



RECHERCHES  
SUR L'ORIGINE DES FORCES,  
PAR M. EULER.

---

I.

**C**'est une propriété générale de tous les corps, que personne ne révoque plus en doute, que chaque corps considéré en lui-même demeure constamment dans le même état, ou de repos ou de mouvement. Car un corps étant une fois en repos, on convient qu'il doit demeurer toujours en repos, & s'il arrive qu'il commence à se mouvoir, on est d'accord que ce changement est produit par une cause, qui est étrangère à ce corps, ou qui ne se trouve pas dans le corps même; de sorte que, si cette cause n'étoit pas survenue, le corps seroit demeuré indubitablement dans son état de repos. Il en est de même, si le corps a été mis par une cause quelconque dans un état de mouvement; car alors, à moins qu'il ne soit assujetti à l'action de quelque cause étrangère, il conservera toujours ce même mouvement, ou il avancera sans cesse avec la même vitesse selon la même direction. Et si un tel corps dans son mouvement changeoit ou de vitesse ou de direction, il est certain qu'il n'en faudroit pas chercher la cause dans le corps même, mais hors de lui, en quelque endroit qu'elle puisse se trouver.



II. En effet si nous ne considérons qu'un seul corps, en supposant que tout le reste du monde soit anéanti, & que ce corps existe tout seul dans l'espace vuide & infini, la vérité de ce que je viens d'avancer sur la conservation de l'état, sautera d'abord aux yeux. Car, quoiqu'on puisse objecter contre la supposition que je fais, & contre l'espace vuide, que je suppose rester après l'anéantissement de tous les autres corps, les conclusions que je m'en vais tirer, n'en seront pas moins seures. Car je n'imagine ce cas que pour mettre le corps à l'abri de toutes les causes étrangères, qui pourroient agir sur lui; & comme ces causes se trouvent hors du corps que je veux considérer, rien n'empêche, que je fasse abstraction de ces causes étrangères, ou que je les suppose anéanties. C'est pourquoi il reviendra au même de laisser exister tous les autres corps, pourvu qu'on les regarde comme depouillés de toutes forces, par lesquelles ils pourroient agir sur le corps en question.

III. Ce corps donc étant garanti de l'action de toute force étrangere, soit que tous les autres corps soient anéantis, ou qu'ils se trouvent hors d'état d'agir sur ce corps, si ce corps dans ces circonstances est en repos, il n'y a aucun doute, qu'il ne demeure éternellement en repos, puisqu'il ne se trouve nulle part la moindre raison, pourquoi il devroit commencer à se mouvoir. Et la même raison nous oblige à soutenir, que si ce corps avoit quelque mouvement, il devroit continuer sans cesse ce mouvement avec la même vitesse & selon la même direction. Car on ne peut pas supposer à ce corps un mouvement déterminé, sans qu'il parcoure avec ce mouvement un espace tant soit petit: & comme il a à chaque point de cet espace le même mouvement, il y a partout la même raison, pourquoi il doit passer outre de même maniere; de sorte qu'il ne pourra jamais changer ni de vitesse, ni de direction.

IV. Or, tant qu'un corps ou demeure en repos ou se meut d'un mouvement uniforme selon la même direction, on dit dans l'un & l'autre cas, que le corps demeure dans le même état. Dans ce sens donc  
on



on connoit l'état d'un corps, lorsqu'on fait, ou qu'il est en repos, ou qu'il se meut avec une certaine vitesse selon une certaine direction : & partant c'est une propriété essentielle à tous les corps de se conserver dans leur état, & de n'y souffrir aucun changement, tandis qu'ils ne sont pas assujettis à l'action de quelque cause étrangere. Aussitot donc qu'il arrive le moindre changement dans l'état d'un corps, soit de repos soit de mouvement, il est bien seur, que la cause de ce changement n'est pas dans le corps, mais plutôt dans quelque sujet existant hors de lui ; de sorte que si cette cause n'avoit pas agi sur le corps, il seroit resté perpetuellement dans le même état, dans lequel il eut été mis une fois.

V. A cette propriété des corps, par laquelle ils affectent de demeurer dans le même état, on donne le nom d'*inertie* ; & partant l'inertie est un attribut essentiel à tous les corps, de sorte qu'il seroit impossible, qu'il y eut des corps dépourvus de cette propriété. Quoique ce mot d'*inertie* soit assés propre pour marquer cette qualité d'un corps reposant, par laquelle il demeure en repos, il ne semble pas si propre à marquer le principe, par lequel un corps, qui se trouve en mouvement, persévère dans le même état ; puisqu'on est accoutumé de regarder la continuation du mouvement comme une action, & que le mot d'*inertie* dans sa signification naturelle marque une opposition à toute action. Or, puisque c'est le même principe par lequel un corps étant en repos demeure en repos, & par lequel un corps mis en mouvement conserve ce mouvement avec la même vitesse & suivant la même direction, il est raisonnable d'imposer à ce principe le même nom, tant pour l'un que pour l'autre cas. Il faut donc lier avec ce nom un tel sens, qui marque une aversion pour tout changement.

VI. Ayant fixé cette idée de l'*inertie*, il est clair que toutes les fois qu'un corps change d'état, la cause de ce changement se doit trouver hors du corps. Ainsi, si un corps qui a été jusqu'ici en repos, commence à se mouvoir, ce corps même n'en renferme pas la



cause, mais il est bien seur, qu'elle se trouve quelque part hors de lui. De même, si un corps en mouvement commence à changer ou de vitesse ou de direction, la cause lui est infailliblement étrangere, & subsistera dans quelque autre sujet : de sorte que, si cette cause n'avoit pas agi sur le corps, il seroit resté dans son état, ou de repos dans le premier cas, ou de mouvement dans l'autre, sans qu'il eut jamais changé ni de vitesse ni de direction. Par conséquent ce seroit contre la nature des corps, si l'on vouloit soutenir, que les corps eussent quelque penchant pour se mouvoir étant en repos, ou pour parvenir à l'état de repos lorsqu'ils ont reçu quelque mouvement; & partant il faut bannir de l'idée des corps, toutes les qualités contraires à l'inertie prise dans le sens, que je viens d'établir.

VII. Si l'on excepte quelques Philosophes, qui ont des sentimens peu justes sur le mouvement, tous les autres, & surtout ceux qui ont joint à leurs spéculations Philosophiques une connoissance suffisante de la Mécanique, tombent d'accord sur cet article de l'inertie. Et même ceux qui soutiennent une attraction universelle comme une propriété essentielle aux corps, n'en disconviennent point. Car si deux corps éloignés à une distance quelconque commencent à s'approcher l'un de l'autre, ils ne disent pas que la cause, pourquoi l'un de ces deux corps commence à se mouvoir, se trouve dans ce même corps, mais plutôt dans l'autre, de sorte que si cet autre n'avoit pas existé, celui-là seroit demeuré toujours en repos. Ainsi, selon le sentiment aussi de ces Philosophes, la cause de tout changement d'état dans les corps réside hors d'eux & leur est étrangere.

VIII. Toute cause qui est capable de changer l'état d'un corps s'appelle *force* : & partant, lorsque l'état d'un corps change, soit que du repos il commence à se mouvoir, ou qu'étant déjà en mouvement, il change ou de vitesse ou de direction, ce changement vient toujours d'une force, & cette force se trouve hors du corps dans quelque autre sujet, quel qu'il soit. Car je ferai voir dans la suite la véritable source de toutes les forces, par lesquelles l'état des corps du monde est



est altéré continuellement. Maintenant je me contente d'avoir montré, que la force, qui cause quelque changement dans l'état d'un corps, n'a point lieu dans ce corps même, mais qu'on la doit nécessairement chercher dans quelque autre sujet.

