



RECHERCHES

SUR LA PRÉCESSION DES ÉQUINOXES, ET SUR LA NUTATION DE L'AXE DE LA TERRE,

PAR M. EULER.

Planc

LEMME I.

1. **S**upposant la terre spherique A E B F & composée d'une matiere Fig.
homogene, si la masse de la terre est nommée $\equiv M$ & son rayon $CA \equiv CE \equiv a$, le moment d'inertie de la terre autour d'un axe quelconque, qui passe par son centre, sera $\equiv \frac{2}{3} M a a$.

COROLLAIRE.

2. Quoique la terre ne soit pas spherique, puisque sa figure ne differe de la spherique que très peu, on comprend aisément, que son moment d'inertie se peut néantmoins exprimer par $\frac{2}{3} M a a$. Car cette expression ne changera pas sensiblement, soit qu'on prenne pour a son demi-axe, ou le demi-diametre de son équateur.

REMARQUE.

3. Il faut se souvenir ici, que je nomme le moment d'inertie d'un corps quelconque par rapport à un certain axe, autour duquel il doit tourner, ce qui résulte, lorsqu'on multiplie chaque particule du corps par le quarré de sa distance à cet axe, & qu'on assemble tous ces produits élémentaires dans une somme. Car alors cette somme donnera ce que je nomme le moment d'inertie de ce corps autour de cet axe.

LEMME II.

4. Si la terre étant supposée spherique, a autour de son centre



un noyau également sphérique *a e b f*, dont la densité soit à celle de la croûte comme $1 + v$ à 1; alors nommant la masse de toute la terre $\equiv M$, le rayon $CA \equiv a$, & le rayon du noyau $Ca \equiv \alpha$, le moment d'inertie par rapport à un axe quelconque, qui passe par son centre, sera $\equiv \frac{2}{5} M. \frac{a^5 + v \alpha^5}{a^3 + v \alpha^3}$

COROLLAIRE I.

5. Si le noyau est plus dense que le reste de la terre, la valeur de v sera positive, mais si le noyau est moins dense que la croûte, v sera un nombre négatif: or si la terre étoit tout à fait creusée en dedans, ou que l'espace *a e b f* fut vuide, il seroit $v \equiv -1$, & dans ce cas le moment d'inertie deviendroit $\equiv \frac{2}{5} M. \frac{a^5 - \alpha^5}{a^3 - \alpha^3}$

COROLL. II.

2. On fera encore d'accord, qu'une petite aberration de la figure sphérique ne change pas sensiblement l'expression du moment d'inertie, pourvu que la figure du noyau soit aussi à peu près sphérique. Du moins il est bien certain, que dans l'application de ces deux propositions à la précession des équinoxes, une petite différence ne sauroit être d'aucune conséquence; puisqu'on sera obligé de se contenter d'approximations.

HYPOTHESE.

7. La terre ayant une fois reçu un mouvement rotatoire autour d'un axe, qui convient avec son axe de figure, ou qui n'en diffère que très peu, elle conservera toujours ce mouvement uniforme, & son axe de rotation demeurera toujours le même & sera dirigé vers les mêmes points du ciel; à moins que la terre ne soit assujettie à des forces étrangères, qui pourroient causer quelque changement, ou dans la vitesse du mouvement rotatoire, ou dans la position de l'axe de rotation.

REMAR-



REMARQUE.

8. Pour qu'un corps puisse tourner librement autour d'un axe, il ne suffit pas que cet axe passe par son centre de gravité, il faut de plus, que toutes les forces centrifuges se maintiennent en équilibre: & quand cette dernière condition n'a pas lieu, il est impossible que l'axe de rotation demeure le même, mais il sera continuellement changé par les forces centrifuges du corps. Il dépend donc uniquement de la distribution de la matière de la terre, si l'axe autour duquel elle tourne, est doué de cette propriété ou non? Car si toutes les forces centrifuges ne se détruisoient pas mutuellement, les poles de la terre souffriroient des changemens, quand même il n'y auroit point de forces étrangères. Ce n'est donc qu'une pure supposition que je fais, que l'axe de la terre, autour duquel elle tourne, ne soit pas assujetti à un tel changement; mais il semble que cette supposition est confirmée par les phenomenes, & elle le sera tout à fait, quand je ferai voir, qu'il ne se trouve actuellement d'autres changemens dans les poles, que ceux, qui sont causés par les forces du Soleil & de la Lune.

COROLL.

9. De là il s'ensuit, que toute force, dont la direction passe par le centre de gravité de la terre, ne change rien, ni dans son mouvement rotatoire, ni dans la position de son axe, & que ce n'est que des forces, qui agissent sur la terre, dont la direction ne passe pas par le centre de gravité, qu'il faut expliquer les changemens qu'on observe dans ses poles.

Probleme I.

10. *Toutes les parties de la terre étant attirées vers un point fixe O, dont les forces soient proportionnelles à une puissance quelconque des distances, trouver la force totale dont la terre sera sollicitée; supposant la terre sphéroïdique, & composée d'une matiere homogene.*

Fig. 16.



SOLUTION.

Soit le demi-axe de la terre $CA = CB = a$; le demi-diamètre de l'équateur $CE = CF = e$; & du point attirant O qu'on baisse sur le plan de l'équateur la perpendiculaire OT , & ayant tiré les droites CT , CO , soit $CT = f$, $TO = g$, $CO = h = \sqrt{ff + gg}$. Que la force attirante du point O à une distance quelconque z soit $= \frac{k^n}{z^n}$, ou que cette force soit réciproquement proportionnelle à la puissance z^n de la distance. Soit de plus la masse de la terre $= M$. Cela posé on trouve par la Théorie des forces, que la force totale, dont la terre est sollicitée vers le point O , se résout en ces deux forces.

1. La force selon CO qui est $=$

$$\frac{Mk^n}{h^n} \left(1 - \frac{(n+1)aa - 4(n+1)ee}{10hh} + \frac{(n+1)(n+3)(aagg + eeff)}{10h^4} \right)$$

2. La force selon TO qui est $= \frac{n+1}{5} M \frac{k^n}{h^n} \cdot \frac{g(ee - aa)}{h^3}$

On pourroit bien réduire ces deux forces à une seule, qui passeroit par le point O & par un point de l'axe un peu au dessous du centre C ; mais pour notre dessein il conviendra mieux de se servir de ces deux forces selon CO & TO . C. Q. F. T.

COROLL. I.

11. Comme la direction de la force selon CO passe par le centre de la terre, elle ne contribuë rien, ni au mouvement de rotation de la terre, ni au changement de ses poles. Et, si la terre n'étoit sollicitée que par cette seule force, ni son mouvement de rotation, ni la position de ses poles, ne souffriroit aucun changement.

COROLL. II.

12. Ce n'est donc qu'à l'autre force selon TO , qu'il faut avoir égard, si l'on veut rechercher les changemens, que l'attraction du point O peut



O peut produire dans le mouvement de rotation de la terre, & dans la situation de ses poles. Et pour cet effet on comprend aisément, que ces effets ne résultent que du moment de cette force.

COROLL. III.

13. Or le moment de cette force selon TO se raporte à un diametre de l'équateur, qui est perpendiculaire au plan ABO, qui est déterminé par l'axe de la terre AB & le point O : & le moment de cette force sera $= \frac{n+1}{5} \cdot M \cdot \frac{k^n}{h^n} \cdot \frac{g(ee-aa)}{h^3}$. CT. Ce moment sera donc $= \frac{n+1}{5} \cdot M \cdot \frac{k^n}{h^n} \cdot \frac{fg(ee-aa)}{h^3}$.

COROLL. IV.

14. On pourra donc concevoir une force équivalente AG, appliquée perpendiculairement à l'axe en A, & qui tend à éloigner le point A du point O ; cette direction AG étant pareillement située dans le plan ABO. Donc le moment de cette force sera :

$$AG. AC = \frac{n+1}{5} \cdot M \cdot \frac{k^n}{h^n} \cdot \frac{fg(ee-aa)}{h^3}.$$

Et ce moment produira le même effet sur le mouvement rotatoire de la terre, que la force dont elle est sollicitée vers le point O.

COROLL. V.

15. Si nous nommons l'angle ACO = ϕ , qui marquera la distance apparente du point O au pole de la terre A, vuë du centre de la terre, nous aurons $\frac{f}{n} = \sin \phi$ & $\frac{g}{n} = \cos \phi$.

Donc le moment en question sera

$$AG. AC = \frac{n+1}{5} \cdot M \cdot \frac{k^n}{h^{n+1}} (ee-aa) \sin \phi \cos \phi$$



COROLL. VI.

16. Il est clair que ce moment évanouiroit, si la terre étoit sphérique, puisqu'il seroit alors $e = a$. Mais si le diamètre de l'équateur EF surpasse l'axe de la terre AB, ou si $e > a$, alors ce moment est affirmatif, ou tel qu'il est présenté dans la figure. Mais si le diamètre de l'équateur étoit plus petit, que l'axe de la terre, ce moment deviendroit négatif, & produiroit par conséquent un effet contraire.

COROLL. VII.

17. Ce même moment deviendra encore négatif, quoiqu'il soit $e > a$, si l'angle ACO sera obtus, ou plus grand qu'un droit. Car si $\Phi > 90^\circ$, son cosinus ou $\cos \Phi$ deviendra négatif : & partant aussi le moment. On reconnoit de là aussi, que ce moment évanouira lorsque l'angle ACO est droit, & que ce même moment deviendra le plus grand, lorsque l'angle $ACO = \Phi$ sera un demi-droit, ou un droit & demi.

Probleme II.

18. La terre étant supposée avoir un noyau $aebf$ sphéroïdique autour de son centre, si toutes ses parties sont attirées vers un centre de forces O, qui attire en raison des puissances quelconques des distances, trouver le moment de force, dont la terre sera sollicitée.

