



DE LA PARALLAXE DE LA LUNE
TANT PAR RAPPORT A SA HAUTEUR QU'A
SON AZIMUTH DANS L'HYPOTHESE
DE LA TERRE SPHEROÏDIQUE.

PAR M. EULER.

§. I.

Planchette V.

Après que M. de Maupertuis a publié son excellent *Traité* sur la parallaxe de la lune, où il a montré combien les règles ordinaires de la parallaxe, entant qu'elles sont fondées sur la figure sphérique de la terre, doivent être changées pour la figure véritable de la terre; cette matiere paroît d'abord si épuisée, qu'on n'y sauroit plus rien découvrir, qui soit échappé à son attention, à moins que ce ne soient de petites circonstances, dont on se peut passer sans aucune erreur sensible dans la pratique. Ayant remarqué que cet Illustre Auteur n'a pas eu égard à l'azimuth de la lune, qui devoit entrer dans la recherche de la parallaxe, lorsque la terre n'est pas sphérique, j'ai d'abord cru que cette circonstance pourroit être de quelque conséquence: or aussi-tot que j'en eus fait le calcul, j'ai trouvé que l'irrégularité qui peut résulter de l'azimuth, est si petite, qu'on la peut négliger sans faire tort à la précision de cette theorie. Cependant, quand on veut avoir égard à cette circonstance dans la recherche de la parallaxe, le calcul devient beaucoup plus difficile; & puisqu'il est impossible, avant qu'on en soit venu à bout, qu'on puisse prononcer avec assés d'assurance, si l'effet qui en résulte, merite quelque attention ou non? je me crois obligé de développer encore cette matiere, en faisant entrer dans l'analyse cette circonstance.

constance de l'azimuth. Et comme cette considération deviendroit absolument nécessaire, si la figure de la terre differoit plus considerablement de la spherique, cette recherche pourra apporter quelque usage dans la resolution d'autres questions.

§. 2. M. de Maupertuis a toujours regardé la lune, comme si elle se trouvoit dans le plan du meridien, & dans ce cas il n'y a aucun doute, que la lune ne doive paroître dans le même cercle vertical, soit qu'elle soit regardée de la surface de la terre, ou de son centre. Mais dès que la lune est vuë hors du plan du meridien, non seulement sa distance au zenith, mais aussi son azimuth, doit souffrir quelque altération de la parallaxe; puisque la droite tirée du centre de la terre à la lune fera non seulement moins inclinée au plan horizontal, mais elle ne le coupera plus dans le même azimuth. Pour se mieux convaincre de cette verité on n'a qu'à concevoir un plan parallele à l'horizon, qui passe par le centre de la terre; & comme l'angle, que fait la droite tirée de la surface de la terre à la lune, avec le plan horizontal, marque la hauteur apparente, & la perpendiculaire baissée de la lune sur l'horizon, l'azimuth apparent; ainsi l'angle, que fait la droite tirée du centre de la terre à la lune avec ce plan parallele à l'horizon, qui passe par le centre de la terre, fera la mesure de sa hauteur vraie, & la perpendiculaire baissée de la lune sur ce même plan y marquera un point, d'où la droite tirée au centre donnera à connoître l'azimuth vrai de la lune. Ces deux choses rapportées au centre étant différentes que si on les rapportoit à la place du spectateur, il en résultera une double correction de la place de la lune, l'une qui regarde la hauteur de la lune, & l'autre pour l'azimuth. Je nommerai la premiere correction la parallaxe de la hauteur, & l'autre la parallaxe de l'azimuth.

§. 3. Pour entreprendre cette recherche, je commence par considérer la figure de la terre. Soient E & F les poles de la terre, & C son centre: EAF soit un meridien tiré par la place du spectateur, que je suppose en M, & on fait que la figure de ce meridien sera une demi-ellipse, par la révolution de laquelle autour de l'axe EF nait la figure
de