IX. A l'occasion de cette définition du terme de force, je remarque, que c'est très mal à propos, que quelques uns nomment l'inertie la force d'inertie. Car, puisque l'effet de l'inertie consiste dans la conservation du même état, & que celui des forces tend à changer l'état des corps, il est évident que ces deux effets sont directement contraires entr'eux, & que l'inertie marque plutôt une chose tout à fait opposée à l'idée des forces. Cette remarque paroît d'autant plus nécessaire, que cette dénomination si peu juste n'a pas peu contribué à brouiller la théorie des premiers principes des corps & du mouvement. Car dans la plupart des Livres qui traitent de cette matière, on trouve tant d'obscurités & de contradictions, qu'on est obligé de leur renoncer tout à fait, lorsqu'on veut s'appliquer avec succès à l'étude de la Mécanique : tant il s'en faut que ces Livres renferment les premiers fondemens de cette Science.

X. Or, malgré l'inertie, ou cette propriété générale des corps, en vertu de laquelle chacun tâche de se conserver dans son état, nous voyons toujours, que tous les corps, qui tombent sous nos sens, changent continuellement de leurs états, & il semble impossible de trouver aucun corps, qui demeure tant soit peu de tems en repos, ou qui continue son mouvement avec la même vitesse & selon la même direction. D'où il s'ensuit nécessairement, que tous ces corps sont sans cesse assujettis à l'action de quelques forces, & que chaque corps se trouve sollicité par quelque force, qui subsiste hors de lui. C'est aussi à quoi aboutissent toutes les recherches de la Mécanique, où l'on s'applique principalement à deux choses: l'une, les forces qui agissent sur un corps étant données, de déterminer le changement qui doit être produit dans son mouvement: l'autre, de trouver les forces mêmes, lorsque les changemens, qui arrivent aux corps dans leur



leur état, font connus. Ainsi, par exemple, si un corps celeste demeurait en repos, ou qu'il avançât d'un mouvement uniforme suivant la même direction, il seroit ridicule d'en demander la raison, puisqu'elle seroit contenuë dans la nature de ce corps même. Mais, dès qu'on remarque des irrégularités dans le mouvement d'un corps, soit que sa vitesse ou sa direction, ou toutes les deux, subissent des changemens, alors on est en droit d'en demander la cause, étant bien seur, que c'est quelque force, qui subsiste hors de ce corps.

XI. Pour trouver donc la veritable origine de ces forces, dont nous voyons que le monde est rempli, examinons soigneusement quelques cas, où les corps sont obligés de changer d'état ; & pesons exactement toutes les circonstances qui s'y trouvent jointes, pour en déterrer celle, qui puisse contenir la source des forces, qui causent ce changement d'état. Considérons donc d'abord deux corps A & B, dont l'un A soit en repos, & l'autre B en mouvement, en sorte qu'il dirige son cours vers le premier A. Cela posé, on fait que dès que le corps B vient à atteindre le corps A, l'état de l'un & de l'autre se change subitement, & que le corps A, qui a auparavant été en repos, reçoit quelque mouvement, & que le mouvement du corps B en devient diminué. J'envisage ici ce cas en général, sans déterminer si les corps sont élastiques, ou dépourvus de tout ressort ; car l'effet que je viens d'indiquer est commun à l'une & l'autre espece des corps. On peut encore supposer que ces deux corps sont à peu près égaux entr'eux, afin qu'il n'y reste le moindre doute sur le changement d'état de tous les deux corps à la fois ; car, si l'un étoit incomparablement plus grand que l'autre, on pourroit penser que le plus grand ne souffre aucun changement, puisque son changement causé par le choc seroit extrêmement petit, & à peine à remarquer. Mais en tout cas il suffit de savoir, qu'au moins l'un de ces deux corps change d'état.

XII. Et d'abord je demande, pourquoi tous ces deux corps ne demeurent pas dans leur état, c'est à dire, pourquoi le corps A ne demeure pas en repos, & pourquoi le corps B ne continuë pas son  
mouve-



mouvement avec la même vitesse & selon la même direction, comme leur inertie l'exigeroit ? Or la réponse à cette demande sera d'abord prête : on dira que le choc ou le concours de ces deux corps ne permet pas, que l'un & l'autre conserve son état ; car si le corps A demeurait en repos, l'autre B ne sauroit continuer son mouvement, sans qu'il passât au travers du premier ; or que cela étoit impossible à cause de l'impénétrabilité de l'un & de l'autre de nos corps. Et partant on convient, que si un de ces corps, ou tous les deux n'étoient pas impénétrables, ou que l'un accordât à travers de lui un passage entièrement libre à l'autre, alors aucun de ces deux corps ne souffriroit le moindre changement dans son état ; puisque l'un & l'autre pourroit continuer à rester dans son état, sans que l'un y fut empêché par l'autre.

XIII. Voilà donc déjà une circonstance bien remarquable, savoir l'impénétrabilité, qui étant en cause, que nos deux corps ne peuvent pas poursuivre leur état, doit contenir probablement la cause du changement, qui arrive dans le choc ; elle demande donc dans cette recherche toute l'attention possible. Or l'impénétrabilité est de l'aveu de tous les Philosophes une propriété aussi générale & aussi essentielle à tous les corps que l'étendue, ou l'inertie ; cependant il me semble que la plupart n'ont pas assez exactement fixé l'idée, que nous devons avoir de cette propriété. Car quand on dit, que tous les corps sont impénétrables, il ne faut pas croire, que par exemple une éponge, entant qu'elle se laisse pénétrer par de l'eau, y fasse une exception ; puisqu'on fait, que ce ne sont pas les particules de l'éponge que l'eau pénètre, mais les pores, qui, quoiqu'ils soient remplis d'air ou d'une autre matière, permettent à l'eau l'entrée à mesure que la matière, qui y étoit logée, s'en va. Cet exemple peut servir à lever plusieurs doutes, qu'on pourroit faire sur la généralité de cette qualité des corps.

XIV. De là il est clair, que l'impénétrabilité est une telle propriété des corps, en vertu de laquelle un corps étant dans un lieu,



entant qu'il occupe ce lieu, ne souffre pas qu'un autre corps occupe ce même lieu en même tems. La condition, que j'ai inférée dans cette définition, contenuë en ces termes : *entant qu'il occupe ce lieu* : la met à l'abri des objections qu'on pourroit faire; car, lorsque l'eau entre dans les pores d'une éponge, l'eau n'occupe pas le lieu, que l'éponge occupe actuellement, mais elle succede dans les espaces, qu'une autre matiere avoit occupée auparavant, & qui en est sortie à l'entrée de l'eau. De la même maniere, lorsque les rayons de lumière passent à travers du verre ou d'un autre corps transparent, ou lorsqu'on dit que l'ether, ou quelque'autre matiere subtile, traverse librement les corps, on comprend aisément, que cet effet n'est pas contraire à l'impénétrabilité des corps; puisque ce ne sont pas les particules propres de ces corps, mais leurs pores, qui permettent le passage à ces matieres subtiles.

