fuerit mutata. Si enim noverimus quot millaria anglica vel boream vel austrum versus absolverit, poli elevatio totidem minutis primis vel major vel minor evasit, in hoc enim negotio mentem tutò, à sphæroidica terra figura abstrahimus, quoniam minutiarum omissione, horæ determinationem non turbat.

§. 68. Deinde aequa facile ex itinere estimatione judicatur,

136 MEDITATIONES MECHANICÆ

quantum navis vel ortum vel occasum versum secundum circulum æquatori parallelum interea sit progressa. Ut autem hinc variatio longitudinis in minutis definiri possit, elevationem poli nosse oportet, cuius autem cognitio satis crassa ad hoc institutum sufficit. Si enim vel aliquot gradibus in elevatione poli erraverimus, tamen error qui inde in estimationem variationis longitudinis redundat, omnino erit imperceptibilis.

§. 69. Quamquam autem navis plerumque in hoc intervallo tam longitudinem quam latitudinem simul immutat, tamen utramque mutationem hic seorsim perpendam. Si enim ostendero, quomodo conclusio ex observationibus respondentibus deducenda tam ratione longitudinis quam latitudinis mutatae corrigi debeat singulatum; his ambabus correctionibus simul uti oportebit quando navis interea tam longitudinem quam latitudinem mutaverit. Interea autem declinationem solis invariataam considero, quia error inde oriundus jam est definitus,

§. 70. Ponamus ergo intervallo duarum observationum solis, solam navis longitudinem esse mutatam dato minutorum numero, latitudinem vero eandem manisse. Sit in sphæra cœlesti *P* polus, & *S* locus solis immobilis, ita ut terra, quæ in centro hujus sphæræ positi concipiatur, ejus respectu circa axem spacio 24 horarum solarium giretur. Sit *A* zenith loci navis tempore primo observationis, *B* vero zenith navis momento alterius observationis. Quia ergo in utroque situ tam eadem à poli distantia servatur, quam utrinque eadem solis à zenith distantia observatur, erit $AP = BP$, & $AS = BS$.

§. 71. Hinc meridianus *PS*, angulum horarium *AP* bisecabit, unde sequitur tempore inter observationes medio, meridiem fuisse sub meridiano *PCS*; eo autem tempore navim sub ipso meridiano in *C* extitisse, siquidem

ET 4

interea motu uniformi mota, perspicuum est vationes medio meridi um ubi tum navis est versa viam *AB* descripserit terræ communi, & ut est navim tempore me-

§. 72. Quò distincti clare possimus, ponar in *A* & *B*, elapsas ess ab occidente in oriente unum gradum. Cendum est ante biformido *PB*, sub quo in *PC*, per quem navis a

§. 73. Quia ergo n gradum secundum longitudo in tempore duo minutus nunc reperitur, meridies duobus minoribus eveniret, ita ut hoc n hora statuenda sit 2^h 2 primæ observationis, dicare debuerunt 9^h 5

§. 74. Ex his ergo intervallo duarum observationis interea absoluta, orologia solaria indicari definiri debeat. Atque ante quam post observationibus animadversus, solaria emendari poteruntur, quam navis contingen-

Prix. 1747.

m̄ versum secundūm
ea sit progressa. Ut au-
tinutis definiri possit,
us autem cognitio satis
nim vel aliquot gradi-
tamen error qui inde
inīs redundat, omni-

plerumque in hoc in-
itudinem simul immu-
sc seorsim perpendam.
clusio ex observationi-
n ratione longitudinis
lebeat singulatim; his
portebit quando navis
atitudinem mutaverit,
invariata considero,
finitus,

duarum illarum obser-
udinem esse mutatam,
em vero eandem man-
, & S locus solis im-
ro hujus sphærae posita
em spacio 24 horarum
navis tempore prima
momento alterius ob-
fitu tam eadem à polo
adem solis à zenith dis-
x AS=BS.

gulum horarium APP
nter observationes me-
PCS; eo autem tem-
C extitisse, siquidem
interea

Interea motu uniformi fuerit secundūm longitudinem pro-
mota, perspicuum est. Unde momento inter duas obser-
vationes medio meridies verus incidit sub ipso meridiano,
ubi tum navis est versata. Cùm enim navis zenith interea
yam AB descripscerit cum motu proprio, tum motu toti
terræ communi, & uterque motus sit uniformis, necesse
est navim tempore medio in ipso puncto Chæsse.

§. 72. Quò distinctiùs, quæ hinc consequuntur, enun-
ciare possimus, ponamus inter momenta observationum
in A & B, elapsas esse quatuor horas, navemque interea
ab occidente in orientem secundūm longitudinem absolu-
tissime unum gradum. Quando igitur navis in B versatur, di-
cendum est ante bihorium meridiem incidisse, non sub me-
ridiano PB, sub quo navis nunc est, sed sub meridiano
PC, per quem navis ante duas horas transierit.

§. 73. Quia ergo navis intra hoc bihorium dimidium
gradum secundūm longitudinem consecisse ponitur, quòd
in tempore duo minuta prima, sub meridiano PP, in quo
navis nunc reperitur, ut pote orientaliori, necesse est ut
meridies duobus minutis primis citius, hoc est, ante 2^h 2'
eveniret, ita ut hoc momento in loco navis B, vera diei
hora statuenda sit 2^h 2'. Simili modo, dum navis tempore
prima observationis, in A hæserat, horologia solaria ins-
dicare debuerunt 9^h 58' ante meridiem.

§. 74. Ex his ergo perspicuum est quomodo ex dato in-
tervallo duarum observationum & variatione longitudi-
nis interea absolutâ, tempus verum, quod, scilicet, ho-
rologia solaria indicarent, pro quovis loco navis medio
definiri debeat. Atque si æquabilis temporis lapsus tam
ante quam post observationes, fuerit in solis & minutis so-
laribus animadversus, etiam ea tempora ad horologia so-
laria emendari poterunt; siquidem mutationis longitudi-
nis, quam navis continuò subit, ratio habeatur.

138 MEDITATIONES MECHANICE

§. 75. Cùm igitur hæc satis sint plana, atque bisectio temporis inter duas observationes elapsi, à variatione longitudinis non turbetur, videamus quantum hoc negotium à mutatione latitudinis patiatur. Hic quidem statim liquet, correctionem multò fore difficultatem, quoniam difficultas est ei, quæ ex mutatione declinationis solis oritur, eaque multò major fieri potest, cùm navis latitudo intervallo aliquot horarum, quæ inter observationes effluxerunt, ultra gradum mutari queat. Quocirca hanc correctionem multò minus negligi conveniet.

Fig. VI. §. 76. Quod quò facilius fieri possit, quætamus primùm in loco fixo ex data altitudine solis tempus à meridie. Sit scilicet, Z loci hujus zenith, P polus mundi, & S locus solis tempore observationis. Vocetur altitudo poli = p , cuius complementum est PZ , declinatio solis = s , cuius complementum = PS , siquidem declinatio solis fuerit ejusdem denominationis ac latitudo loci, sin minus pro s , in calculo ponatur = s . Denique sit altitudo solis observata = a , cuius complementum erit arcus ZS ; atque angulus ZPS , qui tempus à meridie indicat, sit = X , erit ex sphæricis, posito sinu toto = 1; $\cos X = \frac{\sin a - \sin p \sin s}{\cos p \cos s}$.

§. 77. Sit jam tempus inter binas observationes æquatorium solis altitudinum interjectum, & ad arcum æquatoris reductum = $z c$, altitudo solis in utraque observatione = a , & declinatio solis = s , quam pariter immutabilem assumo, quia error ex ejus variatione oriundus jam in tabulis æquationis meridiei indicatur. Sit elevatio poli tempore primæ observationis = p , ante meridiem, & elevatio poli tempore secundæ observationis post meridiem = $p + \pi$, ita ut navis interea per intervallum π proprius ad polum accesserit.

§. 78. Jam quia navis sub eodem meridiano moveri

ET

ponitur & meridies ne
2 c incidit, ponamus.
prima observatione ad
pus à meridie ad alte
duas obtinebimus æqu

I. $\cos(p + z)$

II. $\cos(p - z)$

quæ eliminata altitudin

$$\begin{aligned} \sin p \tan g. s + \cos p \\ + \cos(p + z) \cos(p - z) \end{aligned}$$

§. 79. Cùm jam parvæ, erit $\sin(p + z) = \cos p - \pi \sin p$; atque $(p - z) = \cos(p - z) = \cos p + z \sin p$ erit $2 z \sin p \cos p = \pi \cos z = \frac{1}{2} \pi \left(\frac{\tan g. p}{\tan g. c} - \frac{\tan g. c}{\tan g. p} \right)$ tatione π , angulus z f pus conversus, indicab ilum observationum ad c mentum obtineatur. Ad proximè saltem nosse op commissus valorem ipsi

§. 80. Sit elevatio p solis borealis $17^\circ 30'$, ic lum observationum sit 5 sum dat 80° , ita ut sit c gro gradu proprius ad p & in tempore $\frac{1}{2} \pi = 2'$ tur.

tque bisectione tempore variatione longitudo
hoc negotium a
em statim liquet,
quoniam difficultas
obligis oritur, eaque
udo intervallo ali-
effluxerunt, ultra
correctionem mul-

ponitur & meridies non in medium momentum intervalli
 z c incidit, ponamus arcum $c+z$ determinare tempus a
prima observatione ad meridiem elapsum, erit $c-z$ tem-
pus a meridie ad alteram observationem elapsum. Hinc
duas obtinebimus aequationes:

$$\text{I. } \cos(c+z) = \frac{\sin a - \sin p \sin s}{\cos p \cos s}$$

$$\text{II. } \cos(c-z) = \frac{\sin a - \sin(p+\pi) \sin s}{\cos(p+\pi) \cos s}$$

Quae eliminata altitudine communi a dabunt:

$$\begin{aligned} \sin p \tan s + \cos p \cos(c+z) &= \sin(p+\pi) \tan s \\ + \cos(c+\pi) \cos(c-z). \end{aligned}$$

§. 79. Cum jam particulae π & z praep p & c sint valde
parvae, exit $\sin(p+\pi) = \sin p + \pi \cos p$; $\cos(p+\pi)$
= $\cos p - \pi \sin p$; atque $\cos(c+z) = \cos c + z \sin c$ & $\cos(c-z) = \cos c - z \sin c$. Quibus valoribus substitutis,
erit $z \sin c \cos p = \pi \cos c \sin p - \pi \cos p \tan s$. Hincque
 $z = \frac{1}{2}\pi \left(\frac{\tan p}{\tan c} - \frac{\tan s}{\sin c} \right)$ unde ex data latitudinis mu-
tatione π , angulus z facile determinatur, qui in tem-
pus conversus, indicabit quantum ad medium interval-
lum observationum addi debeat, ut verum meridiei mo-
mentum obtineatur. Ad hoc autem elevationem poli p ,
proxime faltem nosse oportet; quia exiguis error in ea
commisus valorem ipsius z non sensibiliter afficit.