SOLUTION.

Soit comme auparavant le demi-axe $CA = CB = a$, le demi-diamètre de son équateur $CE = CF = e$; & pour le noyau soit le demi-axe $Ca = Cb = a$, & le demi-diamètre de son équateur $Ce = Cf = e$. Ensuite soit la densité du noyau à celle de la croute comme $1 + v$ à 1. Depuis ayant baissé du point O sur le plan de l'équateur la perpendiculaire OT, soient $CT = f$, $TO = g$, $CO = h = \sqrt{ff + gg}$: or à la distance $= z$ soit la force attractive du point O $= \frac{k^n}{z^n}$. Cela posé marquant la masse de toute la terre $= M$, la force dont toute la terre est sollicitée vers le point O produira le même

même effet sur son mouvement de rotation, que si l'on appliquoit à l'axe dans le plan ABO une certaine force AG, dont

$$\text{le moment feroit} = \frac{(n+1) M k^n f g}{5 h^{n+3}} \cdot \frac{a e e (e e - a a) + v \alpha e e (\epsilon \epsilon - \alpha \alpha)}{a e e + v \alpha e e}$$

Ou bien posant l'angle ACO = Φ , ce moment fera

$$\text{AG. AC} = \frac{(n+1) M k^n \sin \Phi \cos \Phi}{5 h^{n+1}} \cdot \frac{a e e (e e - a a) + v \alpha e e (\epsilon \epsilon - \alpha \alpha)}{a e e + v \alpha e e}$$

C. Q. F. T.

COROLL. I.

19. Si l'aberration de la figure spherique, tant de la terre même que de son noyau, est extrêmement petite, comme on peut supposer seurement, ce moment sera allès exactement

$$\text{AG. AC} = \frac{(n+1) M k^n \sin \Phi \cos \Phi}{5 h^{n+1}} \cdot \frac{a^3 (e e - a a) + v \alpha^3 (\epsilon \epsilon - \alpha \alpha)}{a^3 + v \alpha^3}$$

COROLL. II.

20. Si le noyau étoit exactement spherique, ce moment feroit

$$\text{AG. AC} = \frac{(n+1) M k^n \sin \Phi \cos \Phi}{5 h^{n+1}} \cdot \frac{a^3 (e e - a a)}{a^3 + v \alpha^3}$$

Or si toute la terre étoit composée de matière uniforme, ce moment

$$\text{feroit} = \frac{(n+1) M k^n \sin \Phi \cos \Phi}{5 h^{n+1}} (e e - a a). \text{ Donc le moment}$$

pour la terre douée d'un noyau spherique sera plus petit que celui pour la terre homogene, si le noyau est plus dense que la croute. Or si le noyau étoit moins dense, le premier moment surpasseroit l'autre.

COROLL. III.

21. Si le point O attiroit exactement en raison réciproque des quarrés des distances, ou qu'il fut $n = 2$, alors le moment cherché feroit :

AG.



$$AG. AC = \frac{3 M k k \sin \Phi \cos \Phi}{5 h^3} \cdot \frac{a^3 (ee - aa) + v \alpha^3 (\epsilon\epsilon - \alpha\alpha)}{a^3 + v \alpha^3}$$

& ce sera le cas de la force du soleil sur la terre.

COROLL. IV.

22. Si la force du point O étoit en raison directe des distances, il feroit $n = -1$, & partant ce moment évanouiroit tout à fait. Ce qui devient d'abord allés clair, pour peu qu'on réfléchisse à la nature de cette force.

COROLL. V.

23. Si la force étoit composée de deux parties, ou qu'elle fut exprimée de la sorte $\frac{k^n}{z^n} \pm \frac{i^m}{z^m}$, on comprend aisément que le moment cherché feroit exprimé de cette façon :

$$\frac{M \sin \Phi \cos \Phi}{5 h} \left(\frac{(n+1) k^n}{h^n} \pm \frac{(m+1) i^m}{h^m} \right) \frac{a^3 (ee - aa) + v \alpha^3 (\epsilon\epsilon - \alpha\alpha)}{a^3 + v \alpha^3}$$

COROLL. VI.

§. 24. Donc si la force de la lune étoit exprimée pour la distance z de la sorte $\frac{k^2}{h^2} - \delta$, où δ marque une quantité constante, comme plusieurs phenomenes le paroissent confirmer, à cause de $n = 2$, $m = 0$ & $\frac{i^m}{h^m} = \delta$, le moment en question feroit, en supposant la lune en O

$$AG. AC = \frac{M \sin \Phi \cos \Phi}{5 h} \left(\frac{3 k k}{h h} - \delta \right) \frac{a^3 (ee - aa) + v \alpha^3 (\epsilon\epsilon - \alpha\alpha)}{a^3 + v \alpha^3}$$

COROLL. VII.

§. 25. Ce moment feroit donc plus petit, que si la force de la lune suivoit exactement la raison renversée des quarrés des distances. Il fera toujours à propos d'avoir égard à cette constante δ dans le calcul, que j'entreprendrai sur la variation des poles de la terre, pour voir si cette nouvelle hypothese se confirme ou non.

Proble-



Probleme. III.

§. 26. *La terre pendant qu'elle tourne autour de l'axe CA étant sollicitée par une force AG appliquée à l'extrémité A de cet axe, dont le moment AG. AC est connu, trouver le changement instantané, qui sera causé par cette force dans l'axe de rotation.*

SOLUTION.

Soit C le centre de la terre, & CA l'axe de la terre prolongé jusqu'au Ciel, autour duquel la terre tourne présentement dans le sens EHF; dont la vitesse soit telle, que dans un tems infiniment petit $\equiv dt$, elle décrive autour de son axe AC un angle $\equiv ds$: & qu'on nomme comme auparavant la masse de la terre $\equiv M$, & son demi-axe $\equiv a$. Dans cet instant donc A sera le pôle de la terre marqué dans le Ciel, autour duquel la terre continueroit à tourner uniformément, si elle n'étoit sollicitée par aucune force étrangere. Mais comme elle est sollicitée par la force AG, dont le moment AG. AC soit $\equiv S$, cette force, puisqu'elle passe par l'axe de la terre ne changera rien dans la vitesse de rotation; mais elle obligera la terre de tourner autour d'un autre axe, ce qui se fera en sorte qu'après un tems infiniment petit $\equiv dt$ le pôle de la terre ne réponde plus au point A dans le Ciel, mais à un autre point a situé dans le meridien, qui est éloigné de 90° du meridien AE, qui répond à la direction de la force AG selon le sens du mouvement rotatoire. Et par des principes de la Mécanique, que j'expliquerai ailleurs, on trouve que ce changement, ou l'angle AC a , sera exprimé de la sorte:

$$ACa \equiv \frac{S dt^2}{2 ds} : \frac{2}{3} M a a \equiv \frac{5 S dt^2}{4 M a ds}$$

où $\frac{2}{3} M a a$ marque le moment d'inertie de la terre, en la supposant homogène. Or si la terre avoit un noyau autour de son centre, dont le rayon $\equiv \alpha$, & la densité à celle de la croûte comme $1 + \nu : 1$, alors au lieu de $\frac{2}{3} M a a$ il faudroit écrire $\frac{2}{3} M \cdot \frac{\alpha^5 + \nu \alpha^5}{\alpha^3 + \nu \alpha^3}$: & partant le



changement instantané du pôle seroit :

$$AC a = \frac{S dt^2}{2 ds} : \frac{2}{3} M \frac{a^5 + v \alpha^5}{a^3 + v \alpha^3} = \frac{5 S dt^2 (a^3 + v \alpha^3)}{4 M ds (a^5 + v \alpha^5)}$$

C. Q. F. T.

COROLL. I.

§. 27. L'effet d'une telle force AG donc consistera en ce que les poles autour desquels la terre tourne, répondent continuellement à d'autres points du Ciel. Et il est aussi clair, que la ligne Ca passera par d'autres points de la terre que la ligne CA , de sorte que les poles marqués sur la terre changeront aussi continuellement. Mais ils differeront toujours si peu des extremités de l'axe de la terre, que la difference n'étant qu'environ $1\frac{1}{2}$ tierce est tout à fait imperceptible.

COROLL. II.

§. 28. Si nous concevons dans le meridien AF opposé à AE un centre des forces O , vers lequel la terre est attirée, nous avons vu que de cette force résulte un moment tel que AG . $AC = S$: donc l'effet de cette force sera le même, qui vient d'être déterminé dans la solution de ce probleme.

COROLL. III.

§. 29. Donc si nous posons la distance de ce centre de forces à la terre $CO = h$, l'angle ACO ou l'arc $AO = \Phi$, la force à la distance $z = \frac{k^n}{z^n}$, le moment AG . AC sera

$$S = \frac{(n+1) M k^n}{5 h^{n+1}} \sin \Phi \cos \Phi (ee - aa) \quad (15)$$

supposant la terre homogene. Par conséquent le changement du pôle causé par cette force sera

$$AC a = \frac{(n+1) k^n}{4 h^{n+1}} \cdot dt^2 (ee - aa) \sin \Phi \cos \Phi$$

COROLL. IV.

§. 30. Si la terre n'est pas homogene, mais qu'elle ait un noyau autour de son centre, dont le demi-axe $= \alpha$, le demi-diametre de son équateur



équateur = ϵ , & la densité à celle de la croûte, comme $1 \rightarrow 4$ à 1 , nous avons vu qu'il sera :

$$S = \frac{(n+1) M k^n \sin \Phi \cos \Phi}{5 h^{n+1}} \cdot \frac{a^3 (cc - aa) + v a^3 (\epsilon\epsilon - \alpha\alpha)}{a^3 + v a^3}$$

d'où le changement causé dans le pôle sera

$$ACa = \frac{(n+1) k^n}{4 h^{n+1}} \cdot \frac{a^3 (cc - aa) + v a^3 (\epsilon\epsilon - \alpha\alpha)}{a^3 + v a^3} \cdot \frac{dt^2}{ds} \sin \Phi \cos \Phi$$

REMARQUE.