XV. Pour mieux faire sentir, que l'impénétrabilité convient à tous les corps, & qu'elle en est même une propriété essentielle, de sorte que des êtres étendus, & même doués de l'inertie, s'ils n'avoient pas cette propriété, ne mériteroient pas même le nom de corps; je remarque qu'un corps dépouillé de l'impénétrabilité, s'il étoit possible, ne seroit plus capable de frapper nos sens, & de nous porter par là à la connoissance de son existence. Car premièrement il est clair, que laissant un libre passage à tous les corps, qui y frappent, nos mains y passeroient à travers sans rien sentir, & les rayons de lumière y trouvant aussi un libre passage n'exciteroient pas dans leur surface cette clarté requise pour les rendre visibles à nos yeux. Pour les autres sens il est pareillement évident, qu'ils ne sauroient recevoir d'un tel corps la moindre impression.

XVI. Mais de plus, quand même il y auroit de tels corps parfaitement pénétrables, en quoi seroient-ils differens de l'idée, que nous avons d'un espace vuide? On ne pourroit pas dire, qu'ils occupassent quelque lieu, puisque ce même lieu pourroit être occupé par d'autres corps, sans que ceux-là le quittassent. Ensuite les parties



ties de ces corps étant aussi parfaitement pénétrables, rien n'empêcheroit, qu'on ne les réduisit dans un même lieu: car étant pénétrables, ni la dureté, ni la roideur, ne leur pourroit convenir. Ainsi un tel corps se laisseroit réduire dans un aussi petit espace, qu'on voudroit, & même dans un point, ou à rien; de sorte que ce seroit un vrai anéantissement: & après avoir été réduit de cette façon à rien, il seroit difficile de dire en quoi il seroit différent dans cet état de celui, où on l'a conçu auparavant; par conséquent ces sortes de corps ne différoient en aucun égard d'un vrai rien.

XVII. De là il est clair, combien il appartient à l'essence des corps d'être impénétrables, puisque sans cette propriété ils ne seroient capables d'occuper aucun lieu; & quand même on les concevrait dans un espace, il n'y auroit aucune différence entr'eux & un espace vuide. Cette considération me conduit aussi à remarquer, que la pénétrabilité dans le sens, qu'on la doit entendre, n'est pas susceptible de degrés, de sorte qu'on ne sauroit dire, qu'un être fut plus ou moins pénétrable qu'un autre. Car, dès qu'il n'est pas entièrement impénétrable, il est pénétrable, & les raisons alleguées contre la réalité des êtres tout à fait pénétrables, prouveront aussi que la partie, qu'on conçoit pénétrable, est destituée de réalité; de sorte qu'il ne resteroit pour la constitution du corps que la partie tout à fait impénétrable. Ainsi l'impénétrabilité des corps consiste dans une impossibilité absoluë de se laisser pénétrer; ou il est impossible que deux corps, ou seulement deux de leurs moindres particules, existent à la fois dans le même lieu.

XVIII. Après ces réflexions sur l'impénétrabilité, retournons à la considération des deux corps A & B, dont celui-cy B rencontre dans son mouvement l'autre A que nous supposons en repos. Et puisque nous avons vû, qu'à la rencontre même il est impossible que l'un & l'autre demeure dans son état, à cause de l'impénétrabilité, il s'agit de déterminer, d'où vient la force qui produit ce changement d'état, qui doit nécessairement arriver. Car à cause de l'inertie il n'y



a aucun doute, que ce changement ne provienne d'une certaine cause ; & toute cause capable de changer l'état des corps, est comprise sous le nom de force. Posons donc cette alternative ; ou cette force est nécessairement liée avec l'impénétrabilité, ou elle en est séparable. Dans ce dernier cas donc l'impénétrabilité pourroit subsister sans cette force ; or abolissant cette force, ou la cause du changement d'état dans nos corps, son effet devoit aussi cesser, & partant l'un & l'autre corps devoit demeurer dans son état. Mais cela étant impossible, puisque les corps se devoient pénétrer, il s'ensuit nécessairement, que la force en question est absolument liée avec l'impénétrabilité, & qu'elle n'en est nullement séparable.

XIX. Aussi-tot donc qu'on reconnoit l'impénétrabilité des corps, on est obligé d'avouer que l'impénétrabilité est accompagnée d'une force suffisante, pour empêcher la pénétration. Et en effet s'il est impossible que les corps se pénétre, il faut qu'il y ait des obstacles insurmontables, qui s'opposent à la pénétration ; & si la pénétration ne sauroit être évitée, sans que les corps ne changent d'état, il faut qu'il se trouve dans les corps mêmes, entant qu'ils sont impénétrables, des forces suffisantes pour produire ce changement d'état, sans lequel l'impénétrabilité ne sauroit subsister. Ce seroit donc une contradiction ouverte de soutenir, que les corps sont impénétrables, & de leur refuser en même tems les forces, qui soient absolument nécessaires pour maintenir l'impénétrabilité, & pour s'opposer à la pénétration.

XX. Entant donc que les corps sont impénétrables, ils sont aussi doués de forces nécessaires pour le maintien de cette propriété : & sans ces forces il seroit même impossible de se former une idée de l'impénétrabilité ; de sorte que c'est l'impénétrabilité, qui est la première source des forces, qui subsistent dans le monde, & qui produisent une infinité de changemens dans l'état des corps. Or ces forces ne se déploient que lorsqu'il s'agit de prévenir la pénétration ; car, tant que les corps peuvent persévérer dans leur état, ou de repos ou de  
mouve-



mouvement, fans que leur impénétrabilité en soit attaquée, il n'arrivera aucun changement dans leur état, tout comme si les forces jointes à l'impénétrabilité n'existoient point. Mais lorsque les corps ne sauroient demeurer dans leur état fans se pénétrer les uns les autres, c'est alors que les forces de l'impénétrabilité agissent, en changeant l'état des corps, autant qu'il faut pour empêcher toute pénétration.

XXI. Nous voyons par là, quelle idée nous devons nous former de ces forces, dont l'impénétrabilité des corps est nécessairement accompagnée; & qu'on doit bien prendre garde de les ranger sous la définition, que quelques Philosophes donnent des forces en général, quand ils disent, qu'une force est un effort continuel de changer d'état. Car premièrement ces forces, que nous venons de découvrir, n'agissent pas continuellement, mais seulement alors, quand les corps en continuant leur état se devroient pénétrer mutuellement. Ensuite le changement d'état, qu'elles produisent n'en est qu'un effet indirect, puisque leur effet principal consiste dans le maintien de l'impénétrabilité, & qu'elles ne changent l'état des corps, qu'entant qu'il le faut pour empêcher la pénétration. Donc, quoique l'existence de ces forces de l'impénétrabilité soit démontrée, nous sommes encore en droit de nier hardiment, qu'il ne se trouve point dans les corps des forces telles, que nous décrivent ces Philosophes; qui semblent avoir manqué en ce qu'ils ont voulu définir une chose, avant que de l'avoir suffisamment connuë.

XXII. Or quand nous nommons force, toute cause qui est capable de changer l'état des corps tant de repos que de mouvement, cette définition convient parfaitement bien aux forces, dont l'impénétrabilité des corps est revêtuë. Car premièrement ces forces ne changent pas perpetuellement l'état des corps, & elles n'ont pas même un effort pour produire un tel changement, tandis que l'impénétrabilité ne souffre aucune atteinte. Ensuite, on n'en peut dire que ce qu'elles sont seulement capables de causer quelque changement dans l'état des corps, puisqu'elles ne produisent aucun effet, que lorsque les corps



se trouvent dans un tel état, qu'ils ne sauroient y demeurer, sans qu'ils se pénétraient les uns les autres : de sorte que ce n'est que dans ces cas, qu'on pourroit dire, que ces forces agissent effectivement, & alors même elles n'agissent, qu'autant qu'il faut pour garantir les corps de pénétration.