§. 80. Sit elevatio poli borealis $p = 48^\circ$, declinatio
solis borealis $17^\circ 30'$, ideoque $s = +17^\circ 30'$, interval-
lum observationum sit $5^h 20'$, quod in angulum conver-
sum dat 80° , ita ut sit $c = 40^\circ$; navis autem interea inte-
gro gradu proprius ad polum acceperit, ut sit $\pi = 1^\circ$,
& in tempore $\frac{1}{2}\pi = 2'$. Jam calculus ita constitue-
tur.

Sij

140 MEDITATIONES MECHANICAE

$$\begin{array}{ll}
 \text{L tang. } p = 10,0455626 & l. \text{ tang. } s = 9,4987223 \quad \text{tang. } p = 1,323 \\
 \text{L tang. } c = 9,9238135 & l. \text{ sin. } c = 9,8080675 \quad \text{tang. } c = \\
 \hline
 & 9,6906548 \quad \text{tang. } s = 0,490 \\
 & 0,1217491 \quad \text{sin. } c = 0,833 \\
 & \frac{1}{2} \pi = \frac{2}{1'666 - 1'40''} \\
 & z =
 \end{array}$$

Hoc ergo casu ad tempus medium inter observationes elapsum addi debet $1'40''$ ut prodeat verum meridiei momentum.

§. 81. Major prodit hæc correctio si declinatio solis sat sit australis, quia tum tang. s, signum contrarium obtinebit, fitque $z = \frac{1}{2} \pi \left(\frac{\text{tang. } p}{\text{tang. } c} + \frac{\text{tang. } s}{\text{sin. } c} \right)$, cuius ut exemplum afferamus, sit altitudo poli $p = 60^\circ$; declinatio solis australis $= 23^\circ 28' = -s$; intervallum observationum $= 3^\circ 40'$, seu in angulo $= 55^\circ = 2c$; ideoque $c = 27^\circ 30'$; interea vero navis austrum versus conficerit $36'$; erit $\pi = -36'$, & in tempore $\frac{1}{2} \pi = -1'12''$: unde calculus ita se habebit:

$$\begin{array}{ll}
 \text{L tang. } p = 10,5385606 & l. \text{ tang. } s = 9,6001181 \quad \text{tang. } p = 3,327 \\
 \text{L tang. } c = 9,7164767 & l. \text{ sin. } c = 9,6644056 \quad \text{tang. } c = \\
 \hline
 & 9,9357125 \quad \text{tang. } s = 0,862 \\
 & 0,5220839 \quad \text{sin. } c = 4,189 \\
 & \frac{1}{2} \pi = \frac{2}{-1'507 - 1'12''} \\
 & z = -1'507 = -1'12''
 \end{array}$$

Hoc ergo casu à momento inter observationes medio subtrahi debet $5'1''$, ut verum meridiei tempus habeatur.

§. 82. Possent hinc ad singulos gradus tum declinationis solis, tum elevationis poli pro præcipuis temporis intervallis tabulae computari, quæ valores $\frac{\text{tang. } p}{\text{tang. } c} + \frac{\text{tang. } s}{\text{sin. } c}$ exhiberent, tum enim numeri hujus tabulae per semissimæ variationis latitudinis $\frac{1}{2} \pi$ multiplicati & in tempus conversi, dabunt correctionem meridiei ex hoc capite necessariam. Sufficiat autem hic regulam ad computum satis facilem tradidisse, & cum aliæ determinationes difficiliore

ET
cálculos requirant, hu-
rimus.

§. 83. Antequam a
notasse conveniet ex il-
libus facile elevationes
assignari posse. Si enim
eliminata supra littera
 $\text{cos. } c = \frac{\text{sin. } a - \text{sin. } p \text{ sin. } s}{\text{cos. } p \text{ cos. } s}$
 $\text{cos. } s \text{ cos. } p$. Ex qua seq-
non sit opus, valor p
 v , ut sit $\text{tang. } v = \frac{1}{\text{cos. } v}$
 $\text{tang. } v \text{ sin. } p + \text{cos. } c \text{ ci-}$
 $+ \text{cos. } v \text{ cos. } p$, ac pc
ergo commodiè innote
altitudo poli quæsita p :

§. 84. Quamquam
momenti, tamen ne ni-
grediar, neque hanc f-
sequentibus peculiarer
vestigandam adhibebo
tionem cognitam esse
cum hora diei ex obser-
Nunc igitur restat, u
meridiei ab ipsis obser-
que plures modos mer-
omnes sequentes modi
meridiem respiciant,

§. 85. Dum autem
num erroribus oriund
omnes segrego, cum q
vero, quoniam, quid

cálculos requirant, hujusmodi tabulis facile carere poterimus.

§. 83. Antequam autem hoc argumentum deferam, notasse conveniet ex illis duabus altitudinibus solis et aquilibus facile elevationem poli veram pro tempore meridiei assignari posse. Si enim p denotet hanc poli elevationem, eliminata supra littera Z , perveniet ad hanc equationem,

$$\cos. c = \frac{\sin. a - \sin. p \sin. s}{\cos. p \cos. s}, \text{ seu } \sin. a = \sin. s \sin. p + \cos. c$$

$$\cos. s \cos. p. \text{ Ex qua sequenti modo, ut extractione radicis non sit opus, valor } p \text{ elicetur. Quaratur primò angulus } v, \text{ ut sit } \tan. v = \frac{\sin. s}{\cos. c \cos. s}, \text{ eritque } \sin. a = \cos. c \cos. s$$

$$\tan. v \sin. p + \cos. c \cos. s \cos. p = \frac{\cos. c \cos. s}{\cos. v} (\sin. v \sin. p + \cos. v \cos. p), \text{ ac porro } \frac{\sin. a \cos. v}{\cos. c \cos. s} = \cos. (p - v). \text{ Hinc ergo commode innotescit angulus } p - v, \text{ ex coque porro altitudo poli quæsita } p.$$

§. 84. Quamquam cognitio elevationis poli maximi est momenti, tamen ne nimis longè à quæstione proposta digrediar, neque hanc formulam uberiori expliceo, neque in sequentibus peculiarem operam ad elevationem poli investigandam adhibeo, sed vel aliunde jam poli elevationem cognitam esse assumam, vel quomodo conjunctim cum hora diei ex observationibus concludi possit, docebo. Nunc igitur restat, ut inquiram quantum determinatio meridiei ab ipsis observationum erroribus afficiatur, neque plures modos meridiem determinandi afferam, cum omnes sequentes modi horam diei determinandi simul ad meridiem respiciant, eumque definiant.

§. 85. Dum autem in turbationem ab ipsis observationum erroribus oriundam inquiro, reliquas anomalias omnes segrego, cum quia eas jam sum contemplatus, tum vero, quoniam, quid omnes conjunctim efficiant, ex

142 MEDITATIONES MECHANICÆ

singulis seorsim concludi potest. Tam solis ergo declinationem, quām situm navis immutabilem nunc considero, atque cūm in binas illas observationes duplex error irreperere possit, alter in altitudinibus solis, alter in aestimatione intervalli temporis interea elapsi, utrumque pariter seorsim evolvam.

§. 86. Cūm igitur in utraque observatione, solis altitudo $= \alpha$ putetur, ponamus discriminem inter solis altitudines esse $= \alpha$, ita ut, si altitudo primæ observationis fuerit $= \alpha$, altitudo solis in altera observatione reverâ sit $= \alpha \pm z$, denotabitque z errorem quem in observatione altitudinis committere possumus; hicque duplicatus esse poterit, si quidem altera in defectu, altera in excessu peccaverit. Unde si in una observatione duobus minutis errare queat, fieri poterit ut α fiat $= 4'$, quod tamen rarissime evenire censendum est.

§. 87. Ob hunc ergo errorem momentum meridiei in medio intervallo inter observationes elapsi pariter non nihil discrepabit. Sit ergo totum intervallum observationum in angulum conversum $= z c$, & intervallum inter primam observationem & meridiem $= c + z$, erit intervallum à meridie ad secundam observationem $= c - z$. Unde si declinatio solis sit $= s$, elevatio poli $= p$, habentur duas sequentes æquationes:

$$\text{I. } \cos. (c + z) = \frac{\sin. a - \sin. p \sin. s}{\cos. p \cos. s}$$

$$\text{II. } \cos. (c - z) = \frac{\sin. (a + \alpha) - \sin. p \sin. s}{\cos. p \cos. s}$$

§. 88. Cūm jam ob z & α valdè parva, sit $\cos. (c + z) = \cos. c - z \sin. c$, & $\cos. (c - z) = \cos. c + z \sin. c$, atque $\sin. (a \pm \alpha) = \sin. a \pm \alpha \cos. a$. Si prorsus æquatio à posteriori subtrahatur, relinquetur $2 z \sin. c = \frac{\pm \alpha \cos. a}{\cos. p \cos. s}$, ideo-

ET A

que $z = \pm \frac{1}{2} \alpha \frac{\cos. a}{\sin. c \cos. s}$ convertatur, statim pre expressus. Sic si α æstimeturque $\frac{1}{2} \alpha = 10''$ tem angulus $c = 15^\circ$, elevatis $s = 23^\circ$ & altitudine Quamquam ergo in hc meridiei maximè perturbatum meridiei tantum ad

§. 89. Quamvis igitur emendare valeamus tūm ab eo determinatio reliquæ circumstantiæ in tunt, ut intra minutum potest certi esse queamus; hi poterimus, quod eo innotabiliter non afficiatur.

§. 90. Quod dēnique temporis inter binas titur, manifestum est, ei medio intervallo non re correctione opus esset, et semius. Quamobrem met diei momentum tam acc vix uno minuto primo à v an major certitudinis grad exactius definiri poterit, si tuantur, atque inter omnem eligatur.

que $z = \pm \frac{1}{2} \alpha \frac{\cos \alpha}{\sin c \cos p \cos s}$: unde si angulus $\frac{1}{2} \alpha$ in tempus convertatur, statim prodibit error meridiei z in tempore expressus. Sic si α aestimetur $5'$, hoc in tempore dabit $20''$, fietque $\frac{1}{2} \alpha = 10''$ temporis. Sit jam $2c = 2$ horas, seu angulus $c = 15^\circ$, elevatio poli $p = 60^\circ$, declinatio solis $s = 23^\circ$ + altitudo $a = 6^\circ$: reperietur $z = \pm 83''$. Quamquam ergo in hoc exemplo omnia observationem meridiei maximè perturbare assumta sunt, tamen momentum meridiei tantum ad $1' 23''$, incertum relinquitur.

§. 89. Quamvis igitur hunc errorem neque tollere neque emendare valeamus, tamen neesse fuit nosse, quantum ab eo determinatio meridiei impediatur; & quoniam reliquæ circumstantiæ majorem accurationem non admittunt, ut intra minutum primum de vero meridiei momento certi esse queamus; hunc errorem eò facilius negligere poterimus, quod eo incertitudo veri momenti meridiei notabiliter non afficiatur.

§. 90. Quod denique ad errorem, qui forte in aestimatione temporis inter binas observationes elapsi, committitur, manifestum est, eo verum meridiei momentum à medio intervallo non removeri: neque ergo propterea correctione opus esset, etiamsi istum errorem definire possemus. Quamobrem methodo hic exposita, verum meridiei momentum tam accuratè definiri posse assumo, ut vix uno minuto primo à veritate aberret; valdeque dubito, an major certitudinis gradus obtineri queat. Multò tamen exactius definiri poterit, si plures observationes simul instituantur, atque inter omnes conclusiones medium quoddam eligatur.