31. Pour ramener l'expression du tems à des quantités plus connues, considérons le moyen mouvement de la terre. Soit la distance moyenne de la terre au soleil = b , la force attractive du soleil sur la terre = $\frac{cc}{bb}$, & que la terre parcoure de son mouvement moyen pendant l'élément du tems dt l'angle au soleil = dv : Cela posé, par les mêmes principes de mécanique on trouvera $b dv^2 = \frac{cc dt^2}{2 bb}$; d'où nous aurons $dt^2 = \frac{2 b^3}{cc} dv^2$. Nous n'avons donc qu'à écrire cette

valeur $\frac{2 b^3}{cc} dv^2$ au lieu de dt^2 , pour exprimer le tems par le moyen mouvement du soleil. Ainsi pendant que le soleil avance par son mouvement moyen de l'angle dv , & la terre par son mouvement diurne de l'angle ds , le changement du pôle dans le cas du coroll. précéd. sera :

$$ACa = \frac{(n+1) k^n}{2 h^{n+1}} \cdot \frac{b^3}{cc} \cdot \frac{a^3 (cc - aa) + v a^3 (\epsilon\epsilon - \alpha\alpha)}{a^3 + v a^3} \cdot \frac{dv^2}{ds} \sin \Phi \cos \Phi.$$

Or ds est à dv en raison du mouvement diurne de la terre à son mouvement annuel. Donc, puisque la terre acheve chaque révolution



autour de son axe ou 360° en $23^h, 56^l, 4''$, & que dans ce tems le mouvement moyen du soleil se trouve $58^l, 58''$, il fera $ds = 366 \frac{2}{3} dv$. Et partant le changement trouvé du pole sera

$$ACa = \frac{1}{732 \frac{5}{8}} \cdot \frac{(n+1)k^n}{h^{n+1}} \cdot \frac{b^3 a^3 (ee-na) + va^3 (ee-aa)}{c^2 a^5 + va^5} dv \sin \Phi \cos \Phi$$

Probleme IV.

32. *Trouver le changement élémentaire du pole de la terre dans le Ciel, entant qu'il est causé tant par la force du soleil, que par celle de la Lune.*

SOLUTION.

Soit toujours a le demi-axe de la terre, e le rayon de son équateur, & que la terre soit homogène à l'exception d'un noyau sphéroïdique autour de son centre, dont le demi-axe soit $= a$, le rayon de l'équateur $= e$, & la densité à celle de la croute comme $1 + \nu$ à 1 . Qu'on pose pour abréger

$$\frac{a^3 (ee-aa) + va^3 (ee-aa)}{a^5 + va^5} = N.$$

& que le pole boreal de la terre réponde actuellement dans le Ciel au point A. Soit maintenant le soleil en O, & l'arc du meridian $AO = \Phi$; la distance du soleil à la terre $= b$, & sa force sur la terre $= \frac{cc}{bb}$. Cela posé nous aurons $h = b$, $k = c$ & $n = 2$. Donc dans le tems que le mouvement moyen du soleil avance de l'angle infiniment petit dv , le pole de la terre sera transporté de A en a , dans un meridian perpendiculaire au meridian AOF, où se trouve le soleil, en sorte que ce changement sera

$$Aa \text{ ou } ACa = \frac{3}{732 \frac{5}{8}} \cdot N dv \sin \Phi \cos \Phi$$

supposé

supposé que le mouvement rotatoire de la terre se fasse dans le sens EHF, & ce sera l'effet instantané de la force du soleil.

Maintenant que la lune se trouve en O, dont la distance à la terre soit = h , & la force = $\frac{k k}{h h} - \delta$, comme j'ai supposé cy-dessus (24),

& la valeur de $\frac{(n+1) k^n}{h^{n+1}}$ se changera en $\frac{3 k k}{h^3} - \frac{\delta}{h}$. Soit aussi l'arc

AO = Φ , & pendant le mouvement moyen du soleil = dv la force de la lune transportera le pôle de la terre de A en a aussi dans un méridien perpendiculaire à AOF, de sorte que Aa, ou ACa = $\frac{1}{732 \frac{50}{81}}$

$$\left(\frac{3 k k}{h^3} - \frac{\delta}{h} \right) \frac{b^3}{c c} N d v \sin \Phi \cos \Phi.$$

Or il faut remarquer ici, que $\frac{3 k k}{h^3} - \frac{\delta}{h}$ est à $\frac{3 c c}{b^3}$ comme la force de la lune pour causer les marées à celle du soleil: rapport que Newton a établi comme $4 \frac{1}{2}$ à 1; mais comme cette détermination n'est pas trop certaine, supposons que dans la production du flux & reflux de la mer, la force de la lune soit à celle du soleil comme m à 1, & nous aurons $\frac{3 k k}{h^3} - \frac{\delta}{h} = \frac{3 m c c}{b^3}$; & partant le changement du pôle causé par la force de la Lune sera :

$$Aa \text{ ou } ACa = \frac{3 m}{732 \frac{50}{81}} \cdot N d v \sin \Phi \cos \Phi. \quad \text{C. Q. F. T.}$$

COROLL. I.

§. 33. Si nous posons pour abrégé d'avantage $\frac{3}{732 \frac{50}{81}} N = \lambda$; le soleil étant supposé en O de sorte que AO = Φ , le changement du pôle sera Aa = $\lambda d v \sin \Phi \cos \Phi$. Or si nous supposons la lune en O, alors le changement du pôle sera Aa = $\lambda m d v \sin \Phi \cos \Phi$.



COROLL. II.

§. 34. Donc si nous avons trouvé par les phénomènes des changemens du pôle de la terre, la valeur du nombre λ , nous en tirerons celle de $N = 732 \frac{50}{81} \cdot \frac{1}{3} \lambda$; & de cette valeur nous pourrons juger du noyau de la terre, puisque

$$N = \frac{a^3 (\epsilon\epsilon - a\alpha) + \nu a^3 (\epsilon\epsilon - \alpha\alpha)}{a^5 + \nu a^5}$$

REMARQUE.

§. 35. Si la terre n'avoit point de noyau, mais qu'elle fut formée d'une matière homogène, la valeur de N seroit connue. Car puisque le diamètre de l'équateur surpasse l'axe d'une 200^{me} partie, comme il se conclut des Observations faites au Nord, en France & au Perou, on aura $a : \epsilon = 200 : 201$, & dans ce cas on aura $N =$

$$\left(\frac{201}{200}\right)^2 - 1 = \frac{1}{100}, \text{ \& partant } \lambda = \frac{3}{100 \cdot 732 \frac{50}{81}} = \frac{1}{24421}$$

Probleme V.

Fig. 4. §. 36. Supposez que le soleil se meuve selon son mouvement moyen, trouver les changemens, que sa force causera dans les pôles de la terre.

SOLUTION.

Soit $\gamma \odot \simeq$ l'ecliptique & Π le pôle de l'ecliptique; mais que γ ne soit pas le point de l'équinoxe, mais un point fixe au ciel comme $1 * \gamma$. Soit la longitude du soleil en S depuis ce point fixe $\gamma S = p$, & que dans ce tems le pôle de la terre se trouve en P , & posons $\gamma \Pi P = x$, $\Pi P = y$. Qu'on tire les arcs de grands cercles ΠS , PS , & dans le triangle sphérique $P \Pi S$ nous aurons $P \Pi S = p - x$; $P \Pi = y$ & $\Pi S = 90^\circ$, d'où nous tirons $\cos PS = \cos(p - x) \sin y$

& $\cot \Pi PS = -\frac{\cos(p - x) \cos y}{\sin(p - x)}$. Maintenant posant $PS = \phi$, le

pôle



poles sera transporté de P en p , de la sorte Pp sera perpendiculaire à P'S & Pp = $\lambda dv \sin \Phi \cos \Phi$, pendant que le soleil avance de l'angle dv ; nous aurons donc $dp = dv$, & ayant tiré Πp , il fera $\sphericalangle \Pi p = x + dx$, & $\Pi p = y + dy$. Donc menant sur Πp la perpendiculaire Pq, il y aura $pq = dy$ & $Pq = -dx \sin y$. Or l'angle pPq étant le complément de l'angle OPS à deux droits, il sera

$$\cot pPq = \frac{\cos(p-x) \cos y}{\sin(p-x)} \quad \& \quad \tan pPq = \frac{\cos(p-x) \cos y}{\sin(p-x)}$$

Par conséquent nous aurons:

$Pq = -dx \sin y = Pp \cdot \sin pPq$ & $pq = dy = Pp \cos pPq$.
Or ayant $\cos \Phi = \cos(p-x) \sin y$; il sera

$$\sin pPq = \frac{\cos(p-x) \cos y}{\sin \Phi} \quad \& \quad \cos pPq = \frac{\sin(p-x)}{\sin \Phi}.$$

Donc à cause de $Pp = \lambda dp \sin \Phi \cos \Phi$, nous obtiendrons
 $-dx \sin y = \lambda dp \cos \Phi \cos(p-x) \cos y = \lambda dp \cos(p-x)^2 \cos y \sin y$
& $dy = \lambda dp \cos \Phi \sin(p-x) = \lambda dp \sin(p-x) \cos(p-x) \sin y$
Mais puisque $\sin(p-x) \cos(p-x) = \frac{1}{2} \sin 2(p-x)$

$$\& \cos(p-x)^2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2(p-x)$$

ces équations prendront les formes suivantes:

$$-dx = \frac{1}{2} \lambda dp (1 + \cos 2(p-x)) \cos y$$

$$\& dy = \frac{1}{2} \lambda dp \sin 2(p-x) \sin y$$

Maintenant puisqu'il est aisé de prévoir, que la variabilité de x & y est comme infiniment petite par rapport à celle de p , dans l'intégration nous pourrions regarder x & y comme des quantités constantes, & alors les intégrales seront:

$$x = C_1 - \frac{1}{2} \lambda (p + \frac{1}{2} \sin 2(p-x) \cos y)$$

$$y = C_2 - \frac{1}{4} \lambda \cos 2(p-x) \sin y$$

d'où l'on connoitra à tout tems proposé le lieu du pôle de la terre dans le Ciel. C. Q. F. T.