Fig. 1

de la terre. Qu'on nomme le demi-axe $EC = FC = a$, & le demi-diametre de l'équateur $AC = b$, & qu'on pose $b = (1+n)a$, & suivant les mesures faites tant vers le pôle, que sous l'équateur le nombre n sera à peu près $= \frac{1}{200}$. Qu'on tire par le point M la tangente TMV , qui représentera au spectateur la ligne meridienne, le point T étant dirigé vers le nord, & V vers le sud, lorsque E est le pôle boreal de la terre. De plus l'angle CTM donnera l'elevation du pôle au point M qui étant supposée connue, soit cet angle ou l'elevation du pôle $CTM = p$. Ensuite ayant tiré le rayon CM & la perpendiculaire à l'axe PM , avec la normale MN à la tangente MT , soit $CP = x$ & $PM = y$; & la nature de l'ellipse donnera cette égalité:

$$y = \frac{b}{a} \sqrt{aa - xx} \text{ ou } yy = bb - \frac{bb}{aa} xx$$

D'ou nous tirons la subnormale $PN = \frac{-ydy}{dx} = \frac{bb}{aa} x$, ou $PN = (1+n)^2 x$. Mais l'angle PMN étant egal à $PTM = p$, nous aurons

$$\text{tang } p = \frac{PN}{PM} = \frac{(1+n)x}{\sqrt{aa - xx}}; \text{ \& partant } x = \frac{a \text{ tang } p}{\sqrt{\text{tang } p^2 + (1+n)^2}};$$

$$\text{\& } \sqrt{aa - xx} = \frac{(1+n)x}{\text{tang } p} = \frac{(1+n)a}{\sqrt{\text{tang } p^2 + (1+n)^2}}; \text{ par conse-}$$

quent $y = \frac{(1+n)^2 a}{\sqrt{\text{tang } p^2 + (1+n)^2}}$. Outre cela nous aurons $PN =$

$$\frac{(1+n)^2 a \text{ tang } p}{\sqrt{\text{tang } p^2 + (1+n)^2}}, \text{ \& } PT = \frac{PM^2}{PN} = \frac{(1+n)^2 a \cot p}{\sqrt{\text{tang } p^2 + (1+n)^2}},$$

d'où il s'ensuit $\frac{PM}{PT} = \text{tang } p$.

§. 4. Soit ensuite la distance du spectateur placé en M au centre C ou le rayon $CM = r$: & puisque $rr = xx + yy$ nous aurons:

$$rr =$$



$$r r = \frac{a a (\text{tang } p^2 + (1+n)^4)}{\text{tang } p^2 + (1+n)^2}$$

$$\& r = a \sqrt{\left(1 + \frac{n(1+n)^2(2+n)}{\text{tang } p^2 + (1+n)^2}\right)}$$

Or si n est un nombre fort petit, nous aurons par approximation:

$$r = a(1 + n \cos p^2 + \frac{1}{2} n^2 \sin p^2 \cos p^2 + n^3 \sin p^2 \cos p^2 (2 - \frac{1}{2} \cos p^2) + \&c.)$$

où il suffit pour la terre, ou $n = \frac{1}{2000}$ de prendre les deux premiers termes: $r = a(1 + n \cos p^2)$ ou $r = (1+n)a(1 - n \sin p^2)$. Depuis j'ai besoin pour mon dessein de savoir l'angle $CM T$, que le rayon de la terre CM fait avec la meridiennne $TM V$: soit cet angle CTM

$$= \Phi; \& \text{ puisque } \text{tang } TCM = \frac{PM}{PC} = \frac{x}{y}, \text{ nous aurons } \text{tang } TCM =$$

$\frac{(1+n)^2}{\text{tang } p}$ & ajoutant cet angle TCM à $CTM = p$, pour avoir leur somme $CM V$, nous trouverons

$$\text{tang } CMV = \frac{\text{tang } p^2 + (1+n)^2}{-n(2+n) \text{ tang } p} \& \text{ partant}$$

$$\text{tang } \Phi = \frac{\text{tang } p^2 + (1+n)^2}{n(2+n) \text{ tang } p} : \text{ d'où l'on déduira:}$$

$$\sin \Phi = \frac{\cos p (\text{tang } p^2 + (1+n)^2)}{\sqrt{(\text{tang } p^2 + (1+n)^4)}} \& \cos \Phi = \frac{n(2+n) \sin p}{\sqrt{(\text{tang } p^2 + (1+n)^4)}}$$

Par les approximations nous trouverons:

$$\sin \Phi = 1 - 2 n \sin p^2 \cos p^2 - 2 n^3 \sin p^2 \cos p^2 (1 - 4 \cos p^2) \&c.$$

$$\& \cos \Phi = 2 n \sin p \cos p + n n \sin p \cos p (1 - 4 \cos p^2) + 4 n^3 \sin p \cos p^3 (2 - 3 \cos p^2)$$

dans lesquelles expressions on peut rejeter les derniers termes, comme extrêmement petits.

