cedentibus ideo eſt neceſſaria vt elapſo tempore quantumuis magno t a quouis puncto S vtrinque tanta ſpatia $t \surd \frac{2ga}{b}$ abſcindi queant, in iisque punctis applicatae reſpondentes reperiantur.

CAPVT II.

DE PROPAGATIONE PVLSVVM AERIS IN TVBIS AEQVALITER AMPLIS AD SONI GENERATIONEM ET PROPAGATIONEM ILLVSTRANDAM.

Problema 73.

31. In tubo vtrinque in infinitum extenſo ſi alicubi in ſpatio minimo excitetur pulſus, quo aër vtcunque de ſtatu aequilibrii deturbetur, huius agitationis propagationem ad quoduis tempus definire.

Solutio.

Tab. V. Fig. 77. Sit A B tubi directrix in directum extenſa et in ſpatiolo $GH = b$ aëri in tubo contento eiusmodi agitatio inducta ſit, vt linea $G M' m H$ exhibeat ſcalam denſitatum, linea vero $G N' n H$ ſcalam celeritatum, cuius applicatae $t n$, quatenus in figura ſupra axem A B cadunt motum verſus B indicent illius

lius vero curuae applicatae $t\,m$ fupra axem cadentes maiorem folito denfitatem, contrariae vero $T'\,M'$ minorem folito denfitatem oftendant, quam fcilicet ftatus aequilibrii poftulat vtrinque autem vltra hoc interuallum GH aër etiam nunc in quiete verfetur; ita vt ibi ambae fcalae in ipfum axem incidant, earumque applicatae euanefcant, quam ob caufam etiam vtramque fcalam in terminis G et H cum axe conuenientes feci. Hoc ftatu initiali conftituto confideremus locum tubi quemcunque S verfus B fitum, et quia ad aëris hoc loco contenti agitationem inueniendam pro tempore quouis t ab initio elapfi vtrinque a puncto S in axe abfcindi oportet interualla $= t\,\sqrt{\frac{2ga}{b}}$; ante omnia obferuo, quamdiu fuerit $t\,\sqrt{\frac{2ga}{b}} < HS$ nullam agitationem ad punctum S peruenire, ibique adeo aequilibrium effe futurum donec tempus ab initio elapfum euadat $= HS\,\sqrt{\frac{b}{2ga}}$, ac tum demum aërem in S agitationem effe fenfurum. Elapfum ergo iam fit maius tempus t capiaturque interuallum $S\,t = t\,\sqrt{\frac{2ga}{b}}$, ad alteram enim partem non opus eft aequale fpatium S T abfcindi, quia ibi fcalae in axem incidunt. Nunc igitur aëris elementum ex S translatum erit in s, vt fit fpatiolum $S\,s = \frac{1}{2}\,H\,t\,n + \frac{1}{2}\,H\,t\,m$, tum vero denfitas huius elementi erit $q = B(1 + \frac{1}{2}\,t\,m + \frac{1}{2}\,t\,n)$ et celeritas verfus B tendens $v = \frac{1}{2}(t\,m + t\,n)\,\sqrt{\frac{2ga}{b}}$, poftquam autem elapfum fuerit tempus $t = SG\,\sqrt{\frac{b}{2ga}}$, ob $t\,m = 0$, et $t\,n = 0$ eius motus iterum extinguitur

guitur denſitasque naturalis B reſtituitur, in quo ſtatu deinceps perpetuo perſeuerabit.

Simili modo in altera tubi parte res ſe habebit, punctumque S' quieſcet donec elapſum fuerit tempus $t = S'G\sqrt{\frac{b}{2ga}}$, deinceps autem elapſo tempore $t = S'T'\sqrt{\frac{b}{2ga}}$, translatio fiet per ſpatiolum $S's' = \frac{1}{2}GT'N' + \frac{1}{2}GT'M'$ quia in figura applicata $T'M'$ infra axem cadit; tum autem denſitas erit $q = B(1 - \frac{1}{2}T'N' - \frac{1}{2}T'M')$ et celeritas verſus B directa $v = \frac{1}{2}(T'N' + T'M')\sqrt{\frac{2ga}{b}}$. Statim autem ac tempus $t = S'H\sqrt{\frac{b}{2ga}}$ effluxerit aer in S' in aequilibrium reſtituetur, omniaque aeris elementa non diutius agitationi erunt ſubiecta quam durante tempore $= GH\sqrt{\frac{b}{2ga}} = \frac{b\sqrt{b}}{\sqrt{2ga}}$ min. ſec. Manifeſtum ergo eſt, quomodo pulſus initio in interuallo GH excitatus labente tempore vtrinque in tubo propagetur.