COROLL.



COROLL. I.

37. Puisque $p-x$ marque $P\Pi S$, & que le cercle ΠP passe par le solstice d'été, cet angle $p-x$ exprimera la longitude du soleil depuis le solstice d'été. Donc si nous posons la longitude du soleil depuis l'équinoxe de printems $= p$, il sera $p-x = p-90^\circ$, & $2(p-x) = 2p-180^\circ$. D'où nous aurons

$$x = C - \frac{1}{2} \lambda (x - \frac{1}{2} \sin p) \cos y \quad \& \quad y = C + \frac{1}{4} \lambda \cos 2p \sin y.$$

COROLL. II.

§. 38. Dans ces formules y marque la distance moyenne du pôle de la terre de celui de l'ecliptique. Donc posant cette distance moyenne des deux poles $= \theta$, nous aurons

$$x = C - \frac{1}{2} \lambda v \cos \theta + \frac{1}{4} \lambda \sin 2p \cos \theta$$

$$\& \quad y = \theta + \frac{1}{4} \lambda \cos 2p \sin \theta$$

Or la valeur de θ est à peu près de $23^\circ, 28', 30''$.

COROLL. III.

§. 39. Posant $\theta = 23^\circ, 28', 30''$, nous aurons en réduisant le sinus & le cosinus de θ à des angles exprimés en secondes,

$$x = C - 0,458617 \lambda v + 46222'' \lambda \sin 2p$$

$$y = \theta + 20541'' \lambda \cos 2p$$

COROLL. IV.

§. 40. De là il est d'abord clair, que la force du soleil fait reculer le pôle de la terre; car après un an, où v devient $v + 360^\circ$ la longitude du pôle depuis $\Gamma * \gamma$ sera

$$x = C - 0,458617 \lambda (v + 360^\circ) + 46222'' \lambda \sin 2p$$

donc pendant une année le pôle de la terre recule en longitude par l'espace $= 0,458617 \lambda \cdot 360^\circ$.

COROLL. V.

41. Donc si la terre étoit formée d'une matiere homogene, de sorte que $\lambda = \frac{1}{24421}$, la précession annuelle du pôle & aussi des

équi-



équinoxes seroit $\approx 24 \frac{1}{3}$ secondes ; entant qu'elle est causée par l'action du soleil. Et dans la même hypothese il fera après un nombre A d'années

$$x = C - 24 \frac{1}{3} A'' + 1 \frac{8}{9}'' \sin 2p$$

$$y = \theta + \frac{5}{6}'' \cos 2p.$$

Donc outre le mouvement moyen le pole se pourra éloigner de son lieu moyen presque jusqu'à $2''$ en longitude, & de presque une seconde en latitude.

Probleme VI.

42. *Supposant le mouvement de la lune uniforme autour de la terre, trouver les changemens, que la force de la lune causera dans les poles de la terre.*

SOLUTION.

Soit encore $\gamma \odot \simeq$ l'ecliptique, & Π son pole ; que le pole de la terre se trouve a l'heure qu'il est en P , & nommons comme auparavant l'angle $\gamma \Pi P = x$, $\Pi P = y$. Soit en même tems la lune en L , & nommant sa distance au pole $LP = \Phi$, nous avons vu cy-dessus, que pendant que le moyen mouvement du soleil est $= dv$, le pole P sera transporté en p , par l'élément Pp perpendiculaire à PL , de sorte que $Pp = \lambda m dv \sin \Phi \cos \Phi$, d'où nous tirons comme dans le probleme précédent :

$$-dx \sin y = \lambda m dv \sin \Phi \cos \Phi \sin Ppq$$

$$\& dy = \lambda m dv \sin \Phi \cos \Phi \cos Ppq$$

Il s'agit donc maintenant de déterminer les angles Φ & Ppq . Soit pour cet effet ΩLN l'orbite de la lune, & partant Ω le noeud ascendant, dont la longitude soit $\gamma \Omega = r$, & l'inclinaison de l'orbite lunaire à l'ecliptique $L\Omega K = \xi$. Puisque nous supposons le mouvement de la lune uniforme, il sera indifferent, si nous attribuons cette uniformité au mouvement dans l'orbite même, ou au mouvement en longitude, parce que la difference est fort petite. Soit donc q la lon-

Fig. 5



gitude de la lune $\equiv \hat{\gamma} K$, de sorte que l'angle $\hat{\gamma} \Pi L \equiv q$; & il fera $\hat{\Omega} K \equiv q-r$: d'où nous trouverons la latitude LK , que je marquerai par $s \equiv LK$ & il fera $\text{tang } s \equiv \sin (q-r) \text{ tang } \rho$. A présent dans le triangle $P \Pi L$ ayant $P \Pi \equiv y$; $P \Pi L \equiv q-x$; & $\Pi L \equiv 90^\circ - s$ nous aurons :

$$\text{cof } PL \equiv \text{cof } \Phi \equiv \text{cof } (q-x) \sin y \text{ cof } s + \text{cof } y \sin s.$$

$$\& \text{cot } \Pi PL \equiv \frac{\sin y \sin s - \text{cof } (q-x) \text{ cof } y \text{ cof } s}{\sin (q-x) \text{ cof } s} \equiv -\text{tang } Ppq$$

de sorte que $\text{tang } Ppq \equiv \frac{\text{cof } (q-x) \text{ cof } y \text{ cof } s - \sin y \sin s}{\sin (q-x) \text{ cof } s}$, & de là nous tirons :

$$\sin Ppq \equiv \frac{\text{cof } (q-x) \text{ cof } y \text{ cof } s - \sin y \sin s}{\sin \Phi} \quad \& \quad \text{cof } Ppq \equiv \frac{\sin (q-x) \text{ cof } s}{\sin \Phi}$$

Ces valeurs étant substituées donneront :

$$-dx \sin y \equiv \lambda m dv \text{ cof } \Phi. (\text{cof } (q-x) \text{ cof } y \text{ cof } s - \sin y \sin s)$$

$$dy \equiv \lambda m dv \text{ cof } \Phi. \sin (q-x) \text{ cof } s$$

ou remettant aussi pour $\text{cof } \Phi$ sa valeur :

$$dx \sin y \equiv -\lambda m dv (\text{cof } (q-x) \sin y \text{ cof } s + \text{cof } y \sin s) (\text{cof } y \text{ cof } s - \sin y \sin s)$$

$$dy \equiv \lambda m dv (\text{cof } (q-x) \sin y \text{ cof } s) + \text{cof } y \sin s) \sin (q-x) \text{ cof } s$$

$$\text{Or } \sin s \equiv \frac{\text{tang } \rho \sin (q-r)}{\sqrt{(1 + \text{tang } \rho^2 \sin (q-r)^2)}} \quad \& \quad \text{cof } s \equiv \frac{1}{\sqrt{(1 + \text{tang } \rho^2 \sin (q-r)^2)}}$$

ce qui donne : $dx \sin y \equiv$

$$\frac{-\lambda m dv (\text{cof } (q-x)^2 \sin y \text{ cof } y + \text{cof } (q-x) \text{ cof } y^2 \text{ tg. } \rho \sin (q-r) - \sin y \text{ cof } y \text{ tg. } \rho^2 \sin (q-r)^2) - \text{cof } (q-x) \sin y^2 \text{ tang } \rho \sin (q-r)}{1 + \text{tang } \rho^2 \sin (q-r)^2}$$

$$\& dy \equiv \frac{\lambda m dv (\sin (q-x) \text{ cof } (q-x) \sin y + \sin (q-x) \text{ cof } y \text{ tang } \rho \sin (q-r))}{1 + \text{tang } \rho^2 \sin (q-r)^2}$$

Pour

Pour intégrer ces formules il faut remarquer, qu'on peut regarder $x, y,$ & ρ comme des quantités constantes. Soit donc $\text{tang } \rho = \gamma,$ ce qui est une quantité fort petite, & soit θ la distance moyenne du pôle de la terre au pôle de l'écliptique; & nous aurons :

$$dx \sin \theta = -\frac{1}{2} \lambda m dv.$$

$$\frac{\sin 2\theta \cos(q-x)^2 + 2\gamma \cos 2\theta \cos(q-x) \sin(q-r) - \gamma^2 \sin 2\theta \sin(q-r)^2}{1 + \gamma \gamma \sin(q-r)^2}$$

$$dy = \lambda m dv \cdot \frac{\sin \theta \sin(q-x) \cos(q-x) + \gamma \cos \theta \sin(q-x) \sin(q-r)}{1 + \gamma \gamma \sin(q-r)^2}$$

Maintenant puisque γ est un nombre fort petit, savoir la tangente d'un angle d'environ 5° , on pourra ôter ces dénominateurs en divisant par eux actuellement, & il sera permis de négliger les termes, où γ aura plus de deux dimensions : on aura donc :

$$dx \sin \theta = -\frac{1}{2} \lambda m dv \left(\sin 2\theta \cos(q-x)^2 + 2\gamma \cos 2\theta \cos(q-x) \sin(q-r) - \gamma \gamma \sin 2\theta \sin(q-r)^2 (1 + \cos(q-x)^2) \right)$$

$$dy = \lambda m dv \left(\sin \theta \sin(q-x) \cos(q-x) + \gamma \cos \theta \sin(q-x) \sin(q-r) - \gamma \gamma \sin \theta \sin(q-x) \cos(q-x) \sin(q-r)^2 \right).$$