XXIII. Il se trouve ici encore une autre circonstance, qui paroitra bien étrange ; c'est que ces forces regardées en elles-mêmes ne sont pas déterminées ni par rapport à la quantité, ni à la direction : ou plutôt s'il est impossible que quelque chose existe, qui ne soit pas entièrement déterminé, il faut dire que ces forces mêmes n'existent pas, que lorsque le cas existe, où elles sont obligées d'agir pour prévenir la pénétration : ce n'est donc que dans ces cas, qu'elles méritent le nom de force ; & hormis ces cas, elles ne sont qu'un attribut de l'impénétrabilité. Mais dès que le cas arrive, que deux corps en continuant leur état se devroient pénétrer, aussitôt ces forces commencent à agir, & à changer l'état des corps autant qu'il faut pour les mettre à l'abri de la pénétration : & dès qu'il n'y a plus de danger, qu'ils se pénétrant, les corps continueront l'état, où ils auront été réduits par l'action de ces forces, & il n'en restera plus rien, d'où l'on pourroit juger, que ces forces subsistassent encore, si ce n'est l'impénétrabilité même.

XXIV. Puisqu'un corps, qui existeroit tout seul, pourroit toujours demeurer dans son état ou de repos ou de mouvement, ces forces de l'impénétrabilité ne produiroient jamais le moindre effet, & ce seroit tout comme si elles n'existoient pas. Ainsi d'un corps regardé en lui-même, on ne sauroit dire, qu'il étoit doué d'une telle force ; & comme ces forces ne se manifestent qu'à la rencontre de deux ou plusieurs corps, où il s'agit d'empêcher leur pénétration, il est clair que ces forces sont l'effet de l'impénétrabilité, non d'un seul corps, mais de tous les deux à la fois ; car, si l'un seulement étoit pénétrable, il n'arriveroit aucun changement dans tous les deux. D'où il s'ensuit que ces forces, dont nous voyons l'effet dans le choc des corps, résultent également de l'un & de l'autre de ces corps, & qu'il en nait  
alors



alors une seule force, qui opère le changement d'état dans l'un & l'autre. Et partant, tant que nous ne considérons qu'un seul corps, on ne sauroit lui attribuer rien, qui ressemblât à ces forces, & encore moins pourroit-on dire, que ce corps eût une force déterminée.

XXV. Pour parler donc plus précisément, il faut dire qu'à la rencontre de deux corps, qui se pénétreroient s'ils continuoient à demeurer dans leur état, il naît de l'impénétrabilité de l'un & l'autre à la fois une force qui en agissant sur les corps, change leur état : & de plus, que cette force est à chaque moment d'une telle quantité & direction précisément qu'il faut pour empêcher la pénétration, de sorte que lorsqu'une petite force suffit à cet effet, il ne se trouve aussi que cette petite force, qui agit sur les corps. Or si pour empêcher la pénétration, il faut une force quasi infinie, on doit convenir que l'impénétrabilité des deux corps fourniroit aussi dans ce cas une force infiniment grande. Car, puisqu'il est absolument impossible que les corps se pénétrant, il faut qu'il se trouve toujours une force capable, quelque grande qu'elle dût être, pour détourner les corps de la pénétration. Ainsi l'impénétrabilité des mêmes corps est capable de fournir des forces tantôt extrêmement grandes, tantôt fort petites, selon que les circonstances l'exigent.

XXVI. Pour empêcher que deux corps, qui se rencontrent, ne se pénétrant, il faut produire dans leur état un certain changement, & ce changement se doit faire dans un certain tems ; & c'est de là que la force tire sa détermination tant par rapport à la quantité, qu'à la direction. Car il est d'abord clair, que la force ne sauroit être plus petite, qu'elle ne seroit pas suffisante à prévenir la pénétration ; mais on pourroit dire que rien n'empêcheroit que la force ne fut plus grande. Mais il faut remarquer, que dès que la force aura déjà réduit les corps jusqu'au point, où la pénétration ne seroit plus à craindre, il n'y auroit plus de raison, pourquoi cette force poursuivroit les corps au delà, que de dire qu'elle agiroit, déjà quand ils sont encore éloignés. Ainsi dans le choc des corps leur impénétrabilité ne fournit toujours  
que



que la plus petite force, qui est capable de les garantir de la pénétration; & c'est sans doute sur cette circonstance, qu'est fondé ce principe si général, que tous les changemens au monde sont produits aux moindres dépens qu'il est possible, ou avec les plus petites forces, qui sont capables de cet effet.

XXVII. Il en est de même de la direction de cette force, laquelle est toujours telle, que les corps en sont le plus promptement détournés de la pénétration. Pour connoître cette direction, on n'a qu'à s'imaginer que les corps en poursuivant leur état, se pénètrent infiniment peu, de sorte qu'une partie de l'un se plonge dans une partie de l'autre. Cet enfoncement étant infiniment petit, pourra être regardé comme un attouchement; & il est clair que pour éviter le plus promptement cette pénétration, la direction de la force doit être perpendiculaire au plan de cet attouchement. Ce qui est aussi parfaitement d'accord tant avec l'expérience qu'avec la Théorie de la Mécanique, par laquelle nous savons, que dans le choc de deux corps, la direction de la force, dont ces corps se trouvent sollicités alors, est toujours perpendiculaire au plan, par lequel ils se touchent mutuellement. De là vient aussi, que les pressions des fluides sur des surfaces quelconques sont toujours perpendiculairement dirigées sur ces surfaces. Car, si ces surfaces n'étoient pas impénétrables, le fluide les pénétreroit actuellement; puisque donc c'est aussi l'impénétrabilité, qui empêche la pénétration, il faut pareillement que la direction de la force, qui y agit, soit perpendiculaire à la surface.

XXVIII. La même chose arrive quand un corps pesant repose sur une table horizontale, où l'impénétrabilité du corps même est en cause, qu'il se laisse soutenir; car si l'un ou l'autre étoit pénétrable, le corps descendroit en passant à travers de la table. Mais le corps étant pesant exerce une force égale à son poids sur la table, & celle-ci soutenant le corps en repos, il faut que la force, dont la table réagit sur le corps, soit exactement égale à la pression du corps; & si le corps étoit plus ou moins pesant, la force de l'impénétrabilité de la table  
feroit



feroit plus ou moins grande. D'où l'on voit encore plus évidemment que la force, dont l'impénétrabilité est capable, est indéterminée en elle même, & qu'elle ne devient déterminée qu'en chaque cas, où elle se manifeste toujours dans un tel degré exactement qu'il faut pour résister à la pénétration, de sorte qu'elle n'est dans chaque cas ni trop grande ni trop petite. Ensuite il est aussi clair de ce cas, que la direction de la force d'impénétrabilité est toujours perpendiculaire au plan de l'attouchement.

XXIX. Puisque, dans ce cas que nous venons de considérer, la force d'impénétrabilité de la table est exactement égale à la force, dont le corps presse la table, nous comprenons en général que toujours, lorsque deux corps sont pressés l'un contre l'autre, l'impénétrabilité de chacun doit résister à cette pression; donc la force, qui résulte de l'impénétrabilité de l'un, est exactement égale à la force, dont l'autre est pressé contre celui-là. Or, puisque la pression entre ces deux corps est la même de part & d'autre, à cause de l'égalité entre l'action & la réaction, il s'ensuit que l'impénétrabilité de l'un & de l'autre de ces deux corps déploye une même force, qui est égale à celle dont les deux corps sont apprimés ensemble. Ainsi, si deux corps A & B sont pressés l'un contre l'autre par une force  $= f$ , le corps A repousse le corps B à cause de son impénétrabilité avec une force  $= f$ , & réciproquement le corps B à cause de son impénétrabilité repousse le corps A avec la même force  $= f$ .