Coroll. 1.

32. Poſita ergo diſtantia $HS = s$, pulſus initio in ſpatio GH excitatus ad S vsque propagatur tempore $= \frac{s\sqrt{b}}{\sqrt{2ga}}$ min. ſec. vnde patet propagationem eſſe vniformem et tempore vnius minuti ſecundi fieri per ſpatium $= \sqrt{\frac{2ga}{b}}$: quod ſi denſitas mercurii ſumatur pro vnitate, vt ſit a altitudo barometri quaſi $2\frac{1}{3}$ ped. lond. erit denſitas aeris $b = \frac{1}{14.750} = \frac{1}{10500}$, ob $g = 16$ ped. lond. fiet circiter 916 ped.

Coroll.

Coroll. 2.

33. Ex ſolutione etiam intelligitur, cuiusmodi agitatione particula aeris S concitetur, primo nempe propelletur per ſpatiolum $Ss = \frac{1}{2}Htn + \frac{1}{2}Htm$ deinde denſitatem obtinebit $q = B(1 + \frac{1}{2}tm + \frac{1}{2}tn)$ ac tertio celeritatem verſus B acquiret $\vartheta = \frac{1}{2}(tn + tm)\sqrt{\frac{2ga}{b}}$, vnde patet celeritatem hanc exceſſui denſitatis ſupra denſitatem naturalem eſſe proportionalem; quandoquidem eſt $\frac{q-B}{B} = \vartheta \sqrt{\frac{b}{2ga}}$.

Coroll. 3.

34. Imprimis autem hic notari meretur pulſus in ſpatio GH excitati propagationem in plagam A non neceſſario aeque eſſe fortem atque in plagam B. Si enim in pulſu initiali ſcala denſitatum congrueret cum ſcala celeritatum vt eſſet $T'M' = -T'N'$ et $tm = tn$, tum propagatio verſus A prorſus euaneſceret, altera vero verſus A maxime vigeret.

Scholion 1.

35. Hac pulſuum promotione ſoni propagatio pulcerrime illuſtratur; quocunque enim modo ſonus producatur, ſemper copia quaedam aëris in ſpatio GH contenta de ſtatu aequilibrii deturbatur, ſiue in ſola denſitate ſiue ſola celeritate ſiue vtraque coniunctim ipſi mutatio inducatur. Quocunque autem modo hoc eueniat propagatio huius pulſus vtrinque in tubo pari abſoluitur celeritate, etiamſi forte in alteram tubi plagam multo ſit vehementior

quam

quam in alteram. Id autem tantum hic obiici, potest, quod experientia spatium per quod sonus interuallo vnius minuti secundi propagatur multo maius, scilicet 1040 ped. lond. exhibeat; quam nostra Theoria ostendit. Cuius phaenomeni caussa vel in eo est posita quod hic in calculo pulsus tantum minimos admittimus, ii autem soni, quorum propagatio per experimenta est definita, tam fuerint vehementes, vt calculus noster ad eos non debeat accommodari; ideoque adhuc in dubio relinquatur annon soni maxime debiles ea ipsa celeritate quam inuenimus, reuera progrediantur. Vel si etiam hic experientia refragetur, suspicari liceret, accelerationem hanc ingenti particularum solidarum in aere volitantium copiae tribui debere, dum enim agitatio ad vnum terminum huiusmodi particulae pertingit, eodem instanti etiam terminus oppositus impellitur neque tempore opus foret ad sonum per substantiam harum particularum propulsandum. Huic certe circumstantiae, quod hic sonum in tubo includimus hic dissensus ab experientia tribui nequit, quoniam infra videbimus etiam in aere vndique aperto eandem celeritatem pro soni propagatione inueniri. Interim tamen hic dissensus non obstat, quo minus hinc tam productio quam propagatio soni recte explicari sit censenda. Fortasse etiam rationem huius dissensus in eo quaeri licebit quod aerem tantum 750 vicibus rariorem statuimus aqua; si enim ei raritatem 966 vicibus maiorem tribuamus, calculus cum experientia pulcre consentiet.