A présent il faut réduire ces produits des sinus & cosinus des angles variables à des sinus & cosinus des angles simples, & puisque $\cos A^2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2A$; $\sin A \cos A = \frac{1}{2} \sin 2A$ & $\sin A^2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2A$, nous aurons :

$$dx \sin \theta = -\frac{1}{2} \lambda m dv \left(\frac{1}{2} \sin 2\theta + \frac{1}{2} \sin 2\theta \cos 2(q-x) + 2\gamma \cos 2\theta \cos(q-x) \sin(q-r) - \gamma \gamma \sin 2\theta \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2(q-r) \right) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos 2(q-x) \right) \right)$$

$$dy = \lambda m dv \left(\frac{1}{2} \sin \theta \sin 2(q-x) + \gamma \cos \theta \sin(q-x) \sin(q-r) - \frac{1}{2} \gamma \gamma \sin \theta \sin 2(q-x) \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2(q-r) \right) \right).$$

De plus puisque $\cos A \sin B = \frac{1}{2} \sin (A+B) - \frac{1}{2} \sin (A-B)$;
 $\& \sin A \sin B = \frac{1}{2} \cos (A-B) - \frac{1}{2} \cos (A+B)$
 $\cos A \cos B = \frac{1}{2} \cos (A-B) + \frac{1}{2} \cos (A+B)$
 nous aurons après toutes ces réductions faites :

$$dx \sin \vartheta = -\frac{1}{2} \lambda m dv \left(\frac{1}{2} \sin 2 \vartheta + \frac{1}{2} \sin 2 \vartheta \cos 2 (q-x) + \gamma \cos 2 \vartheta \right. \\ \left. \sin (2q-r-x) - \gamma \cos 2 \vartheta \sin (r-x) \right. \\ \left. - \frac{3}{4} \gamma \gamma \sin 2 \vartheta + \frac{3}{4} \gamma \gamma \sin 2 \vartheta \cos 2 (q-r) - \frac{1}{4} \gamma \gamma \sin 2 \vartheta \cos 2 (q-x) \right. \\ \left. + \frac{1}{8} \gamma \gamma \sin 2 \vartheta \cos 2 (r-x) + \frac{1}{8} \gamma \gamma \sin 2 \vartheta \cos 2 (2q-r-x) \right)$$

$$dy = \lambda m dv \left(\frac{1}{2} \sin \vartheta \sin 2 (q-x) + \frac{1}{2} \gamma \cos \vartheta \cos (r-x) \right. \\ \left. - \frac{1}{2} \gamma \cos \vartheta \cos (2q-r-x) - \frac{1}{4} \gamma \gamma \sin \vartheta \sin 2 (q-x) \right. \\ \left. + \frac{1}{8} \gamma \gamma \sin \vartheta \sin 2 (2q-r-x) + \frac{1}{8} \gamma \gamma \sin \vartheta \sin 2 (r-x) \right)$$

Pour intégrer ces équations il faut remarquer, que les différentiels de q & r ont des rapports donnés au différentiel dv , qui sont ceux du mouvement moyen de la lune, & du mouvement retrograde du noeud au mouvement moyen du soleil. Soit donc :

$$dq = \mu dv \quad \& \quad dr = -\kappa dv$$

& les intégrales cherchées seront :

$$x \sin \vartheta = C - \frac{1}{2} \lambda m \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} v \sin 2 \vartheta + \frac{1}{4 \mu} \sin 2 \vartheta \sin 2 (q-x) - \frac{\gamma}{2 \mu + \kappa} \\ \cos 2 \vartheta \cos (2q-r-x) - \frac{\gamma}{\kappa} \cos 2 \vartheta \cos (r-x) \\ - \frac{3}{4} \gamma \gamma v \sin 2 \vartheta + \frac{3 \gamma \gamma}{8 (\mu + \kappa)} \sin 2 \vartheta \sin 2 (q-r) \\ - \frac{\gamma \gamma}{8 \mu} \sin 2 \vartheta \sin 2 (q-x) \\ - \frac{\gamma \gamma}{16 \kappa} \sin 2 \vartheta \sin 2 (r-x) + \frac{\gamma \gamma}{16 (2 \mu + \kappa)} \\ \sin 2 \vartheta \sin 2 (2q-r-x) \end{array} \right. \\ y =$$



$$y = \theta + \lambda m \left\{ \begin{aligned} & -\frac{\gamma}{4\mu} \sin \vartheta \cos 2(q-x) - \frac{\gamma}{2\kappa} \cos \vartheta \sin(r-x) - \frac{\gamma}{2(2\mu+\kappa)} \\ & \cos \vartheta \sin(2q-r-x) + \frac{\gamma\gamma}{4\mu} \sin \vartheta \cos 2(q-x) \\ & - \frac{\gamma\gamma}{16(2\mu+\kappa)} \sin \vartheta \cos 2(2q-r-x) \\ & + \frac{\gamma\gamma}{16\kappa} \sin \vartheta \cos 2(r-x) \end{aligned} \right.$$

C. Q. F. T.

COROLL. I.

§. 43. Puisque θ est à peu près $23^\circ, 28', 30''$, & que γ est la tangente de l'inclinaison de l'orbite de la lune à l'ecliptique, dont la valeur moyenne est $= 5^\circ, 9'$, ces expressions réduites en secondes seront :

$$\begin{aligned} x = C - 0,45302 \lambda m v - \frac{46685}{\mu} \lambda m \sin 2(q-x) + \frac{16952}{2\mu+\kappa} \lambda m \cos(2q-r-x) \\ + \frac{16952}{\kappa} \lambda m \cos(r-x) - \frac{576}{\mu+\kappa} \lambda m \sin 2(q-r) \\ + \frac{96}{\kappa} \lambda m \sin 2(r-x) - \frac{96}{2\mu+\kappa} \lambda m \sin 2(2q-r-x) \\ y = \theta - \frac{20008}{\mu} \lambda m \cos 2(q-x) - \frac{8525}{\kappa} \lambda m \sin(r-x) - \frac{8525}{2\mu+\kappa} \lambda m \sin(2q-r-x) \\ - \frac{40}{2\mu+\kappa} \lambda m \cos 2(2q-r-x) + \frac{40}{\kappa} \cos 2(r-x) \end{aligned}$$

COROLL. II.

§. 44. Or puisque μ : 1 comme le mouvement moyen de la lune à celui du soleil, il fera $\mu = 13,368$: & puisque κ : 1 comme le mouvement moyen rétrograde du noeud à celui du soleil, il fera $x =$

$\frac{I}{18,616}$; ces valeurs étant substituées, nos équations integrales deviendront:

$$x = C - 0,45302 \lambda m v - 3492 \lambda m \sin 2(q-x) + 594 \lambda m \cos(2q-r-x) \\ + 296535 \lambda m \cos(r-x) - 43 \lambda m \sin 2(q-r) + 1788 \lambda m \sin 2(r-x) \\ - 4 \lambda m \sin 2(2q-r-x)$$

$$y = \theta - 1497 \lambda m \cos 2(q-x) - 158718 \lambda m \sin(r-x) - 363 \lambda m \sin(2q-r-x) \\ - 2 \lambda m \cos 2(2q-r-x) + 777 \lambda m \cos 2(r-x)$$

COROLL. III.

§. 45. De là on voit bien, que si les termes $\cos(r-x)$ & $\sin(r-x)$ ne sont pas trop grands, ou qu'ils ne surpassent pas 100'', ce qu'on reconnoitra d'abord, alors tous les autres termes peuvent être rejettés sans faute, à cause de leur extreme petitesse; & partant nos formules deviendront beaucoup plus simples.

$$x = C - 0,45302 \lambda m v + 296535 \lambda m \cos(r-x)$$

$$y = \theta - 158718 \lambda m \sin(r-x)$$

COROLL. IV.

§. 46. Ici v marque le mouvement moyen du soleil depuis une certaine époque, où l'on suppose connu le lieu du pole; & $r-x$ marque la longitude du noeud ascendant depuis le lieu présent du pole, c'est à dire, depuis le solstice d'été. Donc, si nous posons la longitude du noeud ascendant depuis l'équinoxe du printems = u , il sera $r-x = u - 90^\circ$; & nos formules:

$$x = C - 0,45302 \lambda m v + 296535 \lambda m \sin u$$

$$y = \theta + 158718 \lambda m \cos u$$

REMARQUE.

§. 47. Comme tous les termes, qui dépendent du mouvement moyen de la lune, s'en sont allés de nos formules à cause de leur petitesse, on comprendra aisément, que si j'avois introduit dans le calcul le vrai mouvement de la lune, ayant eu egard à son apogée & au lieu
du



du soleil, tous les termes qui en auroient été introduits dans nos formules, seroient évanouis a plus forte raison. Car alors au lieu de q nous aurions eu $q + A + B + C + \&c.$ où $A, B, C,$ marquent des angles dépendans de l'anomalie de la lune & de son éloignement du soleil: & il est clair que de la même maniere les termes renfermans $q + A + B + C + \&c.$ seroient sortis du calcul, que ceux, qui dans nos formules ont renfermé q . Or il n'en est pas de même des termes, qui renferment le lieu du noeud ascendant, parce que la latitude de la lune en dépend, qui affecte particulièrement le calcul. De là on comprend, que si le mouvement du noeud étoit plus rapide qu'il n'est en effet, les inégalités dans le mouvement du pole seroient plus petites dans la même raison; & ces inégalités seroient d'autant plus grandes, si le mouvement des noeuds étoit plus lent. Or si les noeuds demeuroient immobiles, le mouvement moyen du pole en seroit rallenti, & à cause de r constante, puisque alors $d x$ ne seroit plus quasi infiniment petit par rapport à $d r$, mais plutot infiniment grand, on seroit obligé de chercher l'intégrale de nos formules par une tout autre methode.