§. 5. Ces valeurs r & Φ étant trouvées de l'élevation du pole donnée $= p$, soit maintenant $TM Q$ le plan horizontal tiré par le

Fig. II.



lieu du spectateur M , dans lequel soit TMV la ligne meridienne, dont le bout T tend vers le nord, & l'autre bout V vers le sud. Que la lune se trouve actuellement en L , d'où l'on conçoit baissée au plan horizontal la perpendiculaire LQ , & ayant tiré les droites ML & MQ , la ligne ML marquera la distance de la Lune au spectateur, l'angle LMQ la hauteur de la Lune observée, & l'angle TMQ son azimuth observé. Nommons donc

La distance de la Lune au spectateur $ML = x$

La hauteur de la Lune observée $LMQ = h$

& l'azimuth observé ou l'angle $TMQ = k$.

De là nous tirerons :

$$LQ = x \sin h \quad \& \quad MQ = x \cos h.$$

§. 6. Soit C le centre de la terre, & on aura le rayon $MC = r$ & l'angle $CMT = \phi$, où il faut remarquer que le plan CMT est perpendiculaire au plan horizontal TMQ . Qu'on conçoive maintenant par le centre de la terre C un plan rCq parallele au plan horizontal TMQ , dans lequel la ligne rCv soit parallele à la meridienne TMV , à laquelle on baïsse du point M la perpendiculaire MN , & à cause de $MC = r$ & de l'angle $MCN = \phi$ nous aurons $MN = r \sin \phi$ & $CN = r \cos \phi$. Depuis la perpendiculaire LQ étant prolongée jusqu'au plan rCq , y sera aussi perpendiculaire, & il sera $Qq = MN = r \sin \phi$, & tirant la droite Nq , elle sera parallele & egale à $MQ = x \cos h$, & à cause du parallelisme des plans TMQ , rNq l'angle rNq sera égal à l'angle TMQ , c. à. d. à l'azimuth observé : d'où il s'ensuit que si l'on regardoit la lune du point N , par le rayon LN , on l'observeroit au même azimuth rNq , que du point proposé M : & c'est la raison, que dans l'hypothese de la terre spherique, où le rayon est partout perpendiculaire au plan horizontal, ou le centre en N , la diversité des points de vuë de M & de N ne change rien dans l'azimuth de la Lune.

§. 7. Or il n'en est pas de même, lorsqu'on regarde la Lune du vrai centre C ; car tirant les lignes CL & Cq , puisque Lq est perpendi-



pendiculaire au plan horizontal conçu passer par le centre C ; l'angle qCL donnera la vraie hauteur de la Lune, & l'angle rCq son vrai azimuth. Soit donc

La distance de la Lune au centre de la terre $CL = z$

La vraie hauteur de la Lune $LCq = v$

& le vrai azimuth ou l'angle $rCq = u$.

Et la difference entre les hauteurs h & v fera la parallaxe de la hauteur observé; & la difference entre les azimuths k & u la parallaxe de l'azimuth observé.

§. 8. Cela remarqué nous aurons :

la perpendiculaire $Lq = x \sin h + r \sin \Phi$

& dans le triangle CNq il y a connu :

L'angle $CNq = k$.

le coté $Nq = MQ = x \cos h$

& le coté $NC = r \cos \Phi$

d'où l'on obtiendra :

le coté $Cq = \sqrt{(xx \cos h^2 + rr \cos \Phi^2 - 2rx \cos h \cos \Phi \cos k)}$.