Scho-

Scholion 2.

36. Quoniam elapso tempore $t = S t \sqrt{\frac{b}{2ga}}$ agitatio puncti S ita per ambas applicatas tm et tn scalarum definitur, vt sit ibi densitas $q = B(1 + \frac{1}{2} tm + \frac{1}{2} tn)$ et celeritas $v = \frac{1}{2}(tm + tn)\sqrt{\frac{2ga}{b}}$ euidens est totum pulsum initialem GH hoc tempore transferri in spatium $YX = GH$ vt sit $HX = t\sqrt{\frac{2ga}{b}}$, reliquo aëre in aequilibrio existente praeterquam in simili spatio ad alteram partem in tubo sumto. In hoc autem spatio YX agitatio per vnicam scalam YZX ita formatam vt applicata SZ sit semisummae illarum $tm + tn$ aequalis, repraesentabitur quippe quae eadem simili modo quo in pulsu initiali et densitatem et celeritatem in S exhibebit, cum iam pro puncto S sit $q = B(1 + SZ)$ seu $l\frac{q}{B} = SZ$, et $v = SZ\sqrt{\frac{2ga}{b}}$, hincque translatio elementi S ita determinetur vt sit $Ss =$ areae XSZ. Haec ergo noua scala simplex YZX ex binis initialibus formata indolem pulsuum versus B propagatorum declarat vnde etiam diuersae sonorum qualitates explicari debebunt. Primum autem hic distinguitur latitudo pulsuum $YX = HG$ quae prout fuerit maior minorue, sonus inde certam indolem habebit: Deinde ex ipsa curuae YZX figura prout vel maiorem minoremue habuerit amplitudinem SZ, vel tota ad eandem axis partem vel partim supra axem partim infra eum fuerit sita, vel alia quacunque ratione fuerit affecta, sonus quoque diuerso modo sensum auditus afficiet. Ab amplitudine

quidem S Z fortitudo ſeu vehementia ſoni pendere videtur quales autem qualitates reliquis proprietatibus figurae Y Z X reſpondeant haud ſatis liquet; id ſaltem perſpicuum eſt infinitam fere ſonorum varietatem hinc explicari debere; cuiusmodi ſunt ſoni diuerſas litteras vocales *a*, *e*, *i*, *o*, *u* exprimentes, aliaeque innumerae differentiae. Deinde etiam ratio ſingularis phaenomeni adhuc non explicati hinc intelligitur, quomodo fiat, vt ſi agitatio Y Z X tanquam initialis conſideretur, ea tantum in vnam plagam B vlterius propagetur, neque vllos nouos pulſus retro verſus A excitet. Videmus enim ſi ipſe pulſus initialis G H iam ita eſſet comparatus, vt binae ſcalae inter ſe conuenirent, quemadmodum fit in pulſibus propagatis, tum etiam nullam propagationem in plagam A eſſe ſecuturam. Imprimis etiam hic notandum eſt, eosdem pulſus propagatos ex infinitis pulſibus initialibus oriri poſſe, quoniam infinitis modis ex binis ſcalis diuerſis pulſus initialis G H, eadem ſcala pro pulſibus propagatis Y X produci poteſt, vnde non mirum ſi ſaepe diuerſae cauſae ſimiles ſonos efficiunt.

Scholion 3.

