



DE  
MOTV CORPORVM FLEXIBILIVM.

**A**rgumentum, quod hic pertractandum suscipio, insignem mechanicæ partem constituit, cum enim hac scientia cunctorum corporum motus, tam quales permaneant, quam quomodo a potentiis immutentur, investigari debeant, ex diuersa corporum indole primaria tractationis diuisio originem trahit. Hinc corpora flexibilia, quorum structura ita est comparata, vt partes inflecti queant, ad peculiarem mechanicæ partem referri debebunt, quæ, etsi alias vniuersa motus scientia iam satis excolta videatur, tamen ne ad hoc vsque tempus quidem a quouquam est tentata, ita vt etiam prima principia, ex quibus corporum flexibilium motus definiri debeat, adhuc ignorentur. Quanquam enim Celeberrimus Daniel Bernoulli et ego motum oscillatorium huiusmodi corporum feliciter explicauimus, tamen quia tantum oscillationes minimas sumus contemplati, ipsis genuinis principiis, quibus corporum flexibilium motus continetur, carere poteramus, cum principia statica essent sufficientia. Quoniam igitur hoc argumentum plane est nouum atque adhuc intactum, casus tantum nonnullos simplicissimos euoluam, vt principia horum motuum in medium proferantur, simulque methodus tradatur, qua omnia huius generis problemata resolui conueniat. Methodo igitur mathematicis consueta, quæ in hanc rem sum meditatus, ordine proponam.

Defi-

et  
put

et  
nus  
vel  
me  
qu  
flex  
erti  
stic  
per  
qu  
xu  
ra  
xu  
tab  
fig  
cta

pu  
pa  
ne

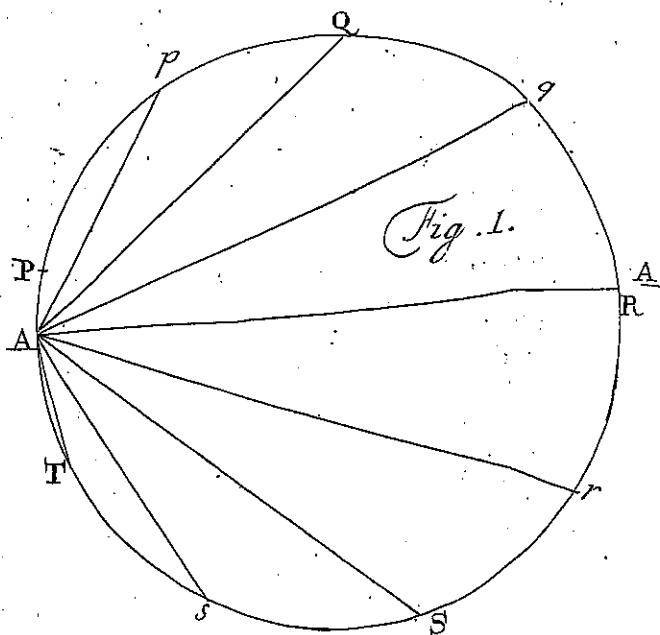


Fig. 2.

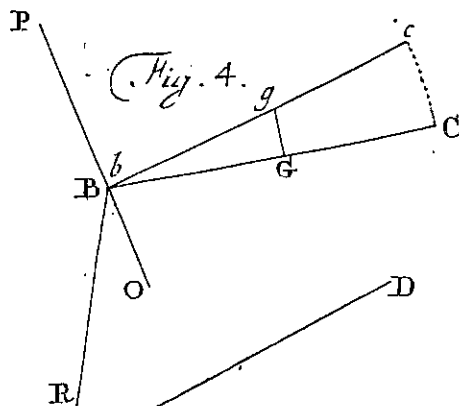


Fig. 4.

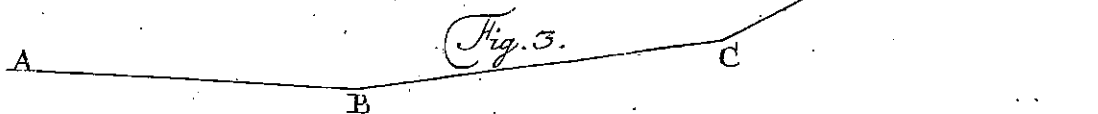


Fig. 3.