XXX. De là je tire cette conclusion générale: si deux corps A & B se rencontrent en sorte qu'ils se devroient pénétrer, s'ils étoient pénétrables, ce qui se feroit par l'endroit, où ils s'attouchent mutuellement; les forces, dont l'un & l'autre résiste à la pénétration, seront égales entr'elles & directement opposées: car la direction de l'une & de l'autre de ces forces est perpendiculaire au plan, par lequel ces corps se touchent mutuellement. Ainsi, si la force, dont le corps A à cause de son impénétrabilité agit sur le corps B, est  $= f$ , de sorte que  $f$  est la force requise pour empêcher que le corps B ne



pénètre par A, le corps B agira à cause de son impénétrabilité avec une force égale  $f$  sur le corps A, pour empêcher que celui-cy ne pénètre par celui-là. Et dans cet état ces deux corps se trouveront pressés l'un contre l'autre avec la même force  $= f$ . Et cela est vrai, soit que les corps soient pressés actuellement ensemble, ou qu'ils se rencontrent dans le choc.

XXXI. Cette égalité des forces, d'où dépend le grand principe de l'égalité entre l'action & réaction, est une suite nécessaire de la nature de la pénétration. Car, s'il étoit possible que le corps A pénétrât le corps B, le corps A seroit précisément autant pénétré par le corps B; donc, puisque le danger que ces corps se pénétrant, est égal de part & d'autre, il faut aussi que ces deux corps employent des forces égales pour résister à la pénétration. Ainsi, autant que le corps B est sollicité par le corps A, précisément autant fera celui-cy sollicité par celui-là, l'un & l'autre déployant exactement autant de force qu'il faut pour prévenir la pénétration. Or ces deux corps agissant l'un sur l'autre par une force quelconque, se trouveront dans le même état, que s'ils étoient comprimés ensemble par la même force.

XXXII. Nous voyons donc que la seule impénétrabilité des corps est capable de fournir des forces, par lesquelles l'état des corps peut être changé; & dans les cas où cela arrive, si l'on demande, d'où viennent les forces qui causent ces changemens, on pourra répondre hardiment que l'impénétrabilité des corps en est la véritable source. Or je ferai voir que dans le choc des corps, le changement qui arrive dans leur état est précisément le même, que ces forces d'impénétrabilité doivent produire: & partant, partout où nous voyons que l'état des corps subit des changemens par le choc ou par la rencontre de deux ou plusieurs corps, nous serons assurés que les forces qui ont causé ces changemens, sont précisément celles, que l'impénétrabilité des corps déploye dans ces rencontres; & on ne se trouvera plus embarrassé à l'égard des forces actives & motrices, par lesquelles  
quel-





quelques Philosophes ont voulu expliquer mal à propos ces changemens, qui arrivent dans le choc des corps.

XXXIII. Mais, avant que de déterminer ces changemens par ces principes, pour faire voir, qu'ils sont d'accord avec la vérité, il faut avoir égard à l'état de compression, où les corps se trouvent pendant qu'ils agissent l'un sur l'autre. Car, si deux corps sont pressés ensemble par une force quelque petite qu'elle soit, ils en souffrent quelque enfoncement, qui sera d'autant plus grand, moins les corps seront durs; & ce ne seroient que des corps infiniment durs, qui n'en reussent aucune impression, ou enfoncement. Cet enfoncement se fait, quand les parties extérieures des corps, à l'endroit où ils se touchent & agissent l'un sur l'autre, cedent à la force de pression, ou en dedans, ou à coté, selon la nature des corps; tout comme nous voyons que deux globes de terre glaise, lorsqu'ils se choquent, deviennent aplatis à l'endroit de l'attouchement. Cependant on comprend aisément que cet enfoncement se fait, sans aucune pénétration réelle.

XXXIV. Si la détermination du changement d'état, qui arrive dans le choc des corps, demandoit une connoissance parfaite de cet enfoncement, on voit bien, qu'elle seroit peut-être impossible, & qu'elle seroit différente pour chaque espece de corps choquans selon leur degré de dureté. Mais heureusement, soit que les corps soient plus ou moins durs, on n'a qu'à avoir égard à cette circonstance de ces enfoncemens, s'ils se remettent après le choc, ou s'ils demeurent; & en conséquence de cela on n'a qu'à distinguer deux especes principales de corps: l'une qui conserve les enfoncemens après le choc, l'autre, qui se remettent après le choc exactement sans en conserver la moindre marque. Les corps de la première espece sont nommés sans ressort, & ceux de l'autre espece à ressort; & c'est selon ces différentes especes de corps, que les loix du changement d'état dans le choc des corps varient.

XXXV. Soit que nous considérons des corps sans ressort, ou à ressort, le calcul sera le même pour la première moitié du tems que dure le choc. Soient donc deux corps spheriques A & B, qui se

*Fig. 1.*



meuvent sur la même ligne droite MN dans le même sens, mais que la vitesse du corps A soit plus grande, que celle du corps B avant le choc, de sorte que celui-là doit rencontrer celui-cy quelque part. Supposons que cela arrive pour le premier instant, quand le centre du premier corps sera en A, & celui de l'autre en B, ce sera donc l'instant du tems, où le choc commence; car le corps A ayant une plus grande vitesse que le corps B, si chacun continuoit son mouvement, ils se devroient pénétrer l'un l'autre, & c'est de là que naît l'action mutuelle de ces deux corps, ou leur choc.

XXXVI. Soit avant le choc la vitesse du corps A  $\equiv a$ , & celle du corps B  $\equiv b$ , de sorte que  $a > b$ , & ce seront encore leurs vitesses au premier instant, qu'ils se rencontrent en A & B, où ils commencent à se toucher. Ici donc la distance de leurs centres AB sera égale à la somme de leurs demi-diametres, & partant nommant le demi-diametre du premier AC  $\equiv a$ , & de l'autre BC  $\equiv b$ , nous aurons AB  $\equiv a + b$ . Soit après ce commencement écoulé un tems  $\equiv t$ , où les corps se trouvent dans la situation  $ab$ , le centre du premier A ayant cependant parcouru l'espace Aa  $\equiv x$ , & le centre de l'autre B l'espace Bb  $\equiv y$ . Dans cet état donc la distance des centres  $ab$  sera  $\equiv AB + Bb - Aa \equiv a + b + y - x$ ; qui sera plus petite que  $a + b$  à cause des enfoncemens, que ces corps s'impriment pendant le choc. Il sera donc  $x > y$ , & si nous posons  $x - y \equiv z$ , cette quantité  $z$  marquera la quantité des enfoncemens, ou de combien la distance des centres  $ab$  est plus petite que AB.

XXXVII. Soit de plus dans cet état la vitesse du corps A en  $a \equiv v$ , & celle du corps B en  $b \equiv u$ ; & ces vitesses seront déjà différentes de celles avant le choc,  $a$  &  $b$ , puisque les corps pour empêcher la pénétration ont déjà agi l'un sur l'autre, pendant le tems  $t$ : car je suppose que cette action mutuelle dure encore, & que la vitesse  $v$  du corps A surpasse encore la vitesse  $u$  du corps B, de sorte que les corps sont encore obligés d'agir l'un sur l'autre pour prévenir la pénétration. Dans cet état donc, soit la force, avec laquelle ces deux corps



corps agissent l'un sur l'autre  $\equiv P$ , & puisque le plan de l'attouchement  $de$  est perpendiculaire à la droite  $MN$ , le corps A en  $a$  sera sollicité par cette force  $P$  selon la direction  $ca$ , & le corps B en  $b$  sera poussé par la même force  $P$  selon la direction  $cb$ .