Probleme VII.

§. 48. *Determiner les variations qui se doivent trouver dans le lieu des poles de la terre, entant qu'elles sont causées conjointement par les forces du soleil & de la lune.*

SOLUTION.

Soit θ la distance moyenne du pole boreal de la terre au pole de l'ecliptique, & qu'à une époque donnée la longitude moyenne du pole de la terre, depuis une étoile fixe comme de γ ait été $= \zeta$. A present qu'il s'agit de déterminer le lieu du pole boreal de la terre, soit sa longitude vraie $= x$ & sa latitude vraie $= y$; & que depuis l'époque marquée jusqu'ici, le moyen mouvement du soleil ait été $= v$. Soit ensuite pour le tems present la longitude du soleil depuis l'équinoxe du printems $= p$ & la longitude du noeud ascendant $= u$; où
il



il faut supposer que le lieu du pôle est déjà connu à peu près. Cela posé, nous avons vu qu'en vertu de la force du soleil il sera:

$$x = C - 0,458617 \lambda v + 46222 \lambda \sin 2p$$

$$y = \theta + 20641 \lambda \cos 2p.$$

Or la force de la lune donne

$$x = C - 0,45302 \lambda m v + 296535 \lambda m \sin u$$

$$y = \theta + 158718 \lambda m \cos u.$$

Donc ces deux forces agissant ensemble produiront l'effet contenu dans les formules suivantes:

$$x = \zeta - 0,45862 \lambda v + 56222 \lambda \sin 2p$$

$$- 0,45302 \lambda m v + 296535 \lambda m \sin u$$

$$y = \theta + 20541 \lambda \cos 2p + 158718 \lambda m \cos u$$

C. Q. F. T.

COROLL. I.

49. On peut ici distinguer deux sortes de mouvement. La première contient le mouvement moyen du pôle, & est comprise dans ces deux formules

$$x = \zeta - 0,45872 \lambda v - 0,45302 \lambda m v \text{ \& } y = \theta$$

par lesquelles on trouvera le lieu moyen du pôle, pour un tems proposé quelconque: & ensuite les autres termes renferment les équations dont il faut corriger tant la longitude que la latitude moyenne du pôle.

COROLL. II.

50. Pour ce qui regarde le lieu moyen du pôle, on voit que sa distance au pôle de l'écliptique est toujours la même, mais que la longitude décroît de plus en plus; c'est à dire le mouvement du pôle en longitude sera rétrograde par rapport aux étoiles fixes, & cette rétrogression sera dans un an

de $1296000 \lambda (0,45862 + 0,45302 m)$ secondes.

ou de $594371 \lambda + 587113 \lambda m$ secondes.

COROLL.



COROLL. III.

51. Négligent les inégalités, qui dépendent du lieu du soleil, puisqu'elles sont très petites, la longitude vraie du pôle sera plus grande que la moyenne, lorsque le noeud ascendant se trouve dans les signes boreaux; mais si ce noeud est dans les signes australes, alors la longitude vraie sera plus petite que la moyenne. Or la différence entre la longitude vraie & moyenne du pôle sera la plus grande, lorsque le noeud est dans les points solstitiaux; & cette différence emportera $296537 \lambda m$ secondes.

COROLL. IV.

52. La distance du pôle de la terre à celui de l'écliptique sera la plus grande, lorsque le noeud ascendant se trouve dans l'équinoxe du printemps: mais si ce noeud est dans l'équinoxe d'automne, alors le pôle de la terre se trouvera au plus près de celui de l'écliptique. Dans ces cas la plus grande différence entre la latitude vraie & moyenne du pôle sera de $158718 \lambda m$ secondes.

REMARQUE I.

53. Ces Corollaires sont généralement bien d'accord avec les Observations, par lesquelles on fait, que le mouvement du pôle terrestre en longitude est rétrograde, & que cette précession vaut tous les ans $50''$ ou $51''$. De plus Mr. Bradley vient de découvrir, que la distance des pôles de l'équateur & de l'écliptique est la plus grande, lorsque le noeud ascendant est au commencement du Belier, & la plus petite lorsque ce noeud entre dans la Balance, & que la plus grande différence entre la distance vraie & moyenne est de $9''$. Aussi ce qu'il a observé par rapport aux inégalités de la longitude, est tout à fait d'accord avec ce que la théorie vient d'enseigner. Or comme nous ne savons pas les vraies valeurs des lettres λ & m , ces Observations nous pourront servir à déterminer ces valeurs, puisqu'il faut qu'il soit:

$$\begin{aligned} 594371 \lambda + 587113 \lambda m &= 50\frac{1}{2}'' \\ \& \quad 158718 \lambda m &= \quad 9'' \end{aligned}$$



d'où nous tirons
$$\frac{594371 + 587113 m}{158718 m} = \frac{101}{18}$$

& partant fort à peu près $m = 2$; où il faut remarquer, que si la plus grande aberration en latitude au lieu de $9''$ étoit de $11''$, on trouveroit $m = 4$. Or $m : 1$ marque le rapport de la force de la Lune à celle du soleil dans la production des marées, & Newton avoit établi ce rapport comme 4 ou $4\frac{1}{2}$ à 1 . Mr. Daniel Bernoulli fait ce rapport beaucoup plus petit en posant seulement $m = 2\frac{1}{2}$; & cette valeur approche beaucoup plus de celle que je viens de trouver, que de celle de Newton ; ce qui est une nouvelle preuve non seulement pour le sentiment de Mr. Bernoulli, qui paroît d'ailleurs très bien fondé, mais aussi pour la theorie, dont je viens de déterminer le mouvement du pole de la terre. Car si nous avions trouvé pour m une valeur, ou beaucoup plus grande, ou petite, ç'auroit été une marque seure, que le mouvement du pole ne dépendoit pas uniquement des forces du soleil & de la lune, mais que les forces centrifuges, ne se détruisant pas parfaitement, y contribuoient aussi quelque chose.

REMARQUE.

54. Cependant il ne semble pas qu'on puisse diminuer la valeur de m au delà de $2\frac{1}{2}$, & il est plutôt probable, que la plus grande difference entre la latitude vraie & moyenne du pole de la terre est un peu plus grande que $9''$. Aussi Mr. Bradley avouë-t-il lui même, que cette détermination n'est pas si exacte, qu'il ne s'y put trouver une erreur d'une demi-seconde. Supposons donc selon Mr. Bernoulli $m = 2\frac{1}{2}$, & la plus grande difference entre la latitude moyenne & vraie du pole de la terre deviendra $= 9,75$ ou $9\frac{3}{4}$ secondes: or si nous avions supposé le mouvement moyen annuel du pole seulement de $50''$ au lieu de $50\frac{1}{2}$, nous aurions trouvé $9,62$ au lieu de $9,75$: d'où il semble que nous pouvons mettre assés seurement avec M. Bradley le mouvement annuel du pole de la terre de $50''$, 3 , & avec Mr. Bernoulli $m = 2\frac{1}{2}$: de là nous trouverons la valeur de λ , savoir

$$\lambda =$$



$$\lambda = \frac{50,3}{594371 + 587113 \cdot 2^{\frac{1}{2}}} = \frac{1}{40997}$$

& cette valeur est considérablement plus petite, que celle qui résulte de l'hypothèse de la terre homogène: d'où il s'ensuit que la valeur de

$\frac{a^3 (ee - aa) + va^3 (\epsilon\epsilon - \alpha\alpha)}{a^5 + va^5}$ est plus petite que $\frac{ee - aa}{aa}$ dans la rai-

son de 40997 à 24431 ou de 5 à 3. Et de là il faut conclure, que la terre n'est pas homogène, mais qu'elle a un noyau beaucoup plus dense autour de son centre. Supposons que ce noyau est sphérique, & puisque $ee - aa = \frac{1}{100} aa$, nous aurons:

$$\frac{\frac{1}{100} a^5}{a^5 + va^5} : \frac{1}{100} = 5 : 3, \text{ ou } 2 a^5 = 3 v a^5.$$

Donc si la densité de ce noyau étoit connue, nous en pourrions conclure le rayon du noyau. Posons par exemple que le noyau soit dix fois plus dense que la croute, & il fera $v = 9$, & $a^5 = \frac{2}{27} a^5$ ou $a = \frac{2}{3} a$: ce qui ne paroît contraire à aucunes des Observations, qui regardent l'intérieur de la terre: il semble plutôt qu'un tel noyau est très conforme aux principes de la Physique.

Probleme VIII.

§. 55. *Pour un tems proposé quelconque déterminer la longitude & la latitude du pôle boreal de la terre, comptant la longitude depuis une étoile fixe donnée.*

SOLUTION.

Ayant dressé la table pour le moyen mouvement rétrograde en longitude du pôle à raison de $50''$, 3 par an, on en trouvera pour chaque tems proposé la longitude moyenne du pôle, depuis une étoile fixe donnée comme de la $1^{\circ} \gamma$; pourvu que cette longitude ait été déterminée par les Observations pour une époque donnée. Soit donc



η cette longitude moyenne du pôle depuis Γ pour le tems proposé, & θ sera la distance moyenne de ce pôle depuis le pôle de l'ecliptique, laquelle est estimée de $23^{\circ}, 28', 30''$. Ensuite soit x la longitude vraie du pôle depuis Γ , & y sa distance vraie au pôle de l'ecliptique. Cela posé, puisque nous avons $\lambda = \frac{L}{40997}$

& $\lambda m = \frac{I}{16399}$, les formules qui nous donneront le vrai lieu du pôle pour le tems proposé, seront :

$$\begin{aligned} x &= \eta + 18'', 08 \sin u + 1'', 13 \sin 2p \\ y &= \theta + 9, 68 \cos u + 0, 50 \cos 2p \end{aligned}$$

où u marque la longitude du noeud ascendant de la Lune comptée depuis le point équinoxial du printems, & p la longitude du soleil comptée depuis le même commencement. Car comme on a déjà la longitude moyenne du pôle, on aura aussi celle du point équinoctial, qui précède celle-là de 3 signes. Or on voit bien qu'il suffit de connoître ces longitudes u & p à peu près, & que l'erreur seroit insensible, quand même on s'y tromperoit de quelques degrés. C. Q. F. T.