Tab. V. Fig. 78. 37. Hactenus vnicum tantum pulſum ſum contemplatus neque propterea ad eas ſonorum affectiones reſpexi, quae ex ſucceſſione et ordine plurium pulſuum naſcuntur, quales ſunt grauitas et acumen; ex quo fonte ſoni etiam infinitam varietatem adipiſcuntur. Quoniam vero hic non vniuer-

ſam

ſam ſonorum doctrinam tradere eſt propoſitum, tantum obſeruo ſi initio non vnus ſed plures pulſus α, β, γ in aëre ſint excitati quemlibet eorum perinde propagari ac ſi reliqui plane abeſſent, neque propterea plures ſonos ſimul excitatos inter ſe confundi. Quod phaenomenon cum alias ſolutu perquam difficile ſit viſum, ex principiis ſtabilitis ſponte ſequitur. Cum enim ſuper directrice A B ambae ſcalae vbique praeterquam in locis α, β, γ cum ipſo axe congruant, ſi locum quemcunque S conſideremus, ad eum elapſo tempore $t = S\gamma V \frac{b}{2ga}$ ſolus pulſus γ cum ſuis affectionibus propagatur, neque reliqui pulſus α et β quicquam turbant; elapſo autem tempore $t = S\beta V \frac{b}{2ga}$, quo ille pulſus iam vltra eſt promotus, ad locum S pulſus β cum ſuis affectionibus perfertur, ac deinceps poſt tempus $t = S\alpha V \frac{b}{2ga}$ pulſus α. Ex quo clariſſime intelligitur, quemadmodum plures ſoni vel ſimul vel ſucceſſiue excitati ita ſtatis temporibus ad quemuis locum S proferantur, vt nullus eorum reliquis ſit impedimento, ſed quilibet aeque aërem in S excitet, ac ſi reliqui plane abeſſent. Ceterum quatenus hic pulſus tubo aequaliter amplo incluſos conſideramus; huic cauſae eſt tribuendum, quod ſinguli pulſus propagati perpetuo eandem vim retineant, quantumuis enim punctum S a pulſibus primitiuis diſtans accipiatur, pulſus propagati ſemper per ſimilem ſcalam repraeſentantur vnde non ſolum eandem vim ſed etiam easdem affectiones retineant neceſſe eſt. Quando autem tales pulſus in libero aere quaquauerſus propagantur, tum vtique videbimus eos in maioribus diſtantiis continuo magis debilitari.

Problema 74.

Tab. V. Fig. 79. 38. Si tubus in B ſit apertus ex altera parte vero A in infinitum extenſus, in eoque alicubi GH pulſus quicunque excitetur, eius propagationem in tubo definire.

Solutio.

Pro pulſu in ſpatio GH excitato ſit GmH ſcala denſitatum et GnH ſcala celeritatum, quarum ergo vtraque extra ſpatium GH per totum tubum cum axe confundatur. Quia vero tubus in BB eſt terminatus et apertus, vtriusque ſcalae continuatio vti in fig. 74. inſtitui debet: hinc ſcala denſitatum $BHmGA$ in partem oppoſitam inuerſa fiet $BbMga$ ſcala celeritatum vero $BHnGA$ ad eandem axis partem circa B inuerſa dabit continuationem $BbNga$. Vnde in tubo pulſus GH propagatio perinde fiet, ac ſi extra tubum ad parem ab orificio BB diſtantiam ſimilis pulſus gb exiſteret, ſcala denſitatum tantum ad alteram axis partem conuerſa ita vt ſumta abſciſſa $BT = Bt$, ſint applicatae $TN = tn$ et $TM = tm$. Nunc igitur videamus quando et quomodo pulſus in quemuis tubi locum ſit peruenturus, ac primo quidem in orificio BB aer quieſcet, quoad ab initio effluerit tempus $t = BH\sqrt{\frac{b}{2ga}}$;

deinceps

deinceps vero ita agitari incipiet, vt elapſo tempore $t = \mathrm{B}t\sqrt{\frac{b}{2ga}}$ ibi futura ſit denſitas

$$q = \mathrm{B}(1 - \tfrac{1}{2}\mathrm{TN} - \tfrac{1}{2}\mathrm{TM} + \tfrac{1}{2}tn + \tfrac{1}{2}tm) = \mathrm{B}$$

et celeritas

$$v = \tfrac{1}{2}(\mathrm{TN} + \mathrm{TM} + tn + tm)\sqrt{\tfrac{2ga}{b}} = (tn + tm)\sqrt{\tfrac{2ga}{b}}$$