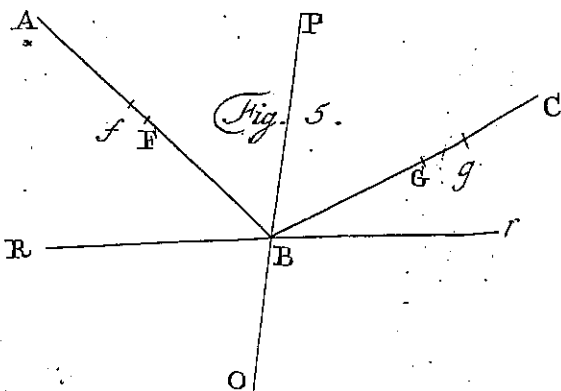


Fig. 5.

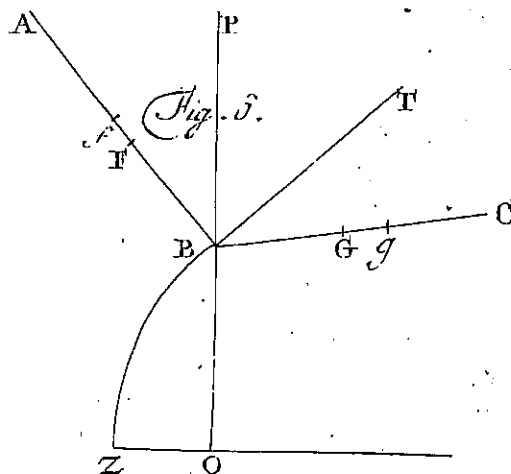


Fig. 5.

## Definitio.

1. Flexura est eiusmodi duorum corporis partium AB et BC connexio in B, ita vt vtraque pars circa hoc punctum B liberrime inflecti atque rotari possit. Tab. II.  
fig. 2.

## Scholion

2. Flexura scilicet B tantum diuulsiōni partium AB et BC resistit, de cetero autem non impedit, quo minus ambae partes ad quemcunque angulum inter se ABC vel AB inclinentur. Quando autem dico, partes liberrime inflecti posse, hanc flexuram perfectam, de qua hic loquor, a flexura elastica distinguo; ad partes enim circa flexuram perfectam inflectendas tantum opus est, vt inertiae partis mouendae superetur, cum si flexura esset elastica, praeterea elater superari deberet. Huiusmodi flexura perfecta producitur, si duo corpora ope fili colligantur, quod quidem cuique est notum, corpora autem circa flexuram satis gracilia esse oportet, vt ne nimis crassa figura inflectionem impediat. Hancobrem hic partes per flexuram inter se connexas tanquam lineas rectas repraesentabo, quod tamen non impediat, quo minus quaecunquae figurae, dummodo sint idoneae, in earum linearum rectorum locum mente substituuntur.

## Corollar. I.

3. Ex hac definitione proprie intelligitur, quid sit corpus vnica flexura praeditum; quippe quod constat duabus partibus rigidis AB et BC per flexuram B inter se connexis.

Corol-

Corollar. 2.

Tab. II.  
fig. 3.

4. Hinc vero simul colligitur, corpora duabus pluri-  
busue flexuris praedita constare ex pluribus partibus rigidis  
AB, BC, CD, cet. quarum binae quaeque contiguac  
ope flexurae, vti in B et C, sint connexae.

Corollar. 3.

5. Si longitudines partium rigidarum euanescant, seu  
fiant quam minimae, numerusque flexurarum in infinitum  
excrescat, tum perspicuum est, huiusmodi corpus filum  
seu funem seu catenam perfecte flexilem esse exhibiturum.

Theorema

6. Si corporis flexibilis singulis partibus aequales motus  
secundum eandem plagam imprimantur, tum totum cor-  
pus, quasi esset rigidum, nullam inflexionem patietur, sed  
eadem perpetua celeritate in eandem plagam moueri per-  
get, nisi a causis externis in hoc motu perturbetur.

Demonstratio.