XXXVIII. Puisque les corps sont pressés l'un contre l'autre par une force égale à  $P$ , leur enfoncement en deviendra plus grand, & comme la distance de leurs centres  $ab$  étoit à présent  $\equiv a + \xi - z$ ; après l'élément du tems  $dt$  elle deviendra encore plus petite, savoir  $\equiv a + \xi - z - dz$ . Donc il faut que la force  $P$  soit précisément si grande, qu'en agissant sur les corps elle réduise dans le tems  $dt$  leurs centres à cette distance  $a + \xi - z - dz$ : car si cette force  $P$  étoit plus petite, les corps s'approcheroient d'avantage, & se pénétreroient par conséquent en quelque partie, ce qui seroit impossible; & puisque cette force  $P$  ne se manifeste que pour empêcher la pénétration, elle ne sauroit être plus grande, qu'il ne faut pour cet effet; & partant elle ne réduira point les centres des corps à une plus grande distance que  $a + \xi - z - dz$ . Ce sera donc de là que la force  $P$ , qui résulte de l'impénétrabilité des corps, tire sa détermination.

XXXIX. Pour trouver donc sa juste valeur, nous n'avons qu'à employer les principes de la Mécanique. Soit donc la masse du corps A  $\equiv A$  & celle du corps B  $\equiv B$ , & on fait que les vitesses  $v$  &  $u$  de ces deux corps seront par la force  $P$  dans le tems  $dt$  altérées comme il suit:

$$A dv \equiv -P dt \quad \& \quad B du \equiv P dt$$

Car le corps A en  $a$  étant poussé par cette force en arrière, sa vitesse en sera diminuée, ou son différentiel deviendra négatif. Au contraire l'autre corps B en  $b$  étant poussé par cette force suivant la direction de son mouvement, sa vitesse en sera accélérée.

XL. Ici il est d'abord clair qu'en ajoutant ces deux équations on aura  $A dv + B du \equiv 0$ , & partant en intégrant  $A v + B u \equiv \text{Const.}$ , équation qui est indépendante de la force  $P$ , & qui auroit également lieu, quand même cette force n'auroit pas sa grandeur déter-

minée, que l'évitation de la pénétration exige. Donc à chaque instant que dure le choc, la valeur de cette expression  $A v + B u$  sera toujours la même, & partant aussi égale à celle, qui lui convient au commencement du choc. Or la valeur de cette expression étant alors  $= A a + B b$ , il sera à tous les instans que dure le choc  $A v + B u = A a + B b$ , & cette équation aura aussi lieu à la fin du choc, de sorte que si  $v$  &  $u$  marquent les vitesses des corps après le choc, il soit aussi  $A v + B u = A a + B b$ , ce qui est une propriété généralement reconnue dans tous les chocs de corps : & qui est comprise dans ce grand principe, que le mouvement du centre commun de gravité n'est pas altéré par l'action, que les corps soutiennent dans le choc.

XLI. Mais cette équation n'étant pas suffisante à nous découvrir les deux inconnues  $v$  &  $u$ , il faut avoir recours à nos deux formules différentielles, que nous venons de trouver ; & puisqu'il s'agit de déterminer la vraie valeur de la force  $P$  par le différentiel de l'enfoncement  $dz$ , nous n'avons qu'à introduire au lieu de l'élément du tems  $dt$  les différentiels des espaces parcourus  $dx$  &  $dy$ . Or il est démontré que nous aurons  $dx = v dt$  &  $dy = u dt$ , ou bien  $dt = \frac{dx}{v} = \frac{dy}{u}$  ; & partant  $\frac{dx}{v} = \frac{dy}{u}$ . Ces valeurs étant substituées nous aurons ces équations :

$$A v dv = -P dx \quad \& \quad B u du = P dy$$

D'où nous obtiendrons pour  $P$  les valeurs suivantes, qui seront équivalentes entr'elles :

$$P = \frac{-A v dv}{dx} ; \quad P = \frac{B u du}{dy}$$

$$\text{ou } P = \frac{-A u dv}{dy} ; \quad P = \frac{B v du}{dx}$$

XLII. Mais ces formules renfermant des différentiels ne servent encore rien à la connoissance de la force  $P$  ; pour y parvenir, il faut tacher

tacher de parvenir encore à une équation integrale. Pour cet effet la somme de nos dernieres formules donne  $A v d v + B u d u = - P d x + P d y$ , & à cause de  $d x - d y = d z$  il fera :

$$A v d v + B u d u = - P d z$$

Où P étant multiplié par  $d z$  le differentiel de la quantité  $z$ , qui marque la grandeur de l'enfoncement, la formule  $P d z$  peut être regardée comme le differentiel d'une certaine fonction de  $z$  : & partant nous aurons en intégrant  $A v v + B u u = \text{Const.} - 2 \int P d z$ , & puisque au commencement du choc il est  $z = 0$ , & partant aussi  $2 \int P d z = 0$  ; & de plus  $v = a$  &  $u = b$ , il fera :

$$A v v + B u u = A a a + B b b - 2 \int P d z$$

& P fera une telle force, qui est capable de comprimer les corps ensemble jusqu'à l'enfoncement  $= z$ .

XLIII. Appliquons maintenant ces formules séparément à l'une & l'autre espece des corps. Supposons donc premièrement, que les corps soient entierement sans ressort, & il est d'abord clair que ces corps cesseront d'agir l'un sur l'autre, dès qu'ils auront acquis des vitesses égales selon la même direction MN. Car alors ni l'un ni l'autre ne fera plus le moindre effort de pénétrer dans l'autre, puisque les enfoncemens qu'ils se sont induits demeurent invariables, tout comme si les corps avoient eu toujours cette figure. Or dès que les efforts de se pénétrer mutuellement cessent, aussi doit cesser l'action mutuelle des corps, & partant le choc fera fini; de sorte que tous les deux corps continueront dès ce moment leurs états, où ils auront été réduits par le choc.

XLIV. Soit donc pour la fin du choc des corps sans aucun ressort  $v = u$ , de sorte que  $v$  ou  $u$  marquera la vitesse commune des corps après le choc, & nous n'aurons qu'à combiner cette équation  $v = u$  avec celle que nous avons trouvée ci dessus.

$$A v + B u = A a + B b$$

&

& de là nous tirerons  $v = u = \frac{Aa + Bb}{A + B}$ , ce qui est la formule généralement reconnue pour la communication du mouvement dans le choc des corps sans ressort. Par conséquent il est clair que le changement d'état, que les corps sans ressort souffrent dans le choc, est uniquement causé par la force de l'impénétrabilité de ces corps, & qu'il n'en faut pas chercher ailleurs la cause. On remarquera outre cela que cette règle ne dépend nullement, ni du degré de dureté des corps, ni de la quantité des forces, dont ces corps agissent l'un sur l'autre pendant le choc; & comme ces forces dépendent principalement du degré de dureté, il est d'autant plus remarquable qu'elles produisent toujours le même effet, quelque grandes ou petites qu'elles puissent être.