denſitas ſcilicet ibi nullam mutationem patietur, celeritas vero verſus a eo maior erit, quo maior fuerit ſumma applicatarum tn et tm, quarum tn denotat celeritatem verſus B directam tm vero denſitatem naturali maiorem in pulſu initiali. Agitatio haec aeris in ipſo orificio BB durabit per tempus $= \mathrm{GH}\sqrt{\frac{b}{2ga}}$. Intra tubum autem in S ſucceſſiue duae generabuntur agitationes, prior ſcilicet quando pulſus GH eo appellit, indeque elapſo tempore $t = \mathrm{S}t\sqrt{\frac{b}{2ga}}$ ibi erit denſitas $q = \mathrm{B}(1 + \tfrac{1}{2}tn + \tfrac{1}{2}tm)$ et celeritas $v = \tfrac{1}{2}(tn + tm)\sqrt{\frac{2ga}{b}}$: Deinde vero de nouo agitabitur, quando pulſus ſecundarius hg eo transferetur; tempore enim elapſo $t = \mathrm{ST}\sqrt{\frac{b}{2ga}}$ ibi fiet denſitas

$$q = \mathrm{B}(1 - \tfrac{1}{2}\mathrm{TN} - \tfrac{1}{2}\mathrm{TM}) = \mathrm{B}(1 - \tfrac{1}{2}tn - \tfrac{1}{2}tm)$$

et celeritas $v = \tfrac{1}{2}(tn + tm)\sqrt{\frac{2ga}{b}}$: in agitatione ſcilicet poſteriori denſitas eo minor erit naturali, quando priori fuerat maior, celeritate exiſtente eadem. In ipſo autem loco GH poſtquam pulſus primarius ceſſaverit elapſo tempore $t = \mathrm{H}b\sqrt{\frac{b}{2ga}} = 2\,\mathrm{BH}\sqrt{\frac{b}{2ga}}$ denuo agitari incipiet, ibique quaſi echo prioris percipietur. In quouis autem tubi loco A pone pulſum

 pri-

primarium G H eiusmodi duplex agitatio sentietur, vt pro priori elapso tempore $= A\,t\,V\,\frac{b}{2ga}$ ibi sit densitas $q = B\,(1 - \frac{1}{2}\,t\,n + \frac{1}{2}\,t\,m)$ celeritas vero $v = \frac{1}{2}(t\,n - t\,m)\,V\,\frac{2ga}{b}$; pro posteriori vero elapso tempore $= A\,T\,V\,\frac{b}{2ga}$, futura sit densitas $q = B\,(1 + \frac{1}{2}\,t\,n - \frac{1}{2}\,t\,m)$ et celeritas $v = \frac{1}{2}(t\,n - t\,m)\,V\,\frac{2ga}{b}$. Tardius autem pulsus hic posterior ad A pertinget tempore $= 2\,B\,H\,V\,\frac{b}{2ga}$. Vnde patet si in pulsu principali vbique esset $t\,n = t\,m$ tum versus A nullas plane agitationes excitatum iri, contra vero nullas versus B si fuerit $t\,n = -t\,m$.

Coroll. 1.

39. In ipso ergo orificio B B tubi pulsus simplex excitabitur, ibique vnicus sonus exaudietur; in tubo autem ad pulsus locum accedendo duo soni successiue se excipient, quorum posteriorem vt resonantiam prioris spectare licebit; eorumque interuallum eo maius euadet, quo magis ad pulsum principalem G H appropinquemus.

Coroll. 2.

40 In ipso autem pulsus principalis loco GH et post eum versus A binae agitationes eo perlatae interuallo temporis $= 2\,B\,H\,V\,\frac{b}{2ga}$ a se inuicem distabunt, quod si fuerit satis notabile posterior prioris quasi *echo* exhibebit.

Coroll.

Coroll. 3.

41. Si initio plures in tubo excitati fuerint pulſus eodem modo atque in praecedente problemate oſtendi poteſt, ſingulorum propagationem a reliquis minime perturbari, ſicque etiam hic plures ſonos inuicem non confundi.