$\frac{p \sin s}{s}$
 $\frac{-\sin p \sin s}{p \cos s}$
 arva, sit $\cos(c+z)$
 $\cos c + z \sin c$, atque
 rbus æquatio à poste-
 $\frac{\pm \alpha \cos \alpha}{\cos p \cos s}$, ideo-

V. I.

*Determinatio horæ diei per observationes
Solis.*

§. 91. In præcedenti articulo ad solum momentum meridiei respeximus, à quo reliquæ horæ tam diurnæ quam nocturnæ sunt numerandæ; nunc igitur docendum est, quomodo ex altitudinibus solis accurate observationis, tam ante quam post meridiem, vera diei hora colligi debeat, quæ, scilicet, ei meridiano, sub quo navis tempore observationis versatur, conveniat; perpetuò enim tenendum est eam horam requiri, quam exquisitissimum horologium solare, si tali uti liceret, in eodem loco et demque tempore effet indicaturum.

§. 92. Hic statim se offerunt duo casus, prout elevatio poli vel cognita fuerit vel incognita. Declinatione enim solis, quæ in determinationem temporis ingreditur, perpetuò cognitam esse assumo. Namque ephemeride solis imprimis ad manus esse oportet, ex quibus ad quodvis momentum ejus loci ad quod sunt computatae, determinatio solis facile colligitur. Etsi autem, ut idem sub meridiano inde praestari possit, differentiam meridianorum nosse oportet, tamen vix unquam navis in ejusmodi versatur, quin ejus longitudo ad aliquot gradus cognatur. Error autem vel quindecim graduum hic communis in declinatione solis, nunquam errorem unius minuti perinde in hoc negotio declinationem solis omnino integrata referre licet.

§. 93. Ponamus ergo primò elevationem poli cognitam, siue ea nunc demum sit ex observatione collecta,

$$\text{ET } \begin{aligned} &\text{collecta, siue jam antea, ita ut variatio, q. ex estimatione itineris autem elevatione poli} \\ &\text{viatione altitudinis soli na siue pomeridiana d. ratio poli} = p, \text{ declin. arcum s. ejusque proinc. manente ejus cosinu), plus a meridie in arcu} \\ &\text{cos. x} = \frac{\sin. a - \sin. p \sin. s}{\cos. p \cos. s} \end{aligned}$$

§. 94. Ex hac ergo tempore conversus, quir habebitur vel hora antea tempore observationis, qui bium esse nequit. Cope logarithmorum al-

$$= \sqrt{\frac{\cos. p \cos. s + \sin. p \sin. s}{2 \cos. p \cos. s}} \text{ cum jam sit } \frac{\cos. A - \cos. B}{2}$$

$$= \cos. (90^\circ - a), \text{ erit } \frac{\cos. (90^\circ - a) + s}{2},$$

$$\sin. \frac{90^\circ - a - p + s}{2}, \quad \sqrt{\frac{\sin. (90^\circ - a - p - s)}{2} \times \frac{\sin. (90^\circ - a - p + s)}{2}},$$

num totum, quem hacten-

§. 95. Quò usus huic elevatio poli $p = 52^\circ 2' = 9^\circ 15'$, seu $s = -9$ diem altitudo solis $a =$

collecta, sive jam ante non nimis magnum tempus definita, ita ut variatio, qua interea ob motum navis sit facta, ex estimatione itineris satis exactè assignari queat. Cognitâ autem elevatione poli cum declinatione solis, ex observatione altitudinis solis facile hora diei, sive antemeridiana sive pomeridiana determinatur. Si enim ponatur elevatio poli $= p$, declinatio solis borealis $= s$ (pro australi arcum s ejusque proinde sinum negative accipi oportet, manente ejus cosinu), altitudo solis observata $= a$, & tempus à meridie in arcum æquatoris conversum $= x$, erit

$$\cos. x = \frac{\sin. a - \sin. p \sin. s}{\cos. p \cos. s}.$$

§. 94. Ex hac ergo formula definitur angulus x , qui in tempus conversus, quindecim gradus uni horæ tribuendo, habebitur vel hora antemeridiana vel pomeridiana tempore observationis, quorum utrum locum habeat, dubium esse nequit. Quò autem hic calculus facilius ope logarithmorum absolvî possit, quia est $\sin. \frac{1}{2} x =$

$$= \sqrt{\frac{\cos. p \cos. s + \sin. p \sin. s - \sin. a}{2 \cos. p \cos. s}} = \sqrt{\frac{\cos. (p-s) - \sin. a}{2 \cos. p \cos. s}},$$

cum jam sit $\frac{\cos. A - \cos. B}{2} = \sin. \frac{A+B}{2} \times \sin. \frac{B-A}{2}$, & $\sin. a = \cos. (90^\circ - a)$, erit $\frac{\cos. (p-s) - \cos. (90^\circ - a)}{2} = \sin. \frac{90^\circ - a + p - s}{2}$.

$\sin. \frac{90^\circ - a - p + s}{2}$, ideoque habebitur $\sin. \frac{1}{2} x =$

$$\sqrt{\sin. \frac{90^\circ - a - p + s}{2} \times \sin. \frac{90^\circ - a - p + s}{2}}$$

$r r$, denotante r sum totum, quem hactenus posui $= 1$.

§. 95. Quò usus hujus formulæ exemplo illustretur, sit elevatio poli $p = 52^\circ 27'$, declinatio solis australis $- s = 9^\circ 15'$, seu $s = - 9^\circ 15'$, & observata sit ante meridiem altitudo solis $a = 19^\circ 25'$, calculus ita se habebit.

Prix. 1747.

T

7

MEDITATIONES MECHANICAE

$$\begin{array}{l}
 p = 52^\circ 27' \quad a = 19^\circ 25' \\
 s = 9^\circ 15' \quad 90 - a = 70^\circ 35' \\
 \hline
 p-s = 61^\circ 42' \quad 90 - a = 35^\circ 17' 30'' \\
 \hline
 \frac{p-s}{2} = (30^\circ 51') \quad \frac{p-s}{2} = 30^\circ 51' 0'' \\
 \hline
 \frac{90-a+p-s}{2} = 66^\circ 8' 30'' \\
 \hline
 \frac{90-a-p+s}{2} = 49^\circ 26' 30'' \\
 \hline
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 \sin \frac{90-a+p-s}{2} = 9,9612067 \\
 \sin \frac{90-a-p+s}{2} = 8,8884883 \\
 \text{addit. rr.} \dots \dots \dots 38,8501950 = A \\
 l. \cos. p \dots = 9,7849406 \\
 l. \cos. s \dots = 9,9943156 \\
 \hline
 19,7792562 = B \\
 A - B = 19,9709388 \\
 l. \sin. \frac{1}{2}x = 9,5354694 \\
 \frac{1}{2}x = 20^\circ 4' 5'' \\
 \hline
 \end{array}$$

Erit ergo $x = 40^\circ 8' 10''$, qui arcus in tempus converitus dat $2^\circ 40' 33''$, ita ut observatio facta sit $9^h 19' 27''$ tempore vero.

S. 96. Cum autem in altitudine solis a error aliquotum minutorum possit esse commissus, hinc hora inventa incerta reddetur; quanta ergo sit haec incertitudo, operae premium erit indagare. Sit ergo altitudo solis vera $= a + \alpha$, ubi α errorem in observatione commissum denotet atque tempus à meridie in angulum conversum sit revera $x + \xi$, erit $\cos. \alpha = \frac{\sin. a - \sin. p \sin. s}{\cos. p \cos. s}$, & $\cos. (x + \xi) = \frac{\sin. (a + \alpha) - \sin. p \sin. s}{\cos. p \cos. s}$.

Jam quia ob α & ξ valde parva, est $\cos. (x + \xi) = \cos. x - \xi \sin. x$, & $\sin. (a + \alpha) = \sin. a + \alpha \cos. a$; erit $\xi = \sin. \alpha - \frac{\alpha \cos. a}{\cos. p \cos. s}$ & $\xi = -\alpha \frac{\cos. a}{\cos. p \cos. s \sin. x}$.

S. 97. Error fitur in tempus redundans eò erit major, quò 1. Minus observatio distet à meridie. 2. Quò major fuerit declinatio solis. 3. Quò major fuerit elevatio poli.

Et 4. Quò minor sit altitudo solis. In exemplo ergo antè allato, quo erat $p = 52^\circ 27'$, $s = 9^\circ 15'$, $a = 19^\circ 25'$, & $x = 40^\circ 8'$, error erit $\xi = -2,433^\circ$. Unde si a seu error in altitudine commissus sit $= s'$, seu in tempore $= 20''$, erit error in hora determinationem inde ortus $= 48''$ qui, cum integrum minutum non exhaustat,

ET A's facile neglegi potest, pra substat.

S. 98. Formula inveniendie ubi $x = 0$, errore sed notandum est hoc casum quam evanescens considerare. Si enim sit $x = 0$, $\cos. (p-s)$, & $\cos. a = 1$ fit $\cos. \xi = \frac{\sin. (a+\alpha) - \sin. p \sin. s}{\cos. p \cos. s}$ ob $\cos. \xi = 1 - \frac{1}{2} \xi \xi$, $\cos. 1 - \frac{1}{2} \xi \xi = \frac{\cos. p \cos. s + \alpha \sin. p}{\cos. p \cos. s} = 2 \alpha (\tan. p - \tan. \text{posito radio}) = 1$, eritque roris α) ponatur $\alpha = 5' = 3438''$, fiet $\xi = \sqrt{3438}$ tempore erit error $12' 24''$ magnus, ante peculiarem tradidi.

S. 99. Si in elevatione sit dp , in angulo quoque hicque ex differentiatione ponendis x & p variabilitate $dx \sin. x = \frac{-dp \sin. s}{\cos. s} + \frac{dp (\sin. s - \sin. a \sin. p)}{\cos. p^2 \cos. s \sin. x}$. Qui meridiem, facile tolerari li non nimis aberret.

S. 100. In ortu vel oca observare licet, dummodum quemadmodum illustriss.

facile negligi potest, præsertim si error altitudinis infra ξ
subsistat.