XLV. Pour les corps à ressort, il faut remarquer que leur choc ne cesse point dès qu'ils auront acquis une commune vitesse, quoiqu'il semble qu'ils puissent alors continuer leur mouvement sans se pénétrer. Car, dès qu'ils cesseroient dans cet état d'agir l'un sur l'autre, rien n'empêcheroit que leurs enfoncemens ne se restituassent, ce qui ne pourroit se faire, sans que les corps se pénétrassent. C'est donc pour résister à cette pénétration, que les corps sont obligés d'agir plus longtems l'un sur l'autre, & cette action réciproque durera tant que la figure des corps ne soit entièrement rétablie, c'est à dire jusqu'à ce qu'il redevienne  $z = 0$ . Or si  $z = 0$ , il deviendra aussi  $\int P dz = 0$ , & partant pour la fin du choc des corps à ressort on aura cette équation

$$A v v + B u u = A a a + B b b$$

qui étant jointe avec la première  $A v + B u = A a + B b$  donnera pour les vitesses des corps après le choc;  $v + a = u + b$  & partant

$$v = \frac{2 B b + (A - B) a}{A + B} \quad \& \quad u = \frac{2 A a - (A - B) b}{A + B}$$



XLVI. Ce sont aussi les formules généralement reconnues pour le changement du mouvement dans le choc des corps à ressort parfait, où il est encore remarquable, que la quantité des forces, qui ont produit ce changement, est aussi évanouie du calcul. Et partant, tant dans le choc des corps sans ressort, que dans celui des corps à ressort, il est clair que les changemens, que les corps y souffrent, ne sont produits que par leurs forces d'impénétrabilité. On conviendra aussi sans difficulté, que quoique je n'aye considéré ici que des corps sphériques, qui se choquent directement, le même accord ne sauroit manquer, si je voulois appliquer ces mêmes principes à des corps non sphériques, & qui se choquassent obliquement : de sorte qu'il ne reste aucun doute, que généralement dans tous les chocs des corps, le changement d'état, qui y arrive, ne soit causé par les seules forces, qui résultent nécessairement de l'impénétrabilité.

XLVII. Pour la force absoluë P, qui agit pendant le choc, il n'est pas possible de la déterminer, sans qu'on sache son rapport avec la quantité de l'enfoncement z. Or dans la plupart des cas on ne se trompera pas sensiblement, si l'on suppose cette force P proportionnelle à z, en faisant  $P = Dz$  : car tant que les enfoncemens sont extrêmement petits, comme il arrive presque toujours, les forces requises pour réduire les corps à ces enfoncemens, seront à peu près dans la même raison que ces enfoncemens mêmes. Ensuite posant  $P = Dz$  la lettre D marquera une quantité, qui dépend du degré de dureté des corps ; car plus les corps seront durs, & plus doit être grande la force, qui est capable de leur imprimer un certain enfoncement z.

XLVIII. Si nous voulons ramener cette quantité D à des mesures tout à fait connues, nous n'avons qu'à recourir à une expérience. Soit donc F une force, par laquelle on presse les deux corps en question ou deux semblables l'un contre l'autre, & qu'on mesure exactement l'enfoncement, qui en sera produit, supposant que cet enfoncement pénètre à la profondeur  $= k$  ; & de là on conclura, que pour produi-

re un enfoncement  $= z$ , il faut une force  $= \frac{F z}{k}$  : nous aurons donc

$P = \frac{F z}{k}$ , & puisque  $2 \int P dz = \frac{F z z}{k}$ , l'équation du §. 42. prendra cette forme :

$$A v v + B u u = A a a + B b b - \frac{F z z}{k}$$

Or pour avoir des termes homogenes, il faut prendre pour  $a a$ ,  $b b$ ,  $v v$  &  $u u$  le double des hauteurs, d'où un corps grave en tombant acquiert ces vitesses.

XLIX. Cette équation donc servira à déterminer pour chaque instant du tems, que le choc dure, la vraie valeur de  $z$ , & de là celle de la force  $P = \frac{F z}{k}$ . Or l'instant le plus remarquable sera celui,

où l'enfoncement, & partant aussi la force, est la plus grande, pour trouver jusqu'à quel point les corps sont pressés l'un contre l'autre pendant le choc ; ou pour trouver la plus grande force que l'impénétrabilité est obligée de déployer pour empêcher la pénétration. Mais pour ce moment il y a  $v = u$ , & à cause de  $A v + B u = A a + B b$  il sera  $v = u = \frac{A a + B b}{A + B}$ . Substituons donc cette

valeur dans l'équation superieure, & nous obtiendrons :

$$\frac{(A a + B b)^2}{A + B} = A a a + B b b - \frac{F z z}{k} \text{ ou bien}$$

$$\frac{F z z}{k} = \frac{A B (a - b)^2}{A + B} : \text{ donc } P = (a - b) \sqrt{\frac{F}{k} \cdot \frac{A B}{A + B}}$$

L. De cette formule je pourrais bien tirer plusieurs Corollaires remarquables, comme que la force  $P$ , & partant aussi l'enfoncement  $z$ , est en raison simple de la vitesse relative  $a - b$  dont les corps se choquent



quent mutuellement; mais puisque j'ai développé cette matiere plus amplement dans ma Piece sur la comparaison entre le choc & la pression, je me borne ici en remarquant, que s'il y avoit des corps parfaitement durs, la force qui agit dans leur choc, devoit être infinie. Car sur un corps parfaitement dur une force  $F$  ne sauroit produire la moindre impression, il seroit donc  $k = 0$ , & partant dans le choc il seroit aussi  $z = 0$ , ou les corps n'y recevroient aucun enfoncement; cependant la force  $P = (a-b) \sqrt{\frac{F}{k} \cdot \frac{A B}{A+B}}$  deviendroit néanmoins infiniment grande. Peut-être cela suffit-il pour prouver, qu'il n'y a point des corps parfaitement durs au monde.

LI. Outre le choc des corps, il y a encore d'autres rencontres où l'état des corps devient changé, & cet effet est attribué à des forces qu'on nomme centrifuges. Je ferai donc voir que ces forces centrifuges tirent également leur origine de l'impénétrabilité des corps: or tous les cas, où l'état des corps est changé par des forces centrifuges, se réduisent aisément à celui-ci. Soit un corps, qui Fig. II. ayant parcouru avec une certaine vitesse la ligne droite  $MA$ , rencontre en  $A$  une surface voûtée  $AY$ , suivant laquelle le corps est obligé de courber son chemin, & partant de quitter la direction, qu'il devoit suivre en vertu de son inertie. Dans ce cas on fait, abstraction faite du frottement, que ce corps continuera son mouvement en conservant la même vitesse, mais qu'il changera continuellement de direction suivant la courbe de la voûte  $AY$ ; & qu'il la pressera partout avec une certaine force proportionnelle à la courbure; & c'est cette force qu'on nomme centrifuge.

LII. Pour montrer maintenant que cet effet est tout à fait conforme à nos principes fondés sur l'impénétrabilité, nous n'avons qu'à considérer, que si la voûte, ou le corps, étoit pénétrable, le corps pénétreroit la voûte, & poursuivroit sa route uniformément selon la ligne droite  $AX$ : ce n'est donc que l'impénétrabilité, qui s'oppose



à la poursuite de ce mouvement. Supposons que le corps soit parvenu en  $Y$ , & que la direction de son mouvement soit selon la tangente de la voûte en  $Y$ ; or s'il continuoit de se mouvoir selon cette direction, il se plongeroit bientôt dans la voûte: donc, pour résister à cette pénétration, la voûte exercera sur le corps une certaine force, & le corps réciproquement une pareille force contre la voûte, qui sera contraire à cella là; & la direction de l'une & de l'autre sera perpendiculaire au plan de l'attouchement, & partant ces forces seront perpendiculaires à la tangente de la voûte au point  $Y$ .