Scholion I.

42. Solutio huius problematis nos praeter expectationem ad explicationem duorum phaenomenorum imprimis memorabilium manuducit, reſonantiae ſcilicet et *echo*. Primum autem videmus horum phaenomenorum cauſam vulgo perperam repercuſſioni cuipiam eſſe adſcriptam; cum enim in tubo ad B B aperto, in altera vero parte ad A A quaſi in infinitum extenſo ſi vbpiam in L pulſus ſeu ſonus excitetur, is nonniſi in orificio B B ſimplex exaudiatur; inde vero ad L recedendo ita duplicetur, vt interuallum continuo fiat maius primo hic reſonantia oritur, tum vero in L et vltra hunc locum verſus A, ſi modo interuallum LB ſatis ſit magnum vt tempus, quo a ſono eius duplum percurreretur, ſentiri queat, repetitio illius ſoni exaudietur, cum tamen hic nulla reflexio cernatur, niſi forte dicere velimus repercuſionem hic in B B fieri ab aere externo quod tamen ab opinione vulgari plurimum abhorret. Ita ſi interuallum BL eſſet 1040 pedum ſonus in L editus poſt duo minuta ſecunda ibi iterum audiretur, et quod hic de tubis eſt dictum, Tab. V. Fig. 80.

quo-

quodammodo etiam ad ambulacra et vicos angustos praecipue si superne fuerint tecti, transferri licet, vnde plurium phaenomenorum in huiusmodi locis obseruatorum ratio reddi poterit.

Scholion 2.

43. Deinde etiam hinc rationem tubarum stentorearum iam quodammodo colligere poterimus, si enim in tubo ad L sonus fuerit excitatus, pulsus inde per orificium B B pari propemodum vi in liberum aërem expellitur, et quia hic non amplius indolem habet pulsuum propagatorum, qua tantum in vnam plagam proferantur etiam quaqua versus expanditur. Quia vero orificium B B non est maius quam pulsus initialis, e longinquo sonus non fortior sed cum quadam resonantia coniunctus audietur. Sin autem tubus vt vulgo fieri solet circa orificium magis dilatetur, nullum est dubium, quin scopo proposito magis satisfiat: quoniam in B B multo maior aëris copia agitatur, ideoque in aëre externo fortiores pulsus generat. Nunc autem etiam propagationem pulsuum in tubis ex altera parte clausis scrutemur.

Problema 75.

Tab. VI. Fig. 81. 44. Si Tubus aequaliter amplus ad B B sit clausus, ad alteram vero partem A A in infinitum extensus, in eoque alicubi veluti in spatiolo G H pulsus quicunque excitetur, huius pulsus propagationem per totum tubum inuestigare.

Solutio.

Solutio.