Veritas huius propositionis sequitur ex prima motus lege,  
qua omnia corpora motum, quem semel acceperunt, vni-  
formiter in directum conseruare conantur. Corporis igi-  
tur flexibilis, de quo sermo est, singulae partes, si essent  
dissolutae, motum impressum conseruarent, at, quoniam  
omnibus partibus aequalis motus in eadem directione est  
impressus, puncta quae initio erant contigua, talia per-  
petuo manebunt sicque flexuris per hunc motum impres-  
sum nulla vis infertur. Quamobrem quocumque in corpore  
fuerint

D.  
fuerit  
impe  
formi

7.  
tus a  
tur,  
finiri

8.  
prim  
queal  
tum  
parti

9  
mote  
spicu  
press  
conit  
casu  
tum  
quet.

r  
min  
T

fuerint flexurae, continuatio motus impressi nequaquam impeditur, ideoque corpus, tanquam esset rigidum, uniformiter in directum moueri perget. Q. E. D.

Corollar. 1.

7. Hoc igitur casu, quo singulis corporis partibus motus aequae celeres secundum eandem directionem imprimuntur, sine vlla difficultate perpetua motus continuatio definiri potest, nisi motus a viribus externis perturbetur.

Corollar. 2.

8. Quando autem singulis partibus diuersi motus imprimuntur, ita, vt singulae suum motum conservare nequeant, quin simul in flexuris a se inuicem dissoluantur, tum ob id ipsum, quod flexura dissolutioni resistit, motus partium perturbabuntur.

Corollar. 3.

9. Quo igitur appareat, vtrum per flexuram motus immutetur, concipiatur nexus omnis in flexuris tolli, ac dispiciatur, vtrum, dum quaelibet pars motum sibi impressum prosequitur, termini, qui ante in flexuris erant coniuncti, a se inuicem discedant, nec ne, priori enim casu flexurae vis sese in continendis partibus exerens, motum turbabit, atq; vero casu motum inuariatum relinquet.

Scholion.

10. Ad motum ergo cuiusque corporis flexibilis determinandum, singulae partes, quasi inter se essent dissolu-

Tom. XIV.

A a

tae,

tae, considerari, et quo motu promoueri pergant, examinari debent; tum vero flexurae cuiusque vis est investiganda, quae singula motus ita moderetur, vt partes, vti natura postulat, contiguae conseruentur, hocque modo ad quoduis momentum motus singularum corporis partium definietur. En ergo paucis verbis complexam totam methodum, qua in hoc negotio vti oportet; interim tamen in eius applicatione maxima obstacula occurrunt, quae singulari circumspectione remoueri debent. Maximum autem subsidium in hac inuestigatione in eo versatur, vt ille ipse motus, qui quaeritur, modo quam commodissimo per symbola repraesentetur; qua de re in sequenti scholio ante omnia est explicandum.

### Scholion 2.

II. Consideremus primo corpora vnica flexura praedita, his enim pertractatis non admodum difficile erit ad plures flexuras methodum accommodare. Huiusmodi ergo corporis motus, vtcunque fuerit comparatus, mente comprehendetur atque intelligetur, si primo nouerimus motum, quo ipsa flexura progrediatur, hoc est, viam, quam describit, atque eius celeritatem in singulis locis. Deinde si vtraque pars non motu sibi parallelo flexuram sequatur vtriusque motus rotatorius seu angularis circa ipsam flexuram debet cognosci. Tandem ad quoduis tempus situs partium respectu plagae datae erit definiendus. Has autem res si in quouis motu oblato determinare atque assignare poterimus, tum dubium est nullum, quin totum corporis motum perfecte habeamus cognitum. Ad haec autem expedienda

pec  
du  
effi  
cit  
vis  
B.  
feu  
pai  
tur  
mi

bit  
ist

cu  
cu  
au  
le  
ali  
fit  
co  
le  
ti  
pi  
h  
B

pediendam: primum opus est vt inuestigemus, quemadmodum vtraque pars, si esset ab altera soluta, motum suum esset continuatura, deinde quomodo quaevis potentia sollicitans hunc motum sit perturbatura. Denique ea flexurae vis est quaerenda, qua fiat, vt vtriusque partis terminus B. aequo motu cieatur; sicque vis, quam flexura sustinet, seu qua ruptioni resistit, innotescet, qua cognita vtriusque partis, atque adeo totius corporis motus ita determinabitur, vti ad eius perfectam cognitionem requiri ostendimus.

### Problema 1.

12. Si corporis flexibilis vtcunque moti vna pars subito a reliquarum nexu dissoluatur, definire motum, quo ista pars sibi relicta promoueri perget.