§. 98. Formula inventa $\xi = \alpha \frac{\cos. a}{\cos. p \cos. s \sin. x}$ in ipso
meridie ubi $x=0$, errorem infinitum indicare videtur
sed notandum est hoc casu quia ξ præ x non amplius tan-
quam evanescens considerari potest, eam formulam non
valere. Si enim sit $x=0$, erit $\sin. a = \cos. p \cos. s + \sin. p \sin. s$
 $= \cos. (p-s)$, & $\cos. a = \sin. p \cos. s - \cos. p \sin. s$. Cum ergo
sit $\cos. \xi = \frac{\sin.(a+s) - \sin. p \sin. s}{\cos. p \cos. s} = \frac{\sin. a \cos. s + \cos. a \sin. s - \sin. p \sin. s}{\cos. p \cos. s}$
ob $\cos. \xi = 1 - \frac{1}{2} \xi \xi$, $\cos. a = 1 - \frac{1}{2} aa$, & $\sin. a = a$ erit
 $1 - \frac{1}{2} \xi \xi = \frac{\cos. p \cos. s + \alpha \sin. (p-s)}{\cos. p \cos. s}$; ideoque $\xi \xi = \frac{-2 a \sin. (p-s)}{\cos. p \cos. s}$
 $= -2 a (\tan. p - \tan. s)$. Sit $\tan. p - \tan. s = n$
posito radio = 1, eritque $\xi \xi = 2 n a$; (mutato signo er-
roris a) ponatur $a = 5' = \frac{1}{12}^\circ$; & ob radium $1 = 57 \frac{1}{3}^\circ$
 $= 3438'$, fiet $\xi = \sqrt{34380} n$ minus $= 186' \sqrt{n}$, & in
tempore erit error $12' 24'' \sqrt{n}$. Qui error cum nimis sit
magnus, ante peculiarem methodum meridiem inveniendi
tradidi.

§. 99. Si in elevatione poli p error committatur, qui
sit dp , in angulo quoque horario x error nascetur qui sit $d x$,
hicque ex differentiatione equationis $\cos. x = \frac{\sin. a - \sin. p \sin. s}{\cos. p \cos. s}$
ponendis a & p variabilibus cognoscetur, erit namque
 $-d x \sin. x = \frac{-dp \sin. s}{\cos. s} + \frac{dp \sin. p (\sin. a - \sin. p \sin. s)}{\cos. p^2 \cos. s}$, & $d x$
 $= \frac{dp (\sin. s - \sin. a \sin. p)}{\cos. p^2 \cos. s \sin. x}$. Qui error iterum, nisi circa ipsa
meridiem, facile tolerari potest, dummodo elevatio po-
li non nimis aberret.

§. 100. In ortu vel ocaſu solis, quem sine instrumentis
observare licet, dummodo refractionis ratio habeatur,
quemadmodum illustriss. Dominus de Maupertuis, in

148 MEDITATIONES MECHANICAE

Astronomia Nautica docet, hora diei, siquidem elevatio poli & declinatio solis sit nota, facillimè definietur. Cùm enim tum sit $\alpha = 0$, erit $\cos x = \frac{\sin p \sin s}{\cos p \cos s} = -\tan p$
 $\tan s$: unde si declinatio solis sit borealis, fiet $x > 90^\circ$, contra verò minor & utroque casu angulus x in tempus conversus, monstrabit verum momentum vel ortus solis vel occasus tempore.

§. 101. Quia hactenus altitudinem poli fatis exactè cognitam assumsi, nunc ad alteram hujus sectionis partem progrediar, investigaturus quomodo horam diei per observationes solis definiri conveniat, si elevatio poli penitus sit incognita. Ac primo quidem liquet hoc per unicam solis observationem praestari non posse, sed ad minimum duas altitudines solis adhiberi debere. Hincque ergo non solùm ad tempus interea præterlapsum, sed etiam ad variationem declinationis solis, & potissimum ad mutationem loci, quam navis interea subierit, erit respiciendum, quibus rebus hæc determinatio non parum difficilis rediditur.

§. 102. Usquehas difficultates paulatim superemus, ponamus primò navem situm non mutare, atque ex duabus altitudinibus solis, dato temporis intervallo, observatis, facile invenietur verum tempus pro utravis observatione; sive solis declinatio interea mutetur, sive minus. Sit enim

Fig. VII. HOZ meridianus loci, in quo navis existit, P polus, Z zenith, A & a loca solis binis observationum momentis, dabanturque arcus AP, aP quippe declinationum solis complementa, simulque ex tempore præterlapsu cognoscitur angulus APA, præterea verò dantur arcus verticalium circulorum ZA, Za, ut potè altitudinum observationarum complementa.

§. 103. Jam per puncta A & a concipiatur ductus arcus

ET A
 circuli maximi, quo q
 sentabitur, & in triang
 bus AP & aP, cùm
 latus AA & anguli P
 AZa, cognitis omni
 ZAA, ZaA; ex quib
 tis, elicientur anguli Z
 triangulo ZAP, ob
 ZAP, invenietur latu
 poli, & angulus ZPA
 à meridie indicabitur.

§. 104. Cùm igitur ponamus navem intere
 mutasse, ita ejus latitud
 angulum ad polum AP
 observationes elapsò me
 poris intervallo deduci
 addendam vel demand
 in orientem vel ab orien
 tem angulo APA defini
 tricè ut antè, reperi
 ra diei hora tempore ut

§. 105. Si autem
 mutaverit, calculus aliqu
 mulam generalem sup
 Sit tempore primæ obse
 natio solis = s, altitudo
 horarius, seu qui verum
 terra nunc versatur, ind
 servationis sit elevatio
 $= s + ds$; altitudo soli
 rarius verum tempus à n
 liaret, indicans = x.

, siquidem elevatio
nē definitur. Cūm
 $\frac{p \sin s}{\cos s} = \tan p$
alis, fiet $s > 90^\circ$,
gulus s in tempus
tum vel ortū solis

poli satis exacte co-
is sectionis partem
horam diei per ob-
elevatio poli peni-
uet hoc per unicam
, sed ad minimum
Hinc ergo non
, sed etiam ad va-
ssimum ad mutatio-
erit respiciendum;
arum difficilis red-

m superemus, po-
e, atque ex duabus
rvallo, observatis;
ravis observatione;
ne mirus. Sit enim
existit, P polus, Z ,
tionum momentis,
eclinationum solis
räterlapso cognos-
antur arcus vertica-
titudinum observa-
piatur ductus arcus

circuli maximi, quo quidem non via à sole percursa, præ-
sentabitur, & in triangulo sphærico APa ex datis lateri-
bus AP & aP , cūm angulo intercepto APa invenietur
latus Aa & anguli PAa , & PaA . Tum in triangulo
 ZAa , cognitis omnibus lateribus, reperientur anguli
 ZAA , ZaA ; ex quibus cum angulis PAa & PaA colla-
tis, elicientur anguli ZAP & ZaP , hincque denique in
triangulo ZAP , ob data latera ZA , PA & angulum
 ZAP , invenietur latus PZ complementum elevationis
poli, & angulus ZPA , quo tempus alterius observationis
à meridie indicabitur.

s. 104. Cūm igitur hic casus nihil habeat difficultatis,
ponamus navem interea cursu suo tantum longitudinem
mutasse, ita ejus latitudo manferit eadē, perspicuum est
angulum ad polum APa jam non amplius tempore inter
observationes elapsō mensurari, sed angulo ex hoc tē-
poris intervallo deduc̄to mutationem longitudinis vel esse
addendam vel dēmendā, prout navis vel ab occidente
in orientem vel ab oriente in occidentem feratur. Hoc au-
tem angulo APa definito, reliqua definientur trigonomo-
ticē ut antè, reperieturque tamen elevatio poli, quam ve-
ra diei hora tempore utriusque observationis.

s. 105. Si autem navis interea quoque latitudinem
mutaverit, calculus aliquanto fiet difficilior atque ad for-
mulam generalem suprà adhibitam primū recurramus.
Sit tempore primæ observationis elevatio poli $= p$; decli-
natio solis $= s$, altitudo solis observata $= a$, atque angulus
horarius, seu qui verum tempus à meridie ejus loci, ubi
terra nunc versatur, indicat, $= x$. Tempore secundæ ob-
servationis sit elevatio poli $= p + dp$, declinatio solis
 $= s + ds$; altitudo solis observata $= a'$, & angulus ho-
rarius verum tempus à meridie hujus loci, ubi navis nunc
haret, indicans $= x'$.

150 MEDITATIONES MECHANICÆ

§. 106. Sit intervallum temporis harum duarum observationum jam more solito ad angulum horarum reductum $= v$; hocque tempore navis secundum longitudinem ab occidente in orientem confecerit angulum $= \mu$; secundum latitudinem vero boream versus accesserit per angulum v , ubi me non monente intelligitur, si navis vel in occidentem, vel austrum versus, sit progressa, tum vel $- \mu$ pro μ , vel $- v$ pro v scribi oportere. Erit ergo $x' = x - v + \mu$, ideoque $x' = x + v + \mu$; & $dp = 0$; atque ex formula supra data colligitur, $\cos. x = \frac{\sin. a - \sin. p \sin. s}{\cos. p \cos. s}$ & $\cos. x' = \frac{\sin. a' - \sin. (p + dp) \sin. (s + ds)}{\cos. (p + dp) \cos. (s + ds)}$.

§. 107. Ex his quantitatibus cognitæ sunt s , $s + ds$ declinatio, scilicet, solis in utraque observatione borealis nam pro australi hi anguli negativè sunt accipiendi, porro altitudines a & a' cum intervallo v , atque mutationes longitudinis & latitudinis μ & v ; manentque duæ incognitæ x & p definiendæ, quibus etiam binæ æquationes inventæ sufficiunt. Posterior autem æquatio, evolutis differentialibus, dat $\cos. x' = \frac{\sin. a' - \sin. p \sin. s}{\cos. p \cos. s} + \frac{dp (\sin. a' \sin. p - \sin. s)}{\cos. p^2 \cos. s}$, $+ \frac{ds (\sin. a' \sin. s - \sin. p)}{\cos. p \cos. s^2} = \cos. (x + v - \mu)$. Quod si jam hinc p eliminare velimus, ope æquationis $\cos. x = \frac{\sin. a - \sin. p \sin. s}{\cos. p \cos. s}$ reperietur quidem æquatio valorem anguli x definientem sed opus foret immensum calculum inde adstruere.

§. 108. Calculum autem multò faciliùs expedire possumus, si modò azimuthum solis in alterutram observatione in computum ducamus, quod sufficit circiter saltem nosse, etiamsi error inde oriundus, si opus videatur, facile corrigi queat. Beneficio autem acutis magneticæ azimutha non adeò sunt incognita; ut non ad aliquod saltem gradus estimari queant, quod ad meum propositum sufficit.

ET AST

Sumto ergo polo P , forn quem vocemus brevitatis $= 90^\circ - s$, & $Pa = 90^\circ$ lo sphærico ZPa definiet gulis PAa , PaA .

§. 109. Sit porro angulus meridianus pro loco solis viso $- p$, arcus ZA præbebit in prima observatione. Deinde erit $ZPa = x'$, ideoque c meridianum respectu loci ne. Quare si capiatur Pz : bit arcus $z a$ complementū observatione: sicque habet $= 90^\circ - a'$, atque $Zz =$

§. 110. Si jam azimuth seu angulus $Hza = \theta$, quod esse ponio; & ex Z ad az erit $z u = v \cos. \theta$. Concipia mi Za erit $Za = au = 90^\circ$

cognita in triangulo Aza & Zaa , & ob $Zu = \frac{v \sin. \theta}{\cos. a'}$; ideoque & angul

• §. 111. Nunc in triangul $- s - ds$, $za = 90^\circ - a = zaA$, hincque reperi entum latitudinis navis inde angulus $aPz = x + v + x$, seu tempus verum in terea vero elicetur angulus crepare deprehendatur ab a jam substituatur, idemque

harum duarum obser-
m horarium reductum
dūm longitudinem ab
ngulum = μ ; secun-
is accesserit per angu-
igitur, si navis vel in-
sit progressa, tum vel
tere. Erit ergo $x' = \alpha$
 $+ \nu$; & $dp = v$: atque ex
 $x = \frac{\sin. \alpha - \sin. p \sin. s}{\cos. p \cos. s}$ &

uitæ sunt s , $s + ds$ de-
obseruatione borealis;
sunt accipiendi, porro
 v , atque mutationes
nentque duæ incogni-
binæ æquationes in-
quatio, evolutis diffe-
 $n. s + dp (\sin. \alpha \sin. p - \sin. s)$
 $\cos. p \cos. s$
 $\# \mu$). Quod si jam hinc
 $\cos. x = \frac{\sin. \alpha - \sin. p \sin. s}{\cos. p \cos. s}$
in anguli x definiens,
inde adstruere.

facilius expedire pa-
n alterutra obserua-
sufficit circiter saltem
, si opus videatur, fa-
cūs magneticæ azi-
non ad aliquod saltem
in propositum sufficit.