Si in ſpatii GH quo pulſus excitatur puncto t fuerit denſitas $= Q$ naturali exiſtente $= B$, et celeritas verſus B directa $= \Upsilon$ ſtatuantur applicatae $tm = l\frac{Q}{B} = \frac{Q-B}{B}$ et $tn = \Upsilon \sqrt{\frac{b}{2ga}}$, vt obtineantur ſcalae denſitatum et celeritatum GmH et GnH, quae per reliquam tubi extenſionem cum ipſo axe conuenire ſunt cenſendae. Axe iam AB extra tubum in infinitum prolongato, ſumtoque interuallo $BT = Bt$ ſtatuatur applicata $TM = tm$ ad eandem axis partem, ad contrariam vero $TN = tn$, vt ſic ſcalae quaſi pulſus ſecundarii bMg et bNg extruantur Hinc in ipſo termino BB aer tamdiu quieſcet, quoad vterque pulſus eo propagetur, quod ſimul continget elapſo tempore $= BH \sqrt{\frac{b}{2ga}}$ elapſo autem tempore maiore $t = Bt \sqrt{\frac{b}{2ga}}$, eiusmodi in BB agitatio excitabitur, vt futura ſit denſitas $q = B(1 + \frac{1}{2}TN + \frac{1}{2}TM + \frac{1}{2}tn + \frac{1}{2}tm) = B(1 + tn + tm)$, celeritas vero v nulla quia aër in BB non poteſt non eſſe quieſcens In alio vero quouis tubi loco S intra terminum B et locum primi pulſus GH accepto ad eum hic primus pulſus prius appellet, et elapſo tempore $t = St \sqrt{\frac{b}{2ga}}$ denſitas ibi erit $q = B(1 + \frac{1}{2}tn + \frac{1}{2}tm)$ celeritas vero $v = \frac{1}{2}(tn + tm) \sqrt{\frac{2ga}{b}}$. Deinde vero etiam alter pulſus ſecundarius gb eo perferetur, et elapſo tempore $t = ST \sqrt{\frac{b}{2ga}} = (Bt + BS) \sqrt{\frac{b}{2ga}}$ ibi erit denſitas $q = B(1 + \frac{1}{2}tn + \frac{1}{2}tm)$ vt ante celeritas vero $v = -\frac{1}{2}(tn + tm) \sqrt{\frac{2ga}{b}}$, illi contraria. In ipſo autem pulſus G H loco et pone eum verſus A ambo pulſus ſe excipient elapſo tempore $2\,BH\sqrt{\frac{b}{2ga}}$; atque in A pro pulſu principali elapſo tempore $t = At\sqrt{\frac{b}{2ga}}$ erit denſitas $q = B(1 - \frac{1}{2}tn + \frac{1}{2}tm)$ et celeritas $v = \frac{1}{2}(tn - tm)\sqrt{\frac{2ga}{b}}$, qua agitatione finita pro pulſu ſecundario elapſo tempore $t = AT\sqrt{\frac{b}{2ga}} = (At + 2\,Bt)\sqrt{\frac{b}{2ga}}$ reperietur ad A denſitas $q = B(1 - \frac{1}{2}tn + \frac{1}{2}tm)$ et celeritas $v = -\frac{1}{2}(tn - tm)\sqrt{\frac{2ga}{b}}$. Sicque propagatio pulſus primum excitati G H per totum tubum innoteſcit.

Coroll. 1.

45. Perinde ergo atque in caſu praecedente per ſpatium B H quaedam ſoni repetitio percipietur, quae niſi temporis interuallum ſentiri queat, pro reſonantia erit habenda, in ipſo autem loco G H et poſt eum in A echo eo magis erit diſtinctum, quo maius fuerit ſpatium B H.

Coroll. 2.

46. Pulſus autem in ſpatio G A pone pulſum principalem excitati alius erunt indolis, ac pulſus ante eum in ſpatio B H producti, fierique adeo poteſt vt in alterutram plagam nulla propagatio contingat, quoniam altero caſu agitatio definitur ſumma applicatarum $tn + tm$, altero vero earum differentia $tn - tm$.

Scho-

Scholion.

47. Diſſimilitudini pulſuum in tubo vtrinque propagatorum experientia neutiquam aduerſari eſt putanda, ſi in ſonis nullum diſcrimen animaduertitur. Etiamſi enim binae ſcalae GmH et GnH ita ſint comparatae, vt prouti vel ſumma vel differentia applicatarum tm et tn capi debeat, maximum discrimen oriri debeat, tamen perpendendum eſt, quoniam omnes ſoni pluribus pulſibus ſucceſſiue productis conſtant; qui a motu quodam reciproco naſcuntur, eos ſemper ita eſſe comparatos, vt alternatim ſcalas illas contrario modo diſpoſitas praebeant, ideoque ſi vnus pulſus in vnam plagam fuerit fortior quam in alteram, contrarium in ſequente eueniet, et quoniam ſenſus noſtri ſingulos diſcernere non valent, etiam illud discrimen in ſenſus non cadit. Quodſi alterni pulſus in alteram plagam prorſus non propagentur, ſonus percipietur vna *octaua* grauior, etiamſi corpus ſonorum duplo plures edat vibrationes. An autem huiusmodi caſus vnquam eueniant, in dubio eſt relinquendum.

Problema 76.

48. Si in tubo aequaliter amplo et vtrinque aperto AABB alicubi in t pulſus quicunque excitetur, eius propagationem per totum tubum determinare. Tab. VI. Fig. 82.