### Solutio.

Eo momento, quo pars BC soluitur, habeat punctum seu extremitas B motum secundum directionem BP cum celeritate debita altitudini  $= v$ , circa punctum B autem ipsa pars BC habuerit motum rotatorium, cuius celeritas angularis in data a puncto B distantia  $= r$  debita sit altitudini  $= q$ , angulus vero CBP momento solutionis sit  $= \Phi$ . Quo nunc huius motus continuatio facilius cognoscatur, ponamus toti spatio motum imprimi aequalem et contrarium ei, quem punctum B momento solutionis habuerat; quo facto solus motus rotatorius circa punctum B in parte BC supererit. Consideretur ergo huius partis centrum grauitatis, quod sit in G, existente  $BG = g$ , atque manifestum erit ex motu rotatorio cor-

A a 2

poris

Tab II.  
fig. 4

paris  $BG$  circa  $B$  centrum grauitatis  $G$  habiturum esse motum secundum directionem  $Gg$  ad  $BG$  normalem, cuius celeritas debita sit altitudini  $=ggq$ . Per motus ergo legem generalem centrum grauitatis  $G$  hac ipsa celeritate promouebitur vniformiter in directum secundum directionem  $Gg$ : interea vero corpus  $BC$  circa hoc centrum grauitatis  $G$  gyraabitur eodem motu rotatorio, quem circa  $B$  momento solutionis habuerat scilicet huius motus celeritas angularis in distantia  $=r$  a centro  $G$  erit debita altitudini  $=q$ . Hocque ergo duplici motu, altero rectilineo centri grauitatis  $G$ , altero rotatorio circa idem centrum corpus vniformiter in infinitum promouebitur. Quodsi nunc toti spatio ille motus, quem ipsi impressum esse finximus, iterum dematur, per compositionem orietur motus verus, quem pars  $BC$  soluta habebit. Q. E. I.

## Coroll. 1.

13. Primo ergo momento pars, seu, virga  $BC$  perueniet in situm  $bgc$ , ideoque ad rectam  $BP$  perinde inclinabitur, ac si circa punctum fixum  $B$  esset rotatum. Scilicet dum centrum grauitatis  $G$  absoluit spatiolum  $Gg = dx = g dt \sqrt{q}$ , posito  $dt$  pro elemento temporis, fiet  $d\phi = -dt \sqrt{q}$ , ob angulum  $PBG = \phi$ .

## Coroll. 2.

14. Punctum autem  $B$  de recta  $OP$  transferetur in punctum  $b$ , sumta  $gb = BG$ , et cum ista translatio congruat cum effectu vis centrifugae, qua punctum  $B$  circa  $G$  rotatur, cuius celeritas est debita altitudini  $ggq$ , punctum



ctum B in *b* vrgebitur vi acceleratrice  $= 2gq$ , quae id secundum directionem BG sollicitabit.

Coroll. 3.

15. Hinc punctum B perinde mouebitur, ac si sollicitaretur a duabus viribus, quarum altera sit tangentialis eius motum in directione BP accelerans vi  $= 2gq \cos. \Phi$ , altera vero normalis id a femita OP dextrorsum depellens vi  $= 2gq \sin. \Phi$ .

Problema 2.

16. Positis, quae ante, si insuper pars BC statim ac dissoluitur, sollicitetur a vi quacunque BR  $= R$ , determinare motum, quo pars BCD primo saltem momento promoueri perget.

Solutio.

Retentis iisdem denominationibus, quibus ante sumus vsi, sit massa virgae BC  $= B$ , eiusque momentum inertiae respectu centri grauitatis sit  $= n B g g$ ; angulus vero OBR sit  $= \omega$ . Quo nunc appareat, quantum motus virgae BC ante definitus perturbetur a vi BR  $= R$ , primum eius effectus in motu progressiuo centri grauitatis inuestigari debet. Per leges autem, quas corpora rigida, si sollicitantur, obseruant, primo motus centri grauitatis retardabitur vi  $= \frac{R}{B} \sin. (\Phi - \omega)$ , tum vero de motu rectilineo Gg retrahetur vi secundum GB agente  $= \frac{R}{B} \cos. (\Phi - \omega)$ . Eadem vero potentia R, mentem a motu rotatorio abstrahendo, punctum B vrgebitur, ita vt in motu suo secundum Bp retardetur vi  $= \frac{R}{B} \cos. \omega$ , tum vero sinistrorsum vrgetur, vi normali  $= \frac{R}{B} \sin. \omega$ . At vero praeterea motus