Maintenant puisque l'angle rNq est l'azimuth observé & l'angle rCq le vrai azimuth, l'angle CqN fera la parallaxe de l'azimuth, qui doit être ajouté à l'azimuth observé TMQ . Or le sinus de cet angle

CqN fera =

$$\frac{\sin k \cdot CN}{Cq} = \frac{r \cos \Phi \sin k}{\sqrt{(xx \cos h^2 + rr \cos \Phi^2 - 2rx \cos h \cos \Phi \cos k)}}$$

Ou nous aurons :

$$\sin(u - k) = \frac{r \cos \Phi \sin k}{\sqrt{(xx \cos h^2 + rr \cos \Phi^2 - 2rx \cos h \cos \Phi \cos k)}}$$

$$\& \cos(u - k) = \frac{x \cos h - r \cos \Phi \cos k}{\sqrt{(xx \cos h^2 + rr \cos \Phi^2 - 2rx \cos h \cos \Phi \cos k)}}$$



& par conséquent :

$$\text{tang } (u - k) = \frac{r \text{ cof } \Phi \sin k}{x \text{ cof } h - r \text{ cof } \Phi \text{ cof } k}$$

ce qui est la parallaxe de l'azimuth.

§. 9. Pour la hauteur vraie de la Lune $= v$, puisqu'elle est égale à l'angle qCL , nous en avons d'abord la tangente $= \frac{Lq}{Cq}$, c. à. d.

$$\text{tang } v = \frac{x \sin k + r \sin \Phi}{\sqrt{(xx \text{ cof } h^2 + rr \text{ cof } \Phi^2 - 2rx \text{ cof } h \text{ cof } \Phi \text{ cof } k)}}$$

ou bien ayant posé $CL = z$, nous aurons :

$$\sin v = \frac{x \sin h + r \sin \Phi}{z}$$

Mais la distance de la Lune au centre de la terre $CL = z$, se trouve par le triangle CqL :

$$z = \sqrt{(xx + rr + 2rx (\sin h \sin \Phi - \text{cof } h \text{ cof } \Phi \text{ cof } k))}.$$

Or les tables astronomiques, d'où nous tirons la parallaxe de la lune, marquent pour chaque tems non pas la distance de la lune au spectateur, mais la distance au centre de la terre C ; & partant la quantité z doit être regardée comme connue, de laquelle il faut déterminer la valeur de x par le moien de cette équation :

$$zz = xx + rr + 2rx (\sin h \sin \Phi - \text{cof } h \text{ cof } \Phi \text{ cof } k)$$

§. 10. Puisque les deux derniers termes sont fort petits par rapport aux premiers, il y aura à peu près $x = z$, & cette valeur étant substituée dans le dernier terme, nous en tirerons une valeur plus approchante de la vérité :

$$x = \sqrt{(zz - 2rz (\sin h \sin \Phi - \text{cof } h \text{ cof } \Phi \text{ cof } k) - rr)} \text{ ou}$$

$$x = z - r (\sin h \sin \Phi - \text{cof } k \text{ cof } \Phi \text{ cof } h)$$

qui



qui peut être suffisante, mais si on la souhaite plus exacte, qu'on cherche un angle ψ tel que

$$\operatorname{cof} \psi = \sin h \sin \Phi - \operatorname{cof} h \operatorname{cof} \Phi \operatorname{cof} k$$

& on en déduira :

$$x = z - r \operatorname{cof} \psi - \frac{r r}{2 z} \sin \psi^2 - \frac{r^4}{8 z^3} \sin \psi^4 - \&c.$$

Depuis les parallaxes cherchées seront exprimées ainsi

I. La parallaxe de l'azimuth $u - k$:

$$\operatorname{tang} (u - k) = \frac{r \operatorname{cof} \Phi \sin k}{z \operatorname{cof} h - r \sin h (\operatorname{cof} h \sin \Phi + \sin h \operatorname{cof} \Phi \operatorname{cof} k)}$$

II. La hauteur vraie, v :

$$\sin v = \sin h - \frac{r \sin h \operatorname{cof} \psi}{z} + \frac{r \sin \Phi}{z} - \frac{r r}{2 z z} \sin h \sin \psi^2 \text{ ou}$$

$$\sin v = \sin h - \frac{r}{z} \operatorname{cof} h (\operatorname{cof} h \sin \Phi + \sin h \operatorname{cof} \Phi \operatorname{cof} k) - \frac{r r}{2 z z} \sin h \sin \psi^2$$