Sumto ergo polo P , formetur angulus $APa = v + \mu$, Fig. VII.
quem vocemus brevitatis gratia = w , capianturque PA
 $= 90^\circ - s$, & $Pa = 90^\circ - s - ds$. Hincque in triangu-
lo sphærico APa definietur tertium latus Aa , cum an-
gulis PAa , PaA .

§. 109. Sit porro angulus $ZPA = x$, erit PZH mé-
ridianus pro loco solis viso prioris, unde si fiat $PZ = 90^\circ$
 $- p$, arcus ZA præbbit complementum altitudinis solis
in prima obseruatione. Deinde cum sit $ZPa = x + v + \mu$
erit $ZPa = x'$, ideoque circulus $HZPO$ referet quoque
meridianum respectu loci solis a in posteriori obserua-
tione. Quare si capiatur $Pz = 90^\circ - p - dp$, repræsentabit
arcus za complementum altitudinis solis in posteriori
obseruatione: sicque habebitur $ZA = 90^\circ - a$, & za
 $= 90^\circ - a'$, atque $Zz = dp = v$.

§. 110. Si jani azimuthum in posteriori obseruatione,
seu angulus $Hza = \theta$, quem proximè saltem cognitum
esse ponso; & ex Z ad az ducatur perpendicular Zu ,
erit $zu = v \cos. \theta$. Concipiatur ductus arcus circuli maxi-
mi Za erit $Za = au = 90^\circ - d - \frac{v}{u} \cos. \theta$, atque ob-
cognita in triangulo Aza tria latera, invenientur anguli
 Zaa & ZaA , & ob $Zu = v \sin. \theta$, erit angulus Zaz
 $= \frac{v \sin. \theta}{u \cos. a}$; ideoque & angulus zaA erit datus.

§. 111. Nunc in triangulo PaZ dantur latera $Pa = 90^\circ$
 $- s - ds$, $za = 90^\circ - a'$, & angulus $zaP = PaA$
 $= zaA$, hincque reperientur primo latus Pz comple-
mentum latitudinis navis in posteriori obseruatione, deinde
angulus $\alpha Pz = x + v + \mu$, & proinde angulus APZ
 $= x$, seu tempus verum in utraque obseruatione. Præ-
terea vero elicetur angulus Pza , qui si notabiliter dif-
crepare deprehendatur ab assumpto azimutho θ , is loco θ
jam substituatur, idemque calculus repetatur. Hocque

152 MEDITATIONES MECHANICAE

pacto per merum calculum geometricum, cuius præcepta ubique exstant, hoc problema aliàs difficillimum facile resolvetur.

§. 112. Problema ergo hoc in navigatione utilissimum; quo ex observatis duabus altitudinibus solis, & tempore interea elapsō, hora dīēi cum elevatione poli quæritur, ita hīc solutum dedi, ut calculus ob ipsius navis motum vix molestior reddatur. Etsi ergo sāpissimè variatio latitudinis Zz tam parva est, ut tuto omitti posset, tamen ejus quoque ratione habitā calculus non turbatur; quam obrem cūm hāc operatio magis contrahi nequeat ut vulgaribus regulis Trigonometriæ absolvetur, ne exemplo quidem ad ejus illustrationem opus esse judico: atque ad observationes nocturnas, in quibus crepusculares simul sum complexus, progrediar.

Determinatio hora
Poli

§. 113. NOCTU ig
bus stellarur
concludi debet, quarum
fiones rectas ad quodvis
que ergo hīc ejusmodi
stellarum incognitarum 1
Stellæ autem fixæ hoc pra
perpetuò (saltem quamdi
clinationem conservent:
variationis quoque quam
ties opus fuerit, ratio erit

§. 114. Ad manus ergo
puarum stellarum fixarum
nes & ascensiones rectæ ac
cipitur, sint expressæ. Pr
esse debent ephemerides
num computatæ; ex quib
nes & ascensiones rectæ,
tiones diurnæ cognosci q
notavi, observatorem inf
ridibus solaribus, quonia
ferri solent.

§. 115. Cūm quælibe
num revertatur post 23^h 5
tum medium eandem p

Prix. 1747.

vigatione utilissimum;
us solis, & tempore
atione poli queritur,
o ipsius navis motum
epissimè variatio lati-
omitti posset, tamen
non turbatur; quam-
ntrahi nequeat ut vul-
olvetur, ne exemplo
esse judico: atque ad
crepusculares simul

V. I. I.

*Determinatio horæ nocturnæ, si elevatio
Poli sit data.*

§. 113. **N**OCTU igitur verum tempus ex altitudini-
bus stellarum, sive fixarum sive inerrantium.
concludi debet, quarum tam declinationes quām ascen-
siones rectas ad quodvis tempus cognitas esse assumo; ne-
que ergo hīc ejusmodi methodis quæ ad observations
stellarum incognitarum sunt accommodatæ, immorabor.
Stellæ autem fixæ hoc præ sole gaudent commodo, quod
perpetuò (saltem quamdiu iter navis durat) eandem de-
clinationem conservent: sin autem planetæ adhibeantur,
variationis quoque quam in declinatione patiuntur, quo-
ties opus fuerit, ratio erit habenda.

§. 114. Ad manus ergo esse pono catalogum præci-
puarum stellarum fixarum, in quo singularum declinatio-
nes & ascensiones rectæ ad id tempus, quo navigatio sus-
cipitur, sint expressæ. Præterea vero quoque in promtu
esse debent ephemerides planetarum ad præsentem an-
num computatae; ex quibus non solum eorum declinatio-
nes & ascensiones rectæ, sed etiam harum rerum varia-
tiones diurnæ cognosci queant. Imprimis autem, ut jam
notavi, observatorem instructum esse oportet, epheme-
ridibus solaribus, quoniam omnia tempora ad solem re-
ferri solent.

§. 115. Cūm quælibet stella fixa ad eundem meridiæ
num revertatur post $23^{\text{h}} 56' 4''$, dum sol secundum mo-
tum medium eandem periodum absolvit tempore 24^{h} .

Prix. 1747.

V

154 MEDITATIONES MECHANICAE

Horarum, si illud temporis intervallum $23^{\text{h}} 56' 4''$ in 24 partes æquales dividatur, hæc partes horæ sidereæ appellari solent ad distinctionem horarum communium, quæ ex motu solis definiuntur; eritque hora siderea ad horam solarem ut 86164 ad 86400 , seu proximè ut 365 ad 366 , unde conversio horarum siderearum in solares nihil habebit difficultatis & contraria.

§. 116. Ascensiones rectæ à principio arietis secundum signorum ordinem numerari solent, unde cujusque stellæ ascensio recta indicat, quanto ea temporis intervallo post initium arietis ad eundem meridianum appellatur. Hoc, scilicet, tempus in horis sidereis exprimitur, si quindeni gradus ascensionis rectæ in unam horam computentur: vel si 360° pro $23^{\text{h}} 56' 4''$ sumatur, prodibit tempus in horis solaribus expressum. Quia porro in ephemeridibus appulsus principii arietis ad meridianum assignari solet, hinc verum tempus quo quævis stella fixa ad meridianum venit, innotescet.

§. 117. Hoc quoque tempus hujusmodi tabulis deficientibus hoc modo colligitur, subtrahatur ascensio recta solis, quam ipso meridie proximè elapsō tenuit, ab ascensione rectâ stellæ, & residuum in horas sidereas conversum dabit tempus, quo hæc stella per meridianum transiit, in horis sidereis expressum, quas deinde in horas solares mutare convenit. Vel cum tabulae habeantur, quæ differencias ascensionum rectarum in horis solaribus exhibeant, & vicissim cujusmodi in *Notitia temporum*, quæ Parisis quot annis edi solet, pag. 93 & 94, est inserta, ejus operi jusque stellæ appulsus ad meridianum in horis solaribus statim reperitur; sive horis sidereis carere poterimus.

§. 118. In ephemeridibus porro ascensio recta solis ad meridiem ejus loci, ad quem sunt computatae, exhibetur: unde si ejus variatio diurna spectatur, pro quo vis alio-

ET AS
meridianō, cujus differe*re*
momento ascensio recta
ad hoc accuratā longitudine
error 15° in longitudine
tantum $2'$ circiter produc*re*
quam longitudo loci adest
capite error sit metuendus

§. 119. Cum igitur tene*re*
stella fixa ad meridianum
pellet, si ipsum transitum
dianum observare liceret,
ra haberetur, sed jam suprà
situm per meridianum nisi
temporis determinationem
men plurimum proderit c*on*
ximas earum altitudines o*rum*
clinationem cognitam ele*ct*
test. Quod ad modos in h*is*
erit necessarium, quia h*ic*
sumo.

§. 120. Ad verum ergo t*em*
oportet, quæ jam à meridiano
attendendum est, utrum ac
rò jam versus occasum in
ejus appulsum ad meridianum
quidem dijudicatione null
ceps autem fusi*s* investiga*m*
dem delectus concedatur
simæ.

§. 121. Observetur ergo
idoneum videbitur, stellæ
recta ac declinatio sit cog*ni*
tus = a. Tum sit elevatio;

123^h 5' 6'' 4'' in 24
ora fidereæ appellatur
omnium, quæ
fidereæ ad horam
mè ut 365 ad 366,
solares nihil habe-

ciò arietis secur-
nt, unde cujusque
ea temporis inter-
eridianum appellat.
exprimitur, si quin
horam computen-
tis prodibit tempus
orro in ephemeridi-
lianum assignari so-
ella fixa ad meridia-

smodi tabulis defi-
natur ascensio recta
so tenuit, ab ascen-
sidereas conversum
eridianum transiit, in
in horas solares mu-
ntur, quæ differen-
tibus exhibeant, &
grum, quæ Parisis
est inserta, ejus ope-
ri in horis solaribus
carere poterimus.
scensio recta solis ad
imputatae, exhibetur
in, pro quovis alio

ET ASTRONOMICE.

155

meridiano, cuius differentia ab illo constat, ipso meridiei
momento ascensio recta solis concludetur. Neque vero
ad hoc accuratâ longitudinis cognitione opus est, cum
error 15° in longitudine commissus, in ascensione recta
tantum 2' circiter producat. In navigatione autem vix un-
quam longitudine loci adeo incerta esse solet, ut ex hoc
capite error sit metuendus.