rotatorius accelerabitur vi  $B R = R$  momento  $= R g, \sin. (\Phi - \omega)$  quod diuisum per momentum inertiae  $= n B g g$  dabit accelerationem in distantia  $= r$  a centro grauitatis, vnde erit  $d q = \frac{R g d \Phi}{n B g g} \sin. (\Phi - \omega) = \frac{R d \omega}{n B g g} \sin. (\Phi - \omega)$ . Punctum ergo  $B$  in motu circa  $G$  rotatorio accelerabitur vi  $= \frac{R}{n B} \sin. (\Phi - \omega)$  secundum directionem ad  $B G$  normalem. Ergo punctum  $B$  in motu suo tangentiali  $B P$  retardatur vi  $= \frac{R}{n B} \sin. (\Phi - \omega) \sin. \Phi$ , de recto autem tramite dextrorsum deflectitur vi  $= \frac{R}{n B} \sin. (\Phi - \omega) \cos. \Phi$ . His coniunctis omnino punctum  $B$  ita mouebitur ac si sollicitaretur primum secundum directionem motus sui  $B P$  vi acceleratrice  $= 2 g q \cos. \Phi - \frac{R}{B} \cos. \omega - \frac{R}{n B} \sin. (\Phi - \omega) \sin. \Phi$ . Deinde vero dextrorsum deflectetur vi normali acceleratrice  $= 2 g q \sin. \Phi - \frac{R}{B} \sin. \omega + \frac{R}{B n} \sin. (\Phi - \omega) \cos. \Phi$ . Ex his ergo formulis intelligitur motus, quo punctum  $B$  primo momento solutionis progredietur, praeterea vero mutatio motus rotatorii cognoscitur, quoniam celeritas rotatoria in distantia a puncto  $B = r$ , acceleratur vi  $= \frac{R \sin. (\Phi - \omega)}{n B g}$ . His autem cognitis problemati perfecte est satisfactum Q. E. I.

### Corollar. I.

17 Si igitur vis tangentialis motum puncti  $B$  accelerans ponatur  $= T$ , et vis normalis dextrorsum deflectens  $= V$ , habebuntur hae duae aequationes

$$T = 2 g q \cos. \Phi - \frac{R}{B} \cos. \omega - \frac{R}{n B} \sin. (\Phi - \omega) \sin. \Phi$$

$$V = 2 g q \sin. \Phi - \frac{R}{B} \sin. \omega + \frac{R}{n B} \sin. (\Phi - \omega) \cos. \Phi$$

Coroll.

Corollar. 2.

18. Ponamus  $R \sin. \omega = P$  et  $R \cos. \omega = Q$ , erit  $R \sin. (\Phi - \omega) = Q \sin. \Phi - P \cos. \Phi$ , quibus valoribus substitutis, habebuntur hae aequationes:

$$T = 2gq \cos. \Phi - \frac{Q}{B} - \frac{Q \sin. \Phi \sin. \Phi}{nB} + \frac{P \sin. \Phi \cos. \Phi}{nB}$$

$$V = 2gq \sin. \Phi - \frac{P}{B} + \frac{Q \sin. \Phi \cos. \Phi}{nB} - \frac{P \cos. \Phi \cos. \Phi}{nB}$$

Corollar. 3.

19. Ex his ergo aequationibus reperitur:

$$Q = \frac{2nBgq \cos. \Phi + P \sin. \Phi \cos. \Phi - nBT}{n + \sin. \Phi \sin. \Phi} \quad \text{et}$$

$$Q = \frac{nP + P \cos. \Phi \cos. \Phi - 2nBgq \sin. \Phi + nBV}{\sin. \Phi \cos. \Phi} \quad \text{vnde deducitur:}$$

$$P = 2Bgq \sin. \Phi - BV + \frac{B \cos. \Phi}{n+1} (V \cos. \Phi - T \sin. \Phi) = R \sin. \omega$$

$$Q = 2Bgq \cos. \Phi - BT + \frac{B \sin. \Phi}{n+1} (T \sin. \Phi - V \cos. \Phi) = R \cos. \omega$$

Corollar. 4.