§. II. Puisque la fraction $\frac{r}{z}$ étant environ $= \frac{r}{60}$ est fort petite, & l'angle Φ ne diffère qu'insensiblement d'un angle droit, son cosinus $\operatorname{cof} \Phi$ sera extrêmement petit, & pourra être rejeté dans les termes, qui sont fort petits d'eux mêmes. Or pour avoir la véritable parallaxe de la hauteur, nous la trouverons :

$$\begin{aligned} \sin (v - h) = & \frac{r}{z} (\operatorname{cof} h \sin \Phi + \sin h \operatorname{cof} \Phi \operatorname{cof} k) + \frac{2 z z}{r r} \operatorname{tang} h \sin \psi^2 \\ & + \frac{r r}{2 z z} \operatorname{tang} h (\operatorname{cof} h \sin \Phi + \sin h \operatorname{cof} \Phi \operatorname{cof} k)^2 \end{aligned}$$

& négligeant dans les derniers termes le $\operatorname{cof} \Phi$, nous aurons :

$$\sin (v - h) = \frac{r}{z} \operatorname{cof} h \sin \Phi + \frac{r}{z} \sin h \operatorname{cof} \Phi \operatorname{cof} k + \frac{2 z z}{r r} \operatorname{tg} h (1 + \sin \Phi^2 \operatorname{cof} 2 h)$$

ou puisque dans ce dernier terme il est permis de supposer $\sin \Phi = 1$,



à cause de $\frac{1 + \operatorname{cof} 2h}{2} = \operatorname{cof} h^2$, la parallaxe de la hauteur $v - h$ se trouvera par cette formule

$$\sin(v - h) = \frac{r}{z} \operatorname{cof} h \sin \Phi + \frac{r}{z} \sin h \operatorname{cof} \Phi \operatorname{cof} k + \frac{r r}{z z} \sin h \operatorname{cof} h$$

qu'il faut ajouter à la hauteur observée pour avoir la véritable. De même il faut ajouter la parallaxe de l'azimuth $u - k$ à l'azimuth observé, & compté depuis le nord, cette parallaxe se trouvant de cette formule.

$$\operatorname{tang}(u - k) = \frac{r \operatorname{cof} \Phi \sin k}{z \operatorname{cof} h - r \sin h (\operatorname{cof} h \sin \Phi + \sin h \operatorname{cof} \Phi \operatorname{cof} k)}$$

Or des formules trouvées là haut nous tirons :

$$r \sin \Phi = a (1 + n \operatorname{cof} p^2 + \frac{1}{2} n n \sin p^2 \operatorname{cof} p^2 - \frac{1}{2} n^3 \sin p^2 \operatorname{cof} p^4) \text{ \&}$$

$$r \operatorname{cof} \Phi = a (2n \sin p \operatorname{cof} p - n n \sin p \operatorname{cof} p (2 \operatorname{cof} p^2 - 1) + 7n^3 \sin p \operatorname{cof} p^3 (2 - 3 \operatorname{cof} p^2))$$

ou bien

$$r \sin \Phi = a ((1 + \frac{1}{4} n)^2 + \frac{1}{2} n \operatorname{cof} 2p - \frac{1}{16} n n \operatorname{cof} 4p) \text{ \&}$$

$$r \operatorname{cof} \Phi = a (n \sin 2p - \frac{1}{4} n n \sin 4p)$$

en négligeant les termes qui contiennent n^3 .

§. 12. Que la lune soit observée à l'horizon, de sorte que la hauteur apparente $h = 0$, or son azimuth reste $= k$. Dans ce cas la parallaxe de la hauteur sera $= v$, & on aura

$$\sin v = \frac{r}{z} \sin \Phi = \frac{a}{z} (1 + n \operatorname{cof} p^2 + \frac{1}{2} n n \sin p^2 \operatorname{cof} p^2)$$

qui sera la parallaxe horizontale, & on voit qu'elle ne dépend plus de l'azimuth de la lune k . Donc sous l'équateur ou $p = 0$ la parallaxe

horizontale de la lune sera $= \frac{a}{z} (1 + n) = \frac{b}{z}$: & sous l'un ou l'autre

tre pole $= \frac{a}{z}$. Comme la parallaxe horizontale, qu'on trouve dans

les



les tables astronomiques, est tirée des Observations faites ou à Paris, où à Londres : c'est à dire environ sous le 49^{me} degré de l'elevation du pole, en posant $p = 49^\circ$, la parallaxe horizontale de la Lune tirée des tables astronomiques sera $= \frac{a}{z} (1 + 0,43041 n + 0,12258 nn)$.