COROLL. I.

§. 56. Puisque x marque la longitude du pôle depuis la première étoile du belier, & que x repond au point solsticial d'été, $x - 90^{\circ}$ exprimera la longitude du point équinoctial du printems depuis Γ . Et de là connoissant la longitude moyenne de Γ depuis l'équinoxe pour un tems donné, qui croit de $50'', 3$ par an, laquelle je poserai $= E$, pour le même tems la longitude vraie de la première étoile d'*Aries*, le commencement du signe de Belier sera.

$$E - 18'', 08 \sin u - 1'', 13 \sin 2p$$

COROLL.



COROLL. II.

§. 57. On pourra donc regarder le point équinoxial comme fixe dans le Ciel, & attribuer son mouvement aux étoiles fixes en sens contraire: & partant la longitude des étoiles fixes croitra non seulement régulièrement de $50''$, 3 par an, mais elle fera outre cela assujettie à une double inégalité, dont l'une dépend de la longitude du noeud ascendant de la lune, & l'autre de la longitude du soleil.

COROLL. III.

§. 58. Le premier effet, qui fait avancer les étoiles en longitude de $50''$, 3 par an, est celui qui est nommé en Astronomie la précession des équinoxes: mais les regles, que les Astronomes en ont tirées, ne donnent que la longitude moyenne des étoiles. Or ayant trouvé par cette methode la longitude moyenne d'une étoile quelconque, laquelle soit $= L$; sa longitude vraie fera

$$L - 18'', 08 \sin u - 1'', 13 \sin 2 p.$$

COROLL. IV.

§. 59. Puisque y marque la distance des poles de la terre & de l'ecliptique, ce sera aussi la valeur de l'obliquité de l'ecliptique. Donc posant l'obliquité moyenne de l'ecliptique $= \theta$, qu'on estime de 23° , $28'$, $30''$, pour chaque tems proposé la vraie obliquité de l'ecliptique fera

$$\theta + 9'', 68 \cos u + 0'', 50 \cos 2 p$$

Or il est evident que si l'obliquité moyenne de l'ecliptique étoit un peu plus grande ou plus petite, les corrections demeureroient pourtant les mêmes. Ainsi, si à cause d'autres forces l'obliquité moyenne de l'ecliptique étoit variable, ces memes corrections donneroient néanmoins la vraie, pourvu qu'on mit toujours pour θ l'obliquité moyenne.

COROLL. V.

§. 60. La latitude des étoiles fixes ne souffrira aucun changement de ce coté, puisque leur distance de l'ecliptique demeure toujours



jours la même. Ainsi la mobilité du pôle de la terre ne produit que deux effets, dont le premier consiste dans la variation de la longitude des étoiles fixes, & l'autre dans la variation de l'obliquité de l'écliptique.

REMARQUE I.

§. 61. Ayant bien établi par la comparaison des Observations anciennes avec les modernes la véritable quantité de la précession moyenne des équinoxes, il fera aisé d'en déterminer pour chaque tems proposé la longitude moyenne de toutes les étoiles fixes, dont on aura une fois bien déterminé la longitude. Je supposerai donc qu'on sache la longitude moyenne d'une étoile à un tems donné, & qu'on en veuille déterminer la longitude vraie pour le même tems. Cela se fera par le moyen de deux équations que les deux tables suivantes fourniront.

Première correction de la Longitude moyenne des étoiles fixes.

Arg. *La Longitude du noeud ascendant de la Lune.*

| | 0. Sign. ôtez. | 1. Sign. ôtez. | 2. Sign. ôtez. | 3. Sign. ôtez. | 4. Sign. ôtez. | 5. Sign. ôtez. | |
|----|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|----|
| | " " | " " | " " | " " | " " | " " | |
| 0 | 0, 0 | 9, 2 | 15, 40 | 18, 5 | 15, 40 | 9, 2 | 30 |
| 5 | 1, 34 | 10, 22 | 16, 23 | 18, 0 | 14, 50 | 7, 38 | 25 |
| 10 | 3, 8 | 11, 37 | 17, 0 | 17, 48 | 13, 51 | 6, 11 | 20 |
| 15 | 4, 41 | 12, 47 | 17, 29 | 17, 29 | 12, 47 | 4, 41 | 15 |
| 20 | 6, 1 | 13, 51 | 17, 48 | 17, 0 | 11, 37 | 3, 8 | 10 |
| 25 | 7, 38 | 14, 50 | 18, 0 | 16, 23 | 10, 22 | 1, 34 | 5 |
| 30 | 9, 2 | 15, 40 | 18, 5 | 15, 40 | 9, 2 | 0, 0 | 0 |
| | ajoutez. | ajoutez. | ajoutez. | ajoutez. | ajoutez. | ajoutez. | |
| | 11. Sign. | 10. Sign. | 9. Sign. | 8. Sign. | 7. Sign. | 6. Sign. | |

Seconde



Seconde correction de la Longitude moyenne des étoiles fixes.

Arg. *La Longitude du Soleil.*

| | 0. Sign. otez. | 1. Sign. otez. | 2. Sign. otez. | 3. Sign. ajoutez. | 4. Sign. ajoutez. | 5. Sign. ajoutez. | |
|----|-------------------|-------------------|-------------------|----------------------|----------------------|----------------------|----|
| | " " | " " | " " | " " | " " | " " | ' |
| 0 | 0, 0 | 0, 59 | 0, 59 | 0, 0 | 0, 59 | 0, 59 | 30 |
| 5 | 0, 22 | 1, 4 | 0, 52 | 0, 12 | 1, 4 | 0, 52 | 25 |
| 10 | 0, 23 | 1, 7 | 0, 44 | 0, 23 | 1, 7 | 0, 44 | 20 |
| 15 | 0, 34 | 1, 8 | 0, 34 | 0, 34 | 1, 8 | 0, 34 | 15 |
| 20 | 0, 44 | 1, 7 | 0, 23 | 0, 44 | 1, 7 | 0, 23 | 10 |
| 25 | 0, 52 | 1, 4 | 0, 12 | 0, 52 | 1, 4 | 0, 12 | 5 |
| 30 | 0, 59 | 0, 59 | 0, 0 | 0, 59 | 0, 59 | 0, 0 | 0 |
| | ajoutez. | ajoutez. | ajoutez. | otez. | otez. | otez. | |
| | 11. Sign. | 10. Sign. | 9. Sign. | 8. Sign. | 7. Sign. | 6. Sign. | |

COROLL. V.

§. 62. La longitude vraie des étoiles fixes sera donc la plus grande à l'égard de la moyenne, lorsque le noeud ascendant de la lune se trouve au commencement de ♈, & que le soleil est ou en ♀ 15° ou en ♁ 15°. Et alors la différence entre la longitude vraie & la moyenne sera de 19'', 13'''.

COROLL. VI.

§. 63. Or la longitude vraie des étoiles fixes sera la plus petite à l'égard de la moyenne, lorsque le noeud ascendant est au commencement du signe de ♉, & que le soleil se trouve ou en ♄ 15° ou en ♋ 15°. Alors la différence entre la longitude vraie & la moyenne sera de 19'', 13'''. Donc la différence entre la longitude vraie la plus grande & la plus petite pourra monter à 38'', 26'''.

COROLL.



COROLL. VII.

§. 64. Mais quand le noeud ascendant se trouve dans un des points équinoctiaux, & que le soleil est ou dans les équinoxes ou dans les solstices, alors la longitude moyenne des étoiles ne différera point de la vraie. Ce sera donc le tems le plus propre pour observer la longitude moyenne des étoiles.

REMARQUE II.

§. 65. Il en sera de même de l'obliquité de l'ecliptique, qui demandera aussi une double correction, dont l'une dépend du lieu du noeud ascendant de la lune, & l'autre du lieu du soleil: d'où j'ai formé les deux tables suivantes.

Premiere correction de l'obliquité moyenne
de l' Ecliptique.

Arg. *La Longitude du noeud ascendant de la Lune.*

| | 0. Sign. ajoutez. | 1. Sign. ajoutez. | 2. Sign. ajoutez. | 3. Sign. otez. | 4. Sign. otez. | 5. Sign. otez. | |
|----|----------------------|----------------------|----------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-----|
| ° | " " | " " | " " | " " | " " | " " | " " |
| 0 | 9, 41 | 8, 24 | 4, 50 | 0, 0 | 4, 50 | 4, 24 | 30 |
| 5 | 9, 39 | 7, 57 | 4, 5 | 0, 50 | 5, 33 | 8, 45 | 25 |
| 10 | 9, 32 | 7, 25 | 3, 19 | 1, 41 | 6, 14 | 9, 5 | 20 |
| 15 | 9, 21 | 6, 51 | 2, 30 | 2, 30 | 6, 51 | 9, 21 | 15 |
| 20 | 9, 5 | 6, 14 | 1, 41 | 3, 19 | 7, 25 | 9, 32 | 10 |
| 25 | 8, 45 | 5, 33 | 0, 50 | 4, 5 | 7, 57 | 9, 39 | 5 |
| 30 | 8, 24 | 4, 50 | 0, 0 | 4, 50 | 8, 24 | 9, 41 | 0 |
| | ajoutez. | ajoutez. | ajoutez. | otez. | otez. | otez. | |
| | 11. Sign. | 10. Sign. | 9. Sign. | 8. Sign. | 7. Sign. | 6. Sign. | |

Seconde



Seconde Correction de l'Obliquité moyenne de l'Ecliptique.