20. Cum autem inuenerimus  $dq = \frac{R dx \sin. (\Phi - \omega)}{nBg}$  erit  $dq = \frac{dx}{nBg} (Q \sin. \Phi - P \cos. \Phi) = \frac{dx}{(n+1)gg} (V \cos. \Phi - T \sin. \Phi)$ . Cognitis ergo viribus T et V mutatio motus instantanea determinari potest. Est autem  $dx = -gd\Phi$

Problema 3.

21. Corporis vna flexura B praediti proposito motu quocunque, inuenire huius motus variationem momentaneam, si corpus a nullis viribus externis sollicitetur. Tab. II. fig. 5.

Solutio.

Verfetur corpus propositum in situ ABC, vbi flexura B moueatur secundum directionem BP cum celeritate

tate debita altitudini =  $v$ . Sint anguli, quos partes AB et BC quasi alae cum recta BP constituunt,  $ABP = \theta$  et  $CBP = \Phi$ ; tum sit celeritas rotatoria alae BA circa B in distantia =  $r$ , debita altitudini  $p$ , et celeritas rotatoria alae CB circa B in pari distantia debita sit altitudini  $q$ ; vtraque autem ala motu rotatorio ad directionem BP accedat. Deinde sit F centrum grauitatis alae AB, et  $BF = f$ ; G vero sit centrum grauitatis alae BC et  $BG = g$ . Denique sit alae AB massa =  $A$  eiusque momentum inertiae respectu centri grauitatis =  $m A f f$ ; simili- que modo alae BC massa sit =  $B$  et momentum inertiae respectu sui grauitatis centri G sit =  $n B g g$ . Vtra- que igitur ala sequeretur motum impressum; nisi ligamen- tum in flexura B obsisteret; ponamus ergo vim flexurae tantam esse, vt ala BC in directione BR sollicitetur vi =  $R$ , ala autem AB in directione contraria Br aequali vi =  $R$ , sitque angulus  $OBR = \omega$ . Ponamus iam pun- ctum B ita progredi, vt primum in directione BP acce- leretur vi =  $T$ , tum vero de semita rectilinea BP dex- trorsum deducatur, vi normali =  $V$ . His positis ex con- sideratione alae BC erit per coroll. 3. problematis prae- cedentis:

$$R \sin. \omega = 2 B g q \sin. \Phi - B V + \frac{B \cos. \Phi}{n+1} (V \cos. \Phi - T \sin. \Phi)$$

$$R \cos. \omega = 2 B g q \cos. \Phi - B T - \frac{B \sin. \Phi}{n+1} (V \cos. \Phi - T \sin. \Phi)$$

Haedem vero formulae ad alam AB accommodantur, si loco horum valorum

|               |              |
|---------------|--------------|
| R             | -R           |
| $\omega$      | $\omega$     |
| B             | A            |
| g             | f            |
| $\Phi$        | - $\theta$   |
| q             | p            |
| et $\sqrt{q}$ | - $\sqrt{p}$ |
| n             | m            |

substituuntur isti

Quo

Quo  
- f  
- f  
quae  
2 A  
2 B  
2 A  
- 2  
bre  
his  
V =  
T =  
Ex  
V co  
V co  
His  
ditu  
fimu  
vatu  
tato  
B v  
rota  
eto  
7

Quo facto obtinebimus has aequationes

$$-R \sin. \omega = -2 A f p \sin. \theta - AV + \frac{A \cos. \theta}{m+1} (V \cos. \theta + T \sin. \theta)$$

$$-R \cos. \omega = 2 A f p \cos. \theta - AT + \frac{A \sin. \theta}{m+1} (V \cos. \theta + T \sin. \theta)$$

quae si cum superioribus comparentur dabunt :

$$2 A f p \sin. \theta + AV - \frac{A \cos. \theta}{m+1} (V \cos. \theta + T \sin. \theta) =$$

$$2 B f q \sin. \Phi - BV + \frac{B \cos. \Phi}{n+1} (V \cos. \Phi - T \sin. \Phi) \text{ et}$$

$$2 A f p \cos. \theta - AT + \frac{A \sin. \theta}{m+1} (V \cos. \theta + T \sin. \theta) =$$

$$-2 B g q \cos. \Phi + BT + \frac{B \sin. \Phi}{n+1} (V \cos. \Phi - T \sin. \Phi). \text{ Sit}$$