Et puisque par la figure de la terre est $n = \frac{1}{200}$, la parallaxe horizontale tabulaire sera $= 1,002155 \frac{a}{z}$: laquelle étant connue pour

chaque tems proposé, soit nommée $= \theta$, de sorte que $\theta = 1,002155 \frac{a}{z}$.

Or pour toute autre elevation du pole $= p$, soit la parallaxe horizontale de la Lune $= \pi$ à la meme distance de la lune à la terre, & on aura, $\sin \pi$ ou $\pi = \frac{a}{z} (1 + \frac{1}{200} \cos p^2 + \frac{1}{80000} \sin p^2 \cos p^2)$

& partant $\pi = \frac{\theta}{1,002155} (1 + \frac{1}{200} \cos p^2 + \frac{1}{80000} \sin p^2 \cos p^2)$

Par conséquent sous l'équateur sera la parallaxe horizontale de la lune $\pi = 1,00284 \theta$, ou d'une $\frac{1}{352}$ partie plus grande que sous l'elevation

du pole 49°. Mais sous le pole la parallaxe horizontale de la lune sera $\pi = 0,99785 \theta$ ou d'une $\frac{1}{465}$ partie plus petite, que sous l'elevation

du pole de 49°. Donc quand la parallaxe horizontale à l'elevation du pole de 49° est $= 60'$, elle sera alors sous l'équateur $= 60', 10'', 14'''$ & sous le pole elle sera $= 59', 52'', 15'''$. Donc la difference entre les parallaxes de l'équateur & des poles sera $= 17'', 59'''$.

§. 13. C'est ainsi qu'on trouvera pour chaque endroit de la terre & pour chaque tems proposé la parallaxe horizontale de la lune, par le



le moyen des tables parallaxiques, que je suppose justes pour l'elevation du pole de 49° . Et nommant cette parallaxe $= \pi$, on aura

$$\pi = \frac{r}{z} \sin \Phi, \text{ \& partant } \frac{r}{z} = \frac{\pi}{\sin \Phi}.$$
 Laquelle étant trouvée, on

obtiendra la parallaxe de l'azimuth, supposant la lune encore à l'horizon, & son azimuth $= k$, de sorte que $k = 0$, par cette formule:

$$\text{tang } (u - k) = \pi \sin k \cot \Phi = u - k = \frac{\pi \sin k}{\text{tang } \Phi}$$

d'où l'on voit que cette parallaxe $u - k$ est à la parallaxe horizontale π en raison du sinus de l'azimuth, à la tangente de l'angle Φ . Cette parallaxe sera donc la plus grande, lorsque la lune se leve vers l'est, ou se couche vers l'ouest, où son azimuth k est $= 90$; & lorsque l'angle Φ est le plus petit; ce qui arrive sous l'elevation du pole p , quand tang

$$p = 1 + n, \text{ ou sous l'elevation du pole de } 45^\circ, 8' \text{ à cause de } n = \frac{1}{200}$$

$$\text{Dans ce cas il deviendra } \text{tang } \Phi = \frac{2(1+n)}{n(2+n)} \text{ \& } u - k = \frac{r(2+n)}{2(1+n)}$$

$$\pi \text{ si } k: \text{ par conséquent si } k = 90 \text{ \& } n = \frac{1}{200} \text{ cette parallaxe de l'azi-}$$

muth sera $= \frac{2}{401} \pi$. Dans ce cas donc, si la parallaxe horizontale de

la hauteur π est $60'$, la parallaxe horizontale de l'azimuth $k = 90^\circ$ sera $= 17''$, $57'''$. Or dans ce cas la parallaxe de l'azimuth étant la plus grande, puisqu'elle ne monte qu'à $18''$, erreur qui dans l'observation de l'azimuth est insensible, on voit bien qu'on se peut sans faute passer de cette correction de l'azimuth observé.