§. 119. Cum igitur tempus sit cognitum, quo quævis
stella fixa ad meridianum ejus loci ubi navis versatur ap-
pellet, si ipsum transitum cujuspiam stellæ fixæ per meri-
dianum observare liceret, tum eo momento vera diei ho-
ra haberetur, sed jam suprà animadverti observationes tran-
situum per meridianum nimis esse incertas quam ut eæ ad
temporis determinationem adhiberi possent. Interim ta-
men plurimum proderit culminationes stellarum seu ma-
ximas earum altitudines observare, quia inde ob earum de-
clinationem cognitionem elevatio poli certissimè colligi po-
test. Quod ad modos in hac sectione tradendos eo magis
erit necessarium, quia hic elevationem poli cognitionem af-
sumo.

§. 120. Adverum ergo tempus definiendum stellas eligi
oportet, quæ jam à meridianō sunt remotiores; ubi primum
attendendum est, utrum ad meridianum accedant, an ve-
ro jam versus occasum inclinent; seu an observatio ante
ejus appulsum ad meridianum, an post instituatur. In qua
quidem dijudicatione nullus est metuendus error. Dein-
ceps autem fusiūs investigabo, quænam stellæ fixæ, si qui-
dem delectus concedatur, ad hoc institutum sint aptissimæ.

§. 121. Observetur ergo instrumento, quod maximè ^{fig. VI.}
idoneum videbitur, stellæ cujuspiam fixæ, cuius ascensio
recta ac declinatio sit cognita, distantia à zenith Z S quæ
sit = a. Tum sit elevatio æquatoris, seu distantia poli à

156 MEDITATIONES MECHANICÆ
 zenith $PZ = p$, & distantia stellæ à polo $PS = s$ quæ ex ejus declinatione habetur: atque in triangulo sphærico PZS omnia latera erunt cognita, unde si angulus horarius ZPS vocetur α , erit $\cos. \alpha = \frac{\cos. a - \cos. p \cos. s}{\sin. p \sin. s}$.

§. 122. Invento ergo hinc angulo α , instituatur hæc proportio ut 360° ad $23^h 56' 4''$, ita angulus α , ad tempus in horis solaribus expressum, quod tempori, quo eadem stella fixa per meridianum transire fuerit reperta, vel additum vel demtum, prout observatio vel post vel ante stellæ culminationem fuerit instituta, dabit verum tempus solare, tempore observationis.

§. 123. Quo autem in hoc calculo commodius logarithmis uti liceat, quadratur semissis anguli α , nam ob

$$\begin{aligned} \sin. \frac{1}{2} \alpha &= \sqrt{\frac{1 - \cos. \alpha}{2}}, \text{ erit } \sin. \frac{1}{2} \alpha = \sqrt{\frac{\sin. p \sin. s + \cos. p \cos. s - \cos. a}{2 \sin. p \sin. s}} \\ &= \sqrt{\frac{\cos. (p-s) - \cos. a}{2 \sin. p \sin. s}}. \text{ At est } \cos. (p-s) - \cos. a = 2 \sin. \frac{p-s+a}{2} \sin. \frac{a-p+s}{2}, \text{ unde erit } \sin. \frac{1}{2} \alpha = \sqrt{\frac{\sin. \frac{a+p-s}{2} \sin. \frac{a-p+s}{2}}{\sin. p \sin. s}}. \end{aligned}$$

Hincque commode per calculum elicetur angulus $\frac{1}{2} \alpha$.

§. 124. Ponamus anno 1743 Maii die 11 vesperi, nam in loco versari, cuius longitudo Parisiis occidentem versus aestimatur circiter 55° , & elevatio poli inventa sit $32^\circ 24'$, atque stellæ ursæ majoris a signata altitudinem observari $51^\circ 8'$ post ejus culminationem, quadraturque pro momento observationis verum tempus.

§. 125. Ex ephemeridibus igitur primò reperitur pro meridie diei 11 Maii anno 1743, sub meridianio Parisiensi, ascensio recta solis $47^\circ 49' 37''$, quæ intervallo unius diei crescit $58' 37''$. Quia jam locus navis aestimatur 55° occidentalior, dum sol per ejus meridianum transiit, erat ejus ascensio recta major, scilicet $= 47^\circ 49' 37''$.

ET AST

$$+ \frac{58'}{360} 58' 37'' = 47^\circ 58' 37''$$

ris invenitur declinatio bœfio recta $= 161^\circ 54' 55''$
 recta solis $= 47^\circ 58' 34''$
 tempus ope tab. pag. 93, 29'', ita ut hæc stella die 34' 29'' per meridianum

§. 126. His præparatis erit elevatio æquatoris P à polo $PS = s = 26^\circ 5$ nith observata $ZS = 38^\circ$ adornabitur.

$$p = 57^\circ 36' 0''$$

$$s = 26^\circ 51' 40''$$

$$p - s = 30^\circ 44' 20''$$

$$\frac{p-s}{2} = 15^\circ 22' 10''$$

$$\log. \sin. \frac{a+p-s}{2} = 9,7564485$$

$$l. \sin. \frac{a-p+s}{2} = 8,8504550$$

$$\text{cum quadr. radii } = 38,6069035$$

$$l. \sin. p = 9,9265112$$

$$l. \sin. s = 9,6549744$$

$$19,5814856$$

$$\text{divid. per } 2 \dots 19,0254179$$

$$l. \sin. \frac{1}{2} \alpha = 9,5127089$$

§. 127. Cum ergo stella appulerit tempore $7^h 34'$: diù facta fuisse inventa sit illum addamus, habebimus vationis momento, scilicet

$\frac{55}{360} 58' 37'' = 47^\circ 58' 34''$, stellæ autem & ursæ majoris invenitur declinatio borealis $= 63^\circ 8' 22''$, & ascensio recta $= 161^\circ 54' 55''$, à qua subtrahatur, ascensio recta solis $= 47^\circ 58' 34''$ remanet $113^\circ 56' 21''$ quod in tempus ope tab. pag. 93, Not. temp. conversum dat $7^{\text{h}} 34' 29''$, ita ut hæc stella die proposito vesperi horâ septimâ $34' 29''$ per meridianum loci, ubi navis est transierit.

S. 126. His præparatis in triangulo sphærico PZS , erit elevatio æquatoris $PZ = p = 57^\circ 36'$, distantia stellæ à polo $PS = s = 26^\circ 51' 38''$, & distantia stellæ à zenithi observata $ZS = 38^\circ 52' = a$; unde calculus ita adornabitur.

Hinc ergo invenitur.

$$\chi = 38^\circ 0' 20''$$

quod in tempus per tab. 93 alleg.
conversum dat:

Tempus 2h 31' 34"

S. 127. Cùm ergo stella & ursa majoris ad meridianum appulerit tempore $7^{\text{h}}\ 34' 29''$, atque observatio nunc tardius facta fuisse inventa sit $2^{\text{h}}\ 31' 34''$; si hunc númerum ad illum addamus, habebimus verum tempus pro ipso observationis momento, scilicet, $10^{\text{h}}\ 6' 3''$ post meridiem

Viii

ET A

tūatur, invenietur $\frac{\cos. s}{\sin. p \cos. s}$
valor prodit, vel $\cos. a$
rum prior eligendus est

§. 131. Sit igitur $\cos. c$

& $\cos. x = \frac{\cos. p \sin. s}{\sin. p \cos. s}$, atq
 $\sin. n = \frac{x^2}{\sin. s}$, qui valc
fieri nequit $p > s$. Q
eam tūm observari co
 $= \frac{\cos. p}{\cos. s}$, vel $\cos. a = \frac{c}{s}$
re sitæ sint aptissimæ, si
& $n = \frac{\sin. a}{\sin. p \sin. x}$; qui
 $\sin. x$ sit maximus; quo
lum horariorum sextæ he
ma regula ad tempus q

§. 132. Sin autem ir
videamus cujusmodi d
determinatio temporis i
finem differentiemus et
ponendis x & p variat
 $x = \frac{d p \cos. s}{\sin. s}$ & $\frac{d p \cos. s}{\sin. p^2 \sin. s}$

§. 133. Manifestum
redundantem penitus
 $\cos. p$, seu $\cos. a = \frac{\cos. s}{\cos. p}$
eligatur, hic error evita
servetur, quod cum cor

138 MEDITATIONES MECHANICÆ

diei 11 Maii. Perspicuum autem est hunc calculum mul
tum fore succinctiorem, si explicaciones hic adjectæ omit
tantur. Neque etiam opus esse arbitror applicationem for
mulæ datæ ostendere, si vel arcus $P.s. 90^\circ$ superet, vel
navis in hemispherio telluris australi versetur, quia has
circumstantias eum, qui calculum suscipit probè nosse
oportet.

§. 128. Si in altitudine stellæ error quidam fuerit com
missus, tempus quoque inde conclusum, seu angulus x erit
erroneus, cuius error facile reperietur, si æquatio $\cos.$
 $x = \frac{\cos. a - \cos. p \cos. s}{\sin. p \sin. s}$ differentietur positis x & a variabilibus;
unde fiet $d x \sin. x = \frac{d a \sin. a}{\sin. p \sin. s}$. Hincque $d x = d a \frac{\sin. a}{\sin. p \sin. s \sin. x}$
Quare si in altitudine error committatur = $d a$, inde in
angulum horariorum x influet error $d x = d a \frac{\sin. a}{\sin. p \sin. s \sin. x}$
seu posito $\frac{\sin. a}{\sin. p \sin. s \sin. x} = n$, si sit $d a = 5'$, erit $d x = n 5'$;
hincque in tempore orientur error $20 n''$.

§. 129. Quò ergo hic error minimè sit perceptibilis,
requiritur primò ut angulus horarius x satis sit notabilis;
atque ut stella à polo 90° gradibus distet, seu prope æqua
torem sit sita: tum vero ut stella tam parum à zenith dif
tet, quam prima conditio permittit. Utrique enim simul
satisfieri nequit, quia quò major capitur angulus x, eo
major quoque distantia stellæ à zenith evadet.