brevitatis ergo  $m+1 = \mu$  et  $n+1 = \nu$ , atque ex his aequationibus elicietur :

$$V = \frac{2\mu n B^2 g q \sin. \Phi - 2\mu A B f p (n \sin. \theta + \cos. \Phi \sin. (\Phi + \theta)) - 2 m \nu A^2 f p \sin. \theta}{(m A + \mu B)(\nu A + n B) - AB(\cos. \Phi + \theta)^2}$$

$$T = \frac{2\mu n B^2 g q \cos. \Phi + 2\mu A B f p (n \cos. \theta + \sin. \Phi \sin. (\Phi + \theta)) + 2 m \nu A^2 f p \cos. \theta}{(m A + \mu B)(\nu A + n B) - AB(\cos. \Phi + \theta)^2}$$

Ex his porro prodibit

$$V \cos. \Phi - T \sin. \Phi = \frac{2\nu A \sin. \Phi + \theta (B g q \cos. \Phi + \theta - \mu B f p - m A f p)}{(m A + \mu B)(\nu A + n B) - AB(\cos. \Phi + \theta)^2}$$

$$V \cos. \theta + T \sin. \theta = \frac{2\mu B \sin. \Phi + \theta (-A f p \cos. \Phi + \theta + n B g q + \nu A g q)}{(m A + \mu B)(\nu A + n B) - AB(\cos. \Phi + \theta)^2}$$

His inuentis, dum punctum B per spatium  $dz$  progreditur, eius motus ita accelerabitur, vt sit  $dv = T dz$ , simul vero eius femita dextrorsum ita inflectetur vt curvaturae radius existat  $= \frac{2v}{V}$ . Deinde alae BC motus rotatorius versus BP accelerabitur in distantia  $= r$  a puncto B vi acceleratrice  $\frac{V \cos. \Phi - T \sin. \Phi}{V g}$ , alae autem AB motus rotatorius versus BP accelerabitur in distantia  $= r$  a puncto B vi acceleratrice  $= \frac{-V \cos. \theta - T \sin. \theta}{\mu f}$ , vnde motus

Tom. XIV.

B b

pro-

Quo

propositi variatio per sequens tempusculum orta cognoscitur. Q. E. I.

Coroll. 1.

22. Quoniam momentum inertiae alae AB respectu centri grauitatis F posuimus  $= m A f f$ , erit eiusdem momentum inertiae respectu puncti B  $= m A f f + A f f$ , et hanc obrem distantia centri oscillationis alae AB pro puncto suspensionis B a B erit  $= (m + 1) f = \mu f$ , simili modo alterius alae BC ex puncto B suspensae distantia centri oscillationis a puncto B erit  $= (n + 1) g = \nu g$ . Quodsi ergo haec centra oscillationis fuerint data, exinde valores numerorum  $m$  et  $n$  itemque  $\mu$  et  $\nu$  definiuntur.

Coroll. 2.

23. Si alae in directum iaceant, fiet angulus  $\Phi + \theta =$  duobus rectis, eiusque sinus  $= 0$ , vnde hoc casu motus rotatorii ambarum alarum nullam mutationem patientur primo saltem motu momento. Cum autem sit  $\sin. \theta = \sin. \Phi$  et  $\cos. \theta = -\cos. \Phi$ , erit

$$T = \frac{2\mu n B^2 g q \cos. \Phi - 2\mu n A B f p \cos. \Phi - 2m \nu A^2 f p \cos. \Phi}{+ 2\nu m A B g q \cos. \Phi}$$

$$\text{seu } T = \frac{(m A + \mu B)(\nu A + n B) - A B}{(A + B)(m \nu A + \mu n B)} = \frac{2 \cos. \Phi (B g q - A f p)}{A + B}$$

$$\text{et } V = \frac{2 \sin. \Phi (B g q - A f p)}{A + B}$$

Coroll. 3.

24. Si insuper, anguli  $\Phi$  et  $\theta$  fuerint recti, tum erit quoque  $T = 0$ , seu celeritas flexurae B nullam variationem patientur; at vero via puncti B inflectetur dextrorsum

sum vi, quae erit  $= \frac{2(Bgq - Afp)}{A + B}$  vnde si alae fuerint eate-  
 nus similes, vt fit  $Bgq = Afp$ , tum quoque haec vis in-  
 flectens euanescet. Ceterum vero si fuerit  $Bgq > Afp$   
 femita puncti B dextrorsum inflectetur, contra vero si  
 $Afp > Bgq$  sinistrorsum.