LIII. Soit  $P$  cette force de pression, dont le corps en  $Y$  est sollicité suivant la direction  $Y O$  perpendiculaire à la voûte, & la voûte en sera à son tour pressée dans la direction contraire par une force  $\equiv P$ . Cette force  $P$  sera précisément de la grandeur, qu'il faut pour empêcher la pénétration, & partant elle ne fera plus qu'obliger le corps de courber tant soit peu sa route pour suivre la courbure de la voûte; car dès que le danger de la pénétration est prévenu, cette force n'agit plus sur le corps, de sorte qu'il ne sera pas forcé de quitter la surface de la voûte. Donc sachant d'avance le cours, que ce corps doit tenir, il s'agit de déterminer sa vitesse à chaque point  $Y$  de la voûte, & la force, dont son état de mouvement est troublé partout; ou ce qui revient au même, il faut chercher la force, dont ce corps pressera la surface à chaque endroit, par où il passe.

LIV. Soit  $\sqrt{a}$  la vitesse du corps, avant qu'il arrive sous la voûte en  $A$ , supposant que  $MA$  soit une tangente de la voûte en  $A$ ; où  $a$  marque la hauteur d'une chute d'où un corps pesant acquiert une semblable vitesse. Soit pareillement  $\sqrt{v}$  la vitesse de ce même corps, lorsqu'il est parvenu en  $Y$ ; & prenant la droite  $AX$  pour axe, qu'on y tire de  $Y$  la perpendiculaire  $YX$ , soient ces coordonnées  $AX \equiv x$  &  $XY \equiv y$  & l'arc  $AY \equiv s$ . Cela posé, décomposons le mouvement du corps selon la tangente en  $Y$ , en deux dont l'un soit suivant  $Yx$  parallèle à  $AX$  & l'autre suivant  $Yy$ ; & la vitesse selon  $Yx$  sera  

$$\equiv dx$$

$= \frac{dx}{ds} \sqrt{v}$  & la vitesse selon  $Yy$  sera  $= \frac{dy}{ds} \sqrt{v}$ , où il faut remarquer que  $ds^2 = dx^2 + dy^2$ . De la même manière décomposons selon ces mêmes directions la force  $P$ , qui sollicite le corps selon la direction  $YO$  perpendiculaire à la courbe, & on trouvera la force selon  $Y\zeta = \frac{dy}{ds} P$  & la force selon  $Yy = \frac{dx}{ds} P$ .

LV. Posant à présent la masse du corps  $= A$ , puisque son mouvement selon  $Yx$  est retardé par la force  $Y\zeta = \frac{dy}{ds} P$ , pendant qu'il parcourt avec ce mouvement l'espace  $dx$ , sa vitesse étant  $\frac{dx}{ds} \sqrt{v}$ , & la hauteur qui répond  $= \frac{v dx^2}{ds^2}$ , les principes de la Mécanique nous fourniront cette égalité :

$$A d \cdot \frac{v dx^2}{ds^2} = - \frac{dy}{ds} P \cdot dx = - \frac{P dx dy}{ds}$$

De la même manière le mouvement selon  $Yy$  étant accéléré par la force  $Yy = \frac{dx}{ds} P$ , pendant qu'il parcourt l'élément répondant  $dy$  avec la vitesse  $\frac{dy}{ds} \sqrt{v}$ , qui est due à la hauteur  $\frac{v dy^2}{ds^2}$ , l'accélération sera

$$A d \cdot \frac{v dy^2}{ds^2} = \frac{dx}{ds} P \cdot dy = \frac{P dx dy}{ds}$$

LVI. Ajoutons ensemble ces deux équations, que nous venons de trouver, pour avoir :

$$A d \cdot \frac{v dx^2}{ds^2} + A d \cdot \frac{v dy^2}{ds^2} = 0$$

ou bien  $A d \cdot \left( \frac{v dx^2}{ds^2} + \frac{v dy^2}{ds^2} \right) = 0$

Or ayant  $dx^2 + dy^2 = ds^2$  cette équation se réduit à  $A dv = 0$ , ou  $dv = 0$ , d'où nous voyons que  $v$ , & partant aussi la vitesse du corps est par tout la même, elle sera donc égale à la vitesse, dont le corps commence à suivre la voûte; qui étant supposée  $= Va$ , nous aurons  $v = a$  &  $Vv = Va$ . Voilà donc déjà la première propriété de ce mouvement, qui est démontrée ailleurs, c'est que le corps conservera toujours la même vitesse en glissant selon la direction de la voûte.

LVII. Ayant donc trouvé  $v = a$ , la seconde équation donnera  $A d \cdot \frac{a dy^2}{ds^2} = \frac{P dx dy}{ds}$ . Prenons l'élément de la courbe  $ds$  pour constant, & nous aurons :

$$\frac{2 A a dy ddy}{ds^2} = \frac{P dx dy}{ds}$$

d'où nous tirons la force  $P = \frac{2 A a d d y}{dx ds}$ . Or on fait que  $\frac{dx ds}{ddy}$  exprime le rayon de courbure au point Y. Nommant donc ce rayon de courbure  $YO = r$ , à cause de  $r = \frac{dx ds}{ddy}$  il fera

$P = \frac{2 A a}{r}$ . Et c'est précisément la même formule, que la Méca-

nique fournit pour exprimer la force centrifuge d'un corps, qui est obligé de se mouvoir dans une ligne courbe. Par conséquent il est démontré que toutes les forces centrifuges doivent également leur origine à l'impénétrabilité des corps.

LVIII. Ayant déjà remarqué, que tous les corps au monde sont assujettis à des changemens continuels par rapport à leur état ou de repos ou de mouvement; s'il étoit vrai, comme Descartes & quantité d'autres Philosophes l'ont soutenu, que tous les changemens, qui arrivent aux corps, proviennent ou du choc des corps, ou des forces nommées centrifuges; nous serions à présent tout à fait éclaircis

sur



sur l'origine des forces, qui opèrent tous ces changemens, & nous pourrions dire avec une pleine conviction, que toutes ces forces résultent de l'impénétrabilité, & qu'il n'en existe même d'autres au monde, que celles que fournit l'impénétrabilité des corps, & dont l'existence & la maniere d'agir vient d'être mise hors de doute. Je crois même que le sentiment de Descartes ne sera pas médiocrement fortifié par ces réflexions ; car ayant retranché tant de forces imaginaires, dont les Philosophes ont brouillé les premiers principes de la Physique, il est très probable que les autres forces d'attraction, d'adhésion &c. ne sont pas mieux fondées.

LIX. Car quoique personne n'ait encore été en état de démontrer évidemment la cause de la gravité & des forces dont les corps celestes sont sollicités, par le choc ou quelque force centrifuge ; il faut pourtant avouer que personne n'en a non plus démontré l'impossibilité. Et il paroît plutôt probable que tous ces corps, étant environnés sans contredit d'une matiere subtile, en sont aussi mis en mouvement, quoique nous n'en sachions point la maniere. Or que deux corps éloignés entr'eux par un espace entièrement vuide s'attirent mutuellement par quelque force, semble aussi étrange à la raison, qu'il n'est prouvé par aucune expérience. A l'exception donc des forces, dont les esprits sont peut-être capables d'agir sur les corps, lesquelles sont sans doute d'une nature tout à fait differente, je conclus qu'il n'y a point d'autres forces au monde que celles, qui tirent leur origine de l'impénétrabilité des corps.