§. 130. Videamus ergo in quonam circulo horario da
ta stella observari debeat, ut coefficiens $n = \frac{\sin. a}{\sin. p \sin. s \sin. x}$,
seu tantum fractio $\frac{\sin. a}{\sin. x}$ fiat minima. Hoc autem evenit
si $d a \cos. a \sin. x = d x \sin. a \cos. x$. At est $d x = \frac{d a \sin. a}{\sin. p \sin. s \sin. x^2}$
ergo sit $\cos. a = \frac{\sin. a^2 \cos. x}{\sin. p \sin. s \sin. x}$, seu $\cos. a \sin. p \sin. s = \cos. a$
 $\sin. p \sin. s \cos. x^2 = \sin. a^2 \cos. x$, ubi si valor loco $\cos. x$ substi

hunc calculum mul-
nes h̄c adjecta omis-
tis applicationem for-
 $P.s. 90^\circ$ superet, vel
i. verisetur, quia has
suscipit probè posse

r-quidam fuerit com-
um, seu angulus x erit
et, si æquatio $\cos.$
 $s \& a$ variabilibus
 $d x = d a \frac{\sin. a}{\sin. p \sin. s \sin. x}$
tatur $= d a$, inde in
 $x = d a \frac{\sin. a}{\sin. p \sin. s \sin. x}$
 $= 5'$, erit $d x = n 5'$
 n''

m̄e sit perceptibilis,
 x satis sit notabilis;
tet, seu prope æqua-
parum à zenith dif-
Utrique enim simul
apitur angulus x , eo
th evadet.
m circulo horario da-
ens $n = \frac{\sin. a}{\sin. p \sin. s \sin. x}$,

Hoc autem evenit
est $d x = \frac{d a \sin. a}{\sin. p \sin. s \sin. x^2}$;

$\cos. a \sin. p \sin. s - \cos. a$
valor loco $\cos. x$ substi-

tuatur, invenietur $\frac{\cos. a}{1 + \cos. a^2} = \frac{\cos. p \cos. s}{\cos. p^2 \cos. s^2}$; hincque duplex
valor prodit, vel $\cos. a = \frac{\cos. p}{\cos. s}$, vel $\cos. a = \frac{\cos. s}{\cos. p}$, quo-
rum prior eligendus est si $p > s$, posterior si $p < s$.

§. 131. Sit igitur $\cos. a = \frac{\cos. p}{\cos. s}$, erit $\sin. a = \frac{\sqrt{(\cos. s^2 - \cos. p^2)}}{\cos. s}$
& $\cos. x = \frac{\cos. p \sin. s}{\sin. p \cos. s}$, atque $\sin. x = \frac{\sqrt{(\cos. s^2 - \cos. p^2)}}{\sin. p \cos. s}$, hincque
fit $n = \frac{x}{\sin. s}$, qui valor fit minimus si $s = 90^\circ$, sed tum
fieri nequit $p > s$. Quare propositâ stellâ quâcunque,
eam tum observari conveniet, quando fuerit vel $\cos. a = \frac{\cos. p}{\cos. s}$, vel $\cos. a = \frac{\cos. s}{\cos. p}$. Cùm autem stellæ in æquatō-
re sitæ sint aptissimæ, si qua earum eligatur, fiet $s = 90^\circ$,
& $n = \frac{\sin. a}{\sin. p \sin. x}$; qui valor minor fieri nequit quâm si
 $\sin. x$ sit maximus; quod evenit, si hæc stellæ prope circu-
lum horariorum sextæ horæ observetur; hæcque est tūtissi-
ma regula ad tempus quâm exactissimè inveniendum.

§. 132. Sin autem in altitudine poli fuerimus decepti,
videamus cujusmodi observationes instituere oporteat, ut
determinatio temporis inde quâm minimè turbetur. In hunc
finem differentiarius æquationem $\cos. x = \frac{\cos. a - \cos. p \cos. s}{\sin. p \sin. s}$,
ponendis x & p variabilibus, reperieturque $-d x \sin.$
 $x = \frac{d p \cos. s}{\sin. s} - \frac{d p \cos. p (\cos. a - \cos. p \cos. s)}{\sin. p^2 \sin. s}$, seu $d x \sin.$
 $x = \frac{d p (\cos. a \cos. p - \cos. s)}{\sin. p^2 \sin. s}$.

§. 133. Manifestum ergo est errorem in tempus hinc
redundantem penitus evanescere, si sit $\cos. s = \cos. a$
 $\cos. p$, seu $\cos. a = \frac{\cos. s}{\cos. p}$. Quòd si ergo stella in æquatore
eligatur, hic error evitatur; si stella in ipso horizonte ob-
servetur, quod cùm congruat cùm horario sextæ horæ pro-

hac stellâ, quæ conditio antè est requisita, perspicuum est utriusque incertitudini optimè occurri, si stella non longè ab æquatore remota prope horizontem observetur.

§. 134. Cùm autem prope horizontem refractions nimis sint magnæ, atque raro stellas in hac regione distinctè cernere liceat, facile intelligitur regulam inventam pro circumstantiis quām proximè tantum esse observandam, & quia fieri nequit $a = 90^\circ$: eligatur stella declinationis cuiusdam borealis; verbi gratiâ 15° , & æquatio $\cos. a = \frac{\cos. s}{\cos. p} = \frac{\sin. 15^\circ}{\cos. p}$, dabit altitudinem hujus stellæ observandam, quā non solùm error ex erronea elevatione poli oriundus penitùs tollitur, sed etiam, qui ex minus accuratâ observatione nascitur, minimus redditur; suprà enim §. 129 eliciimus quoque hanc æquationem $\cos. a = \frac{\cos. s}{\cos. p}$.

§. 135. Sub quavis ergo elevatione poli hoc judicium quænam stella optimo cum successu ad observationem eligatur, facile instituitur. Primùm enim dispiciatur, quā exigua altitudine stella distinctè observari possit, cujus altitudinis complementum vocetur $= a$; tum queratur s , ut sit $\cos. s = \cos. a \cos. p$, & inter stellas quæ à zenitho intervallo $= a$, remotæ estimantur, eligatur una, cujus distan-
tia à polo sit proximè $= s$. Hancque stellam diligenter ob-
servando, dico conclusionem temporis inde deductam quām minimè à vero esse aberraturam. Hoc autem modo quæstioni propositæ ex ase satisfactum esse arbitror.



Determinatio hor. sit

§. 136. QUANDO que præter elevationem investigare duabus observationibus duarum diversarum; un- tiones erunt pertractandis ejusdem stellæ duab- terea elapsa vera hora modo ex observatis du simul vel successivè, ita tum, verum tempus sit.

§. 137. Quamvis ha utilitatem, tamen iis ca vatio non difficulter tan cedente assumimus, aei sit instrumentis. Deinde mittendas esse observati cludi possit, siveque vix sint conspicuae, elevatio gam turbidam tempes stellasque aliquot trans poli cognita, neque si i lectus stellarum ad obse

§. 138. Quod igitu eadem stella bis interj
Prin: 1747.

HANICE
isita, perspicuum est
si stella non longè
m observetur.

item refractiones nisi
hac regione distinctè
regulam inventam pro
esse observandam, &
stella declinationis
, & æquatio $\cos. \alpha$ &
ujus stellæ observan-
nea elevatione poli
qui ex minus accu-
redditur; suprà enim
onem $\cos. \alpha = \frac{\cos. s}{\cos. p}$.
ie poli hoc judicium
d observationem ell-
nim dispiciatur, quâ
vari possit, cuius alti-
tum queratur s, ut
s quæ à zenith inter-
nit una, cuius distan-
stellam diligenter ob-
oris inde deductam
n. Hoc autem modo
n esse arbitror.

VIII.

Determinatio horæ nocturnæ, si elevatio poli
sit incognita.

§. 136. **O**UANDO elevatio poli est incognita, sic
que præter tempus verum quoque ipsam poli
elevationem investigare debemus, manifestum est, ad hoc
duabus observationibus opus esse, vel ejusdem stellæ vel
duarum diversarum; unde in hac sectione mihi duæ quæ-
stiones erunt pertractandæ. Altera, quomodo ex observa-
tis ejusdem stellæ duabus altitudinibus cum tempore in-
terea elapsò vera hora inveniri debeat; altera vero quo-
modo ex observatis duarum stellarum altitudinibus vel
simil vel successivè, ita ut intervallum temporis sit cogni-
tum, verum tempus sit definiendum.

§. 137. Quamvis hæc problemata insignem habeant
utilitatem, tamen iis carere possemus, cùm ipsa poli ele-
vatio non difficulter tam crasso modo uti in sectione præ-
cedente assumsimus, æstimari queat, atque ad id vix opus
sit instrumentis. Deinde etiam putaverim nunquam inter-
mittendas esse observationes, ex quibus elevatio poli con-
cludi possit, sicque vix evenire poterit ut quoties stellæ
sint conspicuae, elevatio poli sit ignota; nisi forte postlon-
gam turbidam tempestatem nubes dissipare incipient,
stellasque aliquot transmittant, quo casu neque elevatio
poli cognita, neque si satis accurate æstimari posset, de-
lectus stellarum ad observandum permitteretur.

§. 138. Quod igitur ad prius problema attinet, quo
eadem stella bis interjecto quodam temporis intervallo

162 MEDITATIONES MECHANICAE

cognito observatur, solutio omnino similis erit ei, quam supra pro determinatione temporis ex duabus altitudinibus foliis successivè observatis tradidi. Quamquam hoc problema casu antè allato, quo cœlum plerumque nubibus est velatum, nullum usum habere potest, propterea quod ignoramus, quamnam stellam post aliquot tempus iterum simus visuri. Tum verò hic modus nimis prolixum calculum requirit, ut equidem mallem alio modo uti, dummodo licet. Interim tamen solutionem hujus problematis, ne ullam quæstionis partem prætermisssæ videar, breviter exponam.

§. 139. Primum igitur stellæ observata vel erit fixa, vel planeta; priori casu ejus ascensio recta, & declinatio manebit invariata; posteriori verò inquirendum est, quantum utraque intervallo temporis inter observationes elapsi sit mutata, quod ex ephemeridibus facile colligitur. Deinde etiam ex æffimatione itineris dispiciendum est, quantum navi tam longitudine quam latitudo interea immutetur. Investigetur porro verum temporis momentum, quo stellæ per meridianum alterius loci, quo navi tempore alterius observationis est versata, transeat, unde simul ex variatione longitudinis navi & ascensionis rectæ stellæ, si fuerit planeta, verum culminationis tempus sub altero meridiano patebit.

§. 140. His præparatis, sit AP distantia stellæ à polo infra prima observatione, aP in altera: ac definiatur angulus APA rite, tam ex intervallo temporis, quam ex mutationibus ascensionis rectæ, si stellæ fuerit planeta, & longitudinis navi; scilicet, tempus inter observationes elapsum convertatur in angulum per pag. 94. Notitiae temporum Parisinae. Ab eo vel subtrahatur, vel addatur variatione ascensionis rectæ, prout ea interea vel crescat vel decrescat. Mutatio autem longitudinis navi addatur, si cursus in

orientem sit directus modo habebitur verus

§. 141. Per puncta culi maximij Aa , & i lateribus AP , aP , trantur anguli PAA , APP angulus verus vationis, eritque aP secundæ observationis c sit perducta, dum varia est inclusa, supereft er respectu arcuum AP .

§. 142. Capiatur latus poli in prima observatione poli in observatione cognita; quo facto erit à prima observatione, & observationes dantur. quam navi interea sub que valde erit parva & autem hoc intervallum cilius institui queat, & dum inquiram.

§. 143. Incidat erg in triangulo AZa datur hinc colligentur anguli venti sunt anguli PAA , ZAP , ZaP , unde tres res erunt cognitæ viæ, in quo ob data reperientur, 1. Latus poli. 2. Angulus aPZ gulus azimuthalis PZ

NICE
ilis erit ei, quam
abus altitudinibus
mquam hoc pro-
erumque nubibus
, propterea quod
ot tempus iterum
s prolixum calcu-
odo uti, dummodo
s problematis, ne-
idear, breviter ex-

ta vel erit fixa; vel
& declinatio ma-
dum est, quantum
rationes elapsi sit
colligitur. Deinde
lum est, quantum
ea immutetur. In-
entum, quo stellæ
is tempore alteru-
, unde simul ex va-
nis rectæ stellæ, si
ipus subaltero me-

ntia stellæ à polo in-
definiatur angu-
ris, quām ex mu-
rit planeta, & lon-
obseruationes elap-
4. Notiæ tempo-
el addatur variatio
crescat vel decre-
ddatur, si cursus in

ER ASTRONOMICÆ. 163
orientem sit directus, contra verò subtrahatur, hocque
modo habebitur verus angulus ad polum APa .