Coroll. 4.

25. Praeterea vero notandum est denominatorem pro  
 superioribus formulis inuentum

$$(mA + \mu B)(\nu A + nB) - AB(\cos. \overline{\Phi + \theta})^2$$

etiam hoc modo exprimi posse

$$(A + B)(m\nu A + \mu nB) + AB(\sin. \overline{\Phi + \theta})^2$$

Problema 4.

26. Si corpus ABC vna flexura in B praeditum Tab. II. fig. 6.  
 super plano horizontali politissimo vtcunque fuerit pro-  
 iectum, neque igitur ab vllis viribus extrinsecus sollicite-  
 tur, determinare eius motum ad quoduis tempus.

Solutio.

Sit linea ZB via, quam flexura iam descripsit, quae  
 referatur ad axem ZO, ad quem per B normalis pro-  
 ducatur OBP. Ponatur arcus ZB = z, et ducta ad B  
 tangente BT vocetur angulus PBT = u eritque radius  
 osculi curuae ZB in puncto B =  $\frac{dz}{du}$ . His positis fit cele-  
 ritas flexurae B secundum directionem tangentis BT debita  
 altitudini v, eritque tempusculo infinite paruo dt,  $\frac{dz}{v} =$   
 dt. Deinde sit partis seu alae AB massa = A, alae  
 B b 2 BC

BC = B, centrum grauitatis alae AB in F et alae BC in G, centrum oscillationis alae AB in f et alae BC in g, vtrumque ad punctum suspensionis B relatum. Vocetur BF = f, BG = g, Bf = (m + 1) f et Bg = (n + 1) g, positoque breuitatis ergo m + 1 = μ et n + 1 = ν, erit Bf = μ f et Bg = ν g. Praeterea fit angulus ABP = r, et angulus CBP = s, et in distantia = 1 a puncto B fit celeritas angularis alae AB versus BP = √ p, et celeritas angularis alae BC versus BP circa B = √ q, erit tempusculo dt assumto,  $\frac{dr}{\sqrt{p}} = dt$  et  $\frac{ds}{\sqrt{q}} = dt$ . Denique ponatur angulus ABT = r + u = θ et angulus CBT = s - u = φ, erit r + s = φ + θ. His positis cum celeritas angularis alae AB circa B versus BP acceleretur in distantia aB = 1, vi acceleratrice

$$\frac{-V \cos \theta - T \sin \theta}{\mu f} = \frac{2B \sin(r+s)(Afp \cos(r+s) - (nB + vA)gq)}{(mA + \mu B)(vA + nB)f - ABf(\cos(r+s))^2}$$

$$\text{erit } dp = \frac{-2Bdr \sin(r+s)(Afp \cos(r+s) - (nB + vA)gq)}{(mA + \mu B)(vA + nB)f - ABf(\cos(r+s))^2}$$

Simili modo pro acceleratione motus rotatorii alterius alae BC versus BP ex antecedentibus reperitur

$$dq = \frac{-2A ds \sin(r+s)(Bgg \cos(s-u) - (mA + \mu B)fp)}{(mA + \mu B)(vA + nB)g - ABg(\cos(r+s))^2}$$

Quod postea ad motum puncti B attinet, is primo accelerabitur vi tangentiali T, ita vt fit  $dv = T dz$  existente

$$T = \frac{2(vmA + \mu nB)(Afp \cos(r+u) + Bgg \cos(s-u)) + 2AB \sin(r+s)(\mu fp \sin(s-u) + v g q \sin(r+u))}{(mA + \mu B)(vA + nB) - AB(\cos(r+s))^2}$$

tum vero semita flexurae B dextrorsum incuruabitur a vi normali V ita, vt fit  $\frac{2v du}{dz} = V$ , existente

$$V = \frac{2(vmA + \mu nB)(Bgg \sin(s-u) - Afp \sin(r+u)) - 2AB \sin(r+s)(\mu fp \cos(s-u) - v g q \cos(r-u))}{(mA + \mu B)(vA + nB) - AB(\cos(r+s))^2}$$

His autem aequationibus, quas inuenimus, totus corporis motus determinatur. Q. E. I.