Arg. La Longitude du Soleil.

| | 0. Sign. ajoutez. | 1. Sign. ajoutez. | 2. Sign. otez. | 3. Sign. otez. | 4. Sign. otez. | 5. Sign. ajoutez. | |
|----|----------------------|----------------------|-------------------|-------------------|----------------------|----------------------|-----|
| | ''' | ''' | ''' | ''' | ''' | ''' | ''' |
| 0 | 30 | 15 | 15 | 30 | 15 | 15 | 30 |
| 5 | 30 | 10 | 19 | 30 | 10 | 19 | 25 |
| 10 | 28 | 5 | 22 | 28 | 5 | 22 | 20 |
| 15 | 25 | chang. de sign. 0 | 25 | 25 | chang. de sign. 0 | 25 | 15 |
| 20 | 22 | 5 | 28 | 22 | 5 | 28 | 10 |
| 25 | 19 | 10 | 30 | 19 | 10 | 30 | 5 |
| 30 | 15 | 15 | 30 | 15 | 15 | 30 | 0 |
| | ajoutez. | otez. | otez. | otez. | ajoutez. | ajoutez. | |
| | 11. Sign. | 10. Sign. | 9. Sign. | 8. Sign. | 7. Sign. | 6. Sign. | |

COROLL. VIII.

§. 66. L'obliquité de l'ecliptique sera donc la plus grande, lorsque le noeud ascendant de la Lune se trouve dans le point équinoxial du printems; & que le soleil est aussi dans un des équinoxes. Car alors l'obliquité vraie de l'ecliptique surpassera la moyenne de 10'', 11''.

COROLL. IX.

§. 67. Or l'obliquité de l'ecliptique sera la plus petite, lorsque le noeud ascendant de la lune est dans le point équinoxial d'automne, & que le soleil se trouve dans l'un ou l'autre solstice. Alors l'obliquité vraie de l'ecliptique sera surpassée de la moyenne de 10'', 11''; & ainsi les variations de l'obliquité de l'ecliptique monteront à 20'', 22''.



COROLL. X.

§. 68. Mais si le noeud ascendant est dans l'un ou l'autre solstice, & que le lieu du soleil soit ou γ 15° , ou Ω 15° ou η 15° ou \equiv 15° , alors l'obliquité vraie de l'ecliptique ne differera point de la moyenne.

Probleme IX.

§. 69. Déterminer la vraie quantité de la précession des équinoxes pendant l'espace d'une année proposée.

SOLUTION.

Qu'on cherche la longitude du noeud ascendant pour le milieu de l'an, pendant lequel on veut savoir la précession des équinoxes, & soit s cette longitude du noeud, qui répond au milieu de l'année proposée. Puisque le mouvement annuel des noeuds est $19^\circ, 20'$, au commencement de notre an la longitude du noeud ascendant aura été $s + 9^\circ, 40'$, & à la fin $s - 9^\circ, 40'$; & puisque la longitude du soleil est la même, tant pour le commencement que pour la fin, elle ne contribuera rien à la précession annuelle.

Donc au commencement de l'année la longitude d'une étoile ayant été

$$L - 18'', 08 \sin (s + 9^\circ, 40') - 1'', 13 \sin 2p$$

elle fera à la fin de cette année

$$L + 50'', 3 - 18'', 08 \sin (s - 9^\circ, 40') - 1'', 13 \sin 2p$$

Et partant la précession des équinoxes pendant cet an

$$\text{fera} = 50'', 3 - 18'', 08 \sin (s - 9^\circ, 40') + 18'', 08 \sin (s + 9^\circ, 40')$$

Cette précession fera donc

$$50'', 3 + 36'', 16 \cos s \sin 9^\circ, 40'$$

$$\text{ou bien } 50'', 3 + 6'', 07 \cos s$$

Donc



Donc ayant déterminé la longitude du noeud ascendant pour le milieu de l'année proposée, on en trouvera aisément combien les équinoxes reculeront pendant chaque année. C. Q. F. T.

COROLL. I.

70. La précession des équinoxes fera donc la plus grande dans les années, au milieu desquelles le noeud ascendant se trouve au commencement de γ : & dans ces années la précession des équinoxes fera $56''$, 37 ou de $56''$, $22'''$.

COROLL. II.

71. Or la précession des équinoxes fera la plus petite dans les ans, au milieu desquels le noeud ascendant se trouve au commencement de la balance : & alors la précession ne sera que $44''$, 23 ou de $44''$, $14'''$. Donc la différence entre la plus grande & la plus petite précession annuelle fera de $12''$, $8'''$,

COROLL. III.

72. Si l'on connoit la longitude du noeud ascendant pour le commencement de l'année proposée, & qu'on la pose $= u$, à cause de $u = s + 9^\circ, 40'$, il fera $s = u - 9^\circ, 40'$; & la précession des équinoxes pendant cette année fera

$$50'' , 3 + 6'' , 07 \cos(u - 9^\circ , 40')$$

REMARQUE.

73. De là j'ai calculé la table suivante, par laquelle on trouvera la précession des équinoxes pour chaque année, pour le commencement de laquelle on fait la longitude du noeud ascendant de la Lune.



Table qui marque la quantité de la précession des Equinoxes, pour chaque année proposée.

Arg. La longitude du noeud ascendant au commencement de l'année proposée.

| | 0. Sign. ♈ | 1. Sign. ♉ | 2. Sign. ♊ | 3. Sign. ♋ | 4. Sign. ♌ | 5. Sign. ♍ |
|----|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| | " " | " " | " " | " " | " " | " " |
| 0 | 56, 17 | 56, 0 | 54, 12 | 51, 20 | 48, 14 | 45, 39 |
| 5 | 56, 21 | 55, 48 | 53, 48 | 50, 49 | 47, 44 | 45, 20 |
| 10 | 56, 22 | 55, 34 | 53, 20 | 50, 18 | 47, 16 | 45, 2 |
| 15 | 56, 21 | 55, 18 | 52, 52 | 49, 48 | 46, 48 | 44, 48 |
| 20 | 56, 17 | 54, 57 | 52, 22 | 49, 16 | 40, 24 | 44, 36 |
| 25 | 56, 10 | 54, 30 | 51, 52 | 48, 44 | 45, 48 | 44, 26 |
| 30 | 56, 0 | 54, 12 | 51, 20 | 48, 14 | 45, 39 | 44, 19 |

Continuation de la meme table pour les signes austraux.

| | 6. Sign. ♎ | 7. Sign. ♏ | 8. Sign. ♐ | 9. Sign. ♑ | 10. Sign. ♒ | 11. Sign. ♓ |
|----|---------------|---------------|---------------|---------------|----------------|----------------|
| | " " | " " | " " | " " | " " | " " |
| 0 | 44, 19 | 44, 36 | 46, 24 | 49, 16 | 52, 22 | 54, 57 |
| 5 | 44, 15 | 44, 48 | 46, 48 | 49, 48 | 52, 52 | 55, 18 |
| 10 | 44, 14 | 45, 2 | 47, 16 | 50, 18 | 53, 20 | 55, 34 |
| 15 | 44, 15 | 45, 20 | 47, 44 | 50, 49 | 53, 48 | 55, 48 |
| 20 | 44, 19 | 45, 39 | 48, 14 | 51, 20 | 54, 12 | 56, 0 |
| 25 | 44, 26 | 45, 48 | 48, 44 | 51, 52 | 54, 36 | 56, 10 |
| 30 | 44, 36 | 46, 24 | 49, 16 | 52, 22 | 54, 57 | 56, 17 |

COROLL. IV.

74. Prenons pour exemple l'année 1750, au commencement de laquelle le lieu du noeud ascendant se trouve en ♌ 10°, 17'.
 Donc depuis le premier Janvier 1750 jusqu'au premier Janvier 1751



la précession des équinoxes fera $50''$, $18'''$, ou elle fera environ égale à la précession annuelle moyenne.

. COROLL. V.

75. Comme au commencement de l'année 1746 le lieu du noeud ascendant a été près de l'équinoxe de printems, favoir en \mathcal{X} , 27° , $40'$, la précession annuelle des équinoxes fera pour l'année 1745 & les suivantes :

| An. | Précession annuelle | | An. | Précession annuelle | |
|------|---------------------|-----|------|---------------------|-----|
| | " | ''' | | " | ''' |
| 1745 | 56 | 20 | 1765 | 56 | 0 |
| 1746 | 56 | 15 | 1766 | 55 | 0 |
| 1747 | 55 | 25 | 1767 | 53 | 20 |
| 1748 | 54 | 10 | 1768 | 51 | 40 |
| 1749 | 52 | 20 | 1769 | 49 | 40 |
| 1750 | 50 | 20 | 1770 | 47 | 30 |
| 1751 | 48 | 20 | 1771 | 45 | 40 |
| 1752 | 46 | 30 | 1772 | 44 | 50 |
| 1753 | 45 | 10 | 1773 | 44 | 15 |
| 1754 | 44 | 20 | 1774 | 40 | 20 |
| 1755 | 44 | 15 | 1775 | 45 | 10 |
| 1756 | 44 | 50 | 1776 | 46 | 30 |
| 1757 | 45 | 50 | 1777 | 48 | 30 |
| 1758 | 47 | 40 | 1778 | 50 | 20 |
| 1759 | 49 | 40 | 1779 | 52 | 20 |
| 1760 | 51 | 50 | 1780 | 54 | 10 |
| 1761 | 53 | 30 | 1781 | 55 | 30 |
| 1762 | 55 | 10 | 1782 | 56 | 15 |
| 1763 | 56 | 0 | 1783 | 56 | 20 |
| 1764 | 56 | 22 | 1784 | 55 | 40 |

Ce qui servira à voir, combien les Observations sur la mobilité de l'axe de la terre seront d'accord avec cette Théorie.