§. 141. Per puncta A & a ductus concipiatur arcus cir-
culi maximi Aa , & in triangulo sphærico APa , ex datis
lateribus AP , aP , cum angulo intercepto APa , qua-
rantur anguli PAA , PaA cum latere Aa . Deinde sit
 APZ angulus verus horarius pro tempore primæ obser-
vationis, eritque aPZ angulus horarius pro tempore se-
condæ observationis quæ ad eundem meridianum $HZPO$
sit perducta, dum variatio longitudinis jam in angulo APa
est inclusa, supereft ergo ut positio hujus meridiani $HZPO$
respectu arcum AP & aP definiatur.

§. 142. Capiatur PZ -æqualis complemento elevationis poli in prima obseruatione, & Pz complemento ele-
vationis poli in obseruatione altera, et si utraque est inco-
gnita; quo facto erit arcus ZA distantia stellæ à zenith in
prima obseruatione, & $z a$ in altera; ideoque utraque per
obseruationes dantur. Erit ergo Zz variatio latitudinis,
quam navis interea subiit, ideoque cognita, quæ plerum-
que valde erit parva & pro nihilo habefi poterit. Primi-
autem hoc intervallum reverâ rejiciam, quo calculus fa-
cilius institui queat, & deinceps in errorem inde oriun-
dum inquiram.

§. 143. Incidat ergo z in Z , ut sit $Za = za$, & quia
in triangulo AZa dantur singula latera, AZ , aZ & Aa ,
hinc colligentur anguli ZAA , ZaA , & quia jam antè in-
venti sunt anguli PAa , PaA , hinc innoscent anguli
 ZAP , ZaP , unde in utroque triangulo ZAP , ZaP ,
tres res erunt cognitæ; sufficiet autem alterum ZaP evol-
visse, in quo ob data latera aZ , aP cum angulo ZaP
reperiuntur, 1. Latus PZ , complementum elevationis
poli. 2. Angulus aPZ , ex eoque angulus APZ . Et 3. an-
gulus azimuthalis PZa .

164 MEDITATIONES MECHANICAE

§. 144. Quod si jam variatio latitudinis Zz alicujus momenti esse videatur, quia invenimus angulum PZa , ei proximè æqualis erit angulus Pza ; sufficit autem hunc angulum propemodum tantùm nosse. Ex Z ad za démittatur perpendicularum Zu , positoque angulo $Zzu = \theta$, erit $zu = Zz \cos \theta$: quo ablato ab aZ remanebit au , cui aZ est æqualis. Jam posito hoc valore aZ loco ejus, quo antè sum usus, calculus in §. præced. præscriptus repeta-tur, ut tam vera elevatio poli ex PZ & tempus quæsitum ex angulo APZ vel aPZ concludi queat.

§. 145. Angulus, scilicet APZ hoc modo inventus in tempus convertatur per tab. p. 93, Not. temp. hocque tempus ad tempus culminationis stellæ sub meridiano primæ observationis addatur, vel ab eo subtrahatur, prout obser-vatio vel post, vel ante ejus culminationem fuerit instituta, siveque habebitur tempus verum solare pro momento primæ observationis; unde facile angulum APa similiter in tempus convertendo, ducetur verum tempus pro mo-mento posterioris observationis.

§. 146. Patet ergo hoc problema, quod si calculo ana-lytico aggredi velimus, in intricatissimos calculos nos se-duceret, sine ulla difficultate, per sola præcepta Trigo-nometriæ solvi posse, neque solutionem variationibus tam ascensionis rectæ & declinationis stellæ, quam longitudi-nis ac latitudinis navis; quæ res alioquin calculum sum-moperè impedire videantur, quicquam perturbari, ita ut in hoc negotio major calculi sublevatio exspectari quidem possit.

§. 147. Alterum problema, quo tempus ex duabus obser-vationibus duarum stellarum vel simul vel successivè factarum determinare jubemur, maximam sæpe utilitatem habere videtur, quando inter nubes tantùm hinc inde stellæ transparent, tum enim, vel simul vel successivè

ET AS
in stellarum altitu-dines
eadem stella non at-ferat, neque propterea pi-tur. Commodo autem us-que matis non difficilior evad-

§. 148. Excerptis ergo
vamus tam ascensionibus
definiuntur earum temporibus
sub quo navis tum versatu-tionum satis sit notabile,
quæ in mari evenerit, rati-onis præceptum, simul
tetur, utrum ante an post

§. 149. Si ambæ obser-viantur, tum differentiæ an-gulum ad polum APB , A , ad observationem stel-læ lapsum, tum id in angulum antè inventum AP tionis longitudinis navis ita quæ ad illum angulum ac-feratur, contrà verò ab e-

§. 150. Cùm hoc paëcte APB fuerit definita, summa prioris stellæ à polo, rioris stellæ à polo, ducat atque in triangulo sphærico BP cum angulo interco-PAB, PBA, cum latere

§. 151. Deinde ductus utrique observationi com-sive interjecto quodam te-jam est ostensum: siveque

in stellarum altitudines observari poterunt; dum eadem stella non amplius denuò se spectandam offerat, neque propterea priori problemati locus concedatur. Commido autem usu venit, ut solutio hujus problematis non difficultior evadat quam praecedentis.

§. 148. Excerptis ergo duarum stellarum, quas observamus tam ascensionibus rectis, quam declinationibus, definiantur earum tempora culminationis, pro meridiano sub quo navis tum versatur, atque si intervallum observationum satis sit notabile, simul variationis longitudinis, quæ in mari evenerit, ratio habeatur, quemadmodum supra est præceptum, simul vero in utraque observatione notetur, utrum ante an post culminationem instituatur.

§. 149. Si ambæ observationes eodem momento instituantur, tum differentia ascensionum rectarum dabit angulum ad polum APB , si autem ab observatione stellæ *Fig. IX.* A , ad observationem stellæ B , tempus quoddam sit præterlapsum, tum id in angulum convertatur, isque ad angulum antè inventum APB superaddatur, simulque variationis longitudinis navis interea factæ ratio haberi poterit, quæ ad illum angulum addatur, si navis orientem versus feratur, contrà vero ab eo subtrahatur.

§. 150. Cum hoc pacto vera quantitas anguli ad polum APB fuerit definita, sumatur arcus AP æqualis distantiæ prioris stellæ à polo, & PB æqualis distantiæ posterioris stellæ à polo, ducaturque arcus circuli maximi AB , atque in triangulo sphærico APB , ex datis lateribus AP & BP cum angulo intercepto APB , supputentur anguli PAB , PBA , cum latere AB .

§. 151. Deinde ductus concipiatur meridianus $HZPO$ utrique observationi communis sive ambæ simul sint factæ, sive interjecto quodam tempore, quod fieri posse supra jam est ostensum: sitque ZP complementum elevationis

166 MEDITATIONES MECHANICÆ

poli pro priori observatione, et P verò pro posteriori; siquidem latitudo navis inter observationes variationem quandam fuerit passa. Primâ tamen calculi operatione hoc discrip̄men Zz negligatur; ita ut arcus ZA & ZB representent complementa altitudinum stellarum observatarum.

§. 152. In triangulo ergo sphærico AZB cùm data sint tria latera AB , AZ & BZ , computentur anguli ZAB , ZBA ; hincque colligantur anguli ZAP & ZBP , quo facto vel in triangulo ZBP , latera ZB , PB , cùm angulo ZBP : unde porrò complementum elevationis poli PZ cùm angulis horariis ZPA & ZPB invenientur, ex quibus vera tempora observationum rectè concludentur; si quidem variatio latitudinis navis, quæ per Zz , exprimitur nullius fuerit momenti, ut plerumque sit, fierique præstat cum una observatione absolute nihil obstat, quo minus statim alteram suscipiamus.

§. 153. Si tamen nihilominus tempus quoddam notabile inter tempora observationum præterfluxerit, atque variatio latitudinis Zz interea facta sine errore negligi nequeat, tum saltem superior calculus azimuthum PZB satis prope indicabit, & cùm jam arcus ZB veram distantiam stellæ B à zenith exhibeat, demissio perpendiculari zu , definiri poterit particula Zu , quæ secundūm figuram ad ZB addita, dabit veram longitudinem arcus ZB , quâ in superiori calculo jam repetendo pro ZB uti oportebit.

§. 154. Si igitur ex tribus lateribus trianguli AZB de-nudò angulus ZAB determinetur, ab eoque angulus PAB subtrahatur, siquidem figura ad casum propositum sit accommodata, remanebit angulus ZAP , ex quo & arcubus ZA , PA , reperietur cùm vera quantitas PZ arcus, tum angulus horarius ZPA , qui debito modo in tempus conversus indicabit quanto tempore observatio stellæ A vel ante, vel post ejus culminationem sit facta.

ET AST

§. 155. Superesset ut quo certitudinem observationum jicerem; sed quoniam si coconceditur, methodis in suputi conveniet; pauca tantum supra traditis facile consequellas non procul supra hori perspicuum est, quæ declinat sed exiguam; siquidem navi setur. Deinde conclusio erit in ascensione recta discrep consilium erit, ut altera stella altera prope occidentem eli-



pro posteriori; siquies variationem quanti operatione hoc dis-
ZA & ZB repre-
sentum observatarum.
o AZB cum data sint
entur anguli ZAB,
ZAP & ZBP, quo
B, PB, cum angulo
elevationis poli PZ
invenientur, ex qui-
tè concludentur; si-
quæ per Zz, experi-
erumque fit, fierique
uta nihil obstat, quo

impus quoddam nota-
præterfluxerit, atque
ine errore negligi ne-
azimuthum PZB satis
ZB veram distantiam
perpendiculo zu, de-
ndum figuram ad ZB
cùs ZB, quâ in supe-
uti oportebit.

is trianguli AZB de-
eoque angulus PAB
in propositum sit ac-
P, ex quo & arcibus
unitas PZ arcus, tūm
nodo in tempus con-
servatio stellæ A vel
it facta.

§. 155. Superesset ut quoque de selectione stellarum ad certitudinem observationum maximè idonearum plura ad jicerem; sed quoniam si cœlum est serenum, & delectus conceditur, methodis in superiori sectione traditis potius uti conveniet; pauca tantum annotabo, quæ ex præceptis supra traditis facile consequuntur. Primum ergo ad hoc stellas non procul supra horizontem elevatas eligi debere perspicuum est, quæ declinationem habeant borealem, sed exiguum; siquidem navis in hemisphærio boreali versetur. Deinde conclusio erit eo certior quò magis stellæ in ascensione recta discrepant. Quamobrem tutissimum consilium erit, ut altera stella prope horizontem orientem, altera prope occidentem eligatur.