§. 14. Que la lune se trouve maintenant élevée sur l'horizon à la hauteur $= h$, & qu'elle soit observée à l'azimuth $= k$, les parallaxes tant de la hauteur h , que de l'azimuth k seront aisément déterminées par la parallaxe horizontale de la hauteur $= \pi$, que je suppose déjà

dejà connuë. Car puisque $\frac{r}{z} = \frac{\pi}{\sin \Phi}$, la parallaxe à ajouter à la hauteur sera :

$$\sin (\nu - b) = \pi \left(\cos h + \frac{\sin b \cos k}{\tan \Phi} \right) + \frac{\sin h \cos h}{\sin \Phi^2} \cdot \pi^2$$

ou puisque dans les parties du rayon il y a à peu près $\pi = \frac{1}{60}$, cette valeur sera assez exacte pour le dernier terme, & ainsi la parallaxe de la hauteur sera =

$$\pi \left(\cos h + \frac{\sin h \cos k}{\tan \Phi} + \frac{\sin h \cos h}{60 \sin \Phi^2} \right)$$

Or la parallaxe de l'azimuth se trouvera =

$$\frac{\pi \sin k}{\cos h \tan \Phi - \frac{1}{60} \sin h (\cos h \tan \Phi + \sin h \cos k)}$$

supposant dans le dénominateur $\pi = \frac{1}{60}$. Il est bien vrai qu'à une très grande hauteur, lorsque la lune se trouve près du zenith, cette correction peut devenir très considérable: mais dans ces cas l'azimuth même devient très incertain, & les Astronomes n'y ayant plus égard, on n'a pas besoin de correction. Quand la lune est plus éloignée du zenith, la parallaxe de l'azimuth sera assés exactement = $\frac{\pi \sin k}{\cos h \tan \Phi}$.

Enfin il faut encore remarquer, que quand la lune est observée au zenith même, de sorte que $h = 90^\circ$, la parallaxe n'évanouira point entièrement sur la terre sphéroïdique; elle sera encore = $\frac{\pi}{\tan \Phi}$, dont la lune doit être approchée du pole. Cette parallaxe seroit la plus grande sous l'elevation du pole de $45^\circ, 8'$, si la lune dans ces régions pouvoit monter au zenith, auquel cas elle seroit = $17'' , 57'''$, la parallaxe horizontale de la hauteur étant $\pi = 60'$.



§. 15. Si la terre étoit spherique, nous n'aurions pour la parallaxe de la hauteur que cette formule $\pi (\text{cof } h + \frac{\text{fin } h \text{ cof } h}{60})$, dont on fait usage dans l'Astronomie, & qui aura aussi lieu sous l'équateur & sous les poles, quoique la figure de la terre soit elliptique. Mais pour les autres endroits de la terre, la parallaxe de la hauteur sera pour l'ordinaire plus grande, que suivant la règle vulgaire. Car nous avons vu, que pour la hauteur $= h$, & l'azimuth $= k$ & sous l'elevation du pole ou le rayon de la terre fait avec la meridienne un angle $= \Phi$, la parallaxe de la hauteur est $= \pi (\text{cof } h + \frac{\text{fin } h \text{ cof } k}{\text{tang } \Phi} + \frac{\text{fin } h \text{ cof } h}{60 \text{ fin } \Phi^2})$

Car premièrement si l'angle Φ n'est pas droit, le dernier terme $\frac{\text{fin } h \text{ cof } h}{60 \text{ fin } \Phi^2}$ devient plus grand, & la parallaxe par consequent plus grande. Et si la lune se trouve dans la moitié boreale du ciel, ou que son azimuth k est moindre que 90° , le $\text{cof } k$ étant positif, augmentera encore la parallaxe de la hauteur. Mais si la lune se rencontre dans la moitié meridionale du Ciel, le $\text{cof } k$ devenant negatif, diminuera la parallaxe; de sorte que si la lune passe par le meridien, où il y a $\text{cof } k = -1$, la parallaxe de la hauteur sera $= \pi (\text{cof } h - \frac{\text{fin } h}{\text{tang } \Phi} + \frac{\text{fin } h \text{ cof } h}{60 \text{ fin } \Phi^2})$ & puisque dans les passages de la lune par le meridien il est de la dernière importance de connoître exactement sa parallaxe, il sera d'autant plus nécessaire d'avoir égard à ce changement de la parallaxe, qui résulte de la figure de la terre, plus on tâche de porter la méthode d'observer à un plus haut degré de perfection.