 Solutio.

Solutio.

Etſi agitatio ſemper in quodam ſpatio, vti hactenus aſſumſimus fieri debet, tamen nunc a latitudine pulſus animum abſtrahamus, quandoquidem ex praecedentibus effectus inde oriundus ſatis intelligitur, et agitationem in vnico puncto t factam hic contemplemur, vbi ſi fuerit denſitus $= Q$ naturali exiſtente $= B$, et celeritas in plagam A B directa $= \Upsilon$ capiatur $t\,m = l\frac{Q}{B} = \frac{Q-B}{B}$ et $t\,n = \Upsilon \sqrt{\frac{b}{2ga}}$, in reliquis autem tubi punctis hae binae applicatae euaneſcant. Producto iam axe A B vtrinque in infinitum, ſumtisque ſpatiis $B\,A'$, $A'\,B''$ etc. $A\,B'$, $B'\,A''$ longitudini tubi aequalibus, ex praeceptis ſupra datis continuatio ambarum ſcalarum ita inſtitui debet. Primo ſumto interuallo $B\,T\,B\,t$, quia tubus in B eſt apertus capiatur $T\,M = t\,m$ infra, at $T\,N = t\,n$ ſupra axem: tum ſimili modo ad alteram partem ſumto $A\,T' = A\,t$, quia tubus in A etiam eſt apertus capiatur $T'\,M' = t\,m$ infra et $T'\,N' = t\,n$ ſupra axem. Iam hac ſcala $T'\,M'\,N'$ cum orificio B B collato, ſumatur $B\,t' = B\,T'$, $t'\,m' = T'\,M'$ et $t'\,n' = T'\,N'$ vtrumque ſupra axem, ſicque vtrinque in infinitum progrediendo applicatae T N et $t\,n$ omnes ſupra axem, alterae vero T M et $t\,m$ alternatim ſupra et infra axem erunt diſpoſitae, et in quouis ſpatio interualla A T et A t primo A t, vti et interualla B T, B t etiam primo B t erunt aequalia. His poſitis ad quoduis tubi punctum S ſucceſſiue plures adeoque infiniti pulſus per-

perferentur, primo nempe pulsus principalis tmn post tempus $= St\sqrt{\frac{b}{2ga}}$, tum pulsus TMN post tempus $= ST\sqrt{\frac{b}{2ga}} = (Bt + BS)\sqrt{\frac{b}{2ga}}$, tertio pulsus $T'M'N'$ post tempus $= ST'\sqrt{\frac{b}{2ga}} = (At + AS)\sqrt{\frac{b}{2ga}}$ et ita porro, quorum pulsuum successiuorum indoles in sequente tabella exhibetur:

Elapso tempore ab initio:	In tubi puncto S erit densitas	celeritas sec. AB
$St\sqrt{\frac{b}{2ga}}$	$B(1 + \frac{1}{2}tn + \frac{1}{2}tm)$	$+\frac{1}{2}(tn + tm)\sqrt{\frac{2ga}{b}}$
$(2Bt - St)\sqrt{\frac{b}{2ga}}$	$B(1 - \frac{1}{2}tn - \frac{1}{2}tm)$	$+\frac{1}{2}(tn + tm)\sqrt{\frac{2ga}{b}}$
$(2At + St)\sqrt{\frac{b}{2ga}}$	$B(1 + \frac{1}{2}tn - \frac{1}{2}tm)$	$+\frac{1}{2}(tn - tm)\sqrt{\frac{2ga}{b}}$
$(2At + 2Bt - St)\sqrt{\frac{b}{2ga}}$	$B(1 - \frac{1}{2}tn + \frac{1}{2}tm)$	$+\frac{1}{2}(tn - tm)\sqrt{\frac{2ga}{b}}$
$(2At + 2Bt + St)\sqrt{\frac{b}{2ga}}$	$B(1 + \frac{1}{2}tn + \frac{1}{2}tm)$	$+\frac{1}{2}(tn + tm)\sqrt{\frac{2ga}{b}}$
$(2At + 4Bt - St)\sqrt{\frac{b}{2ga}}$	$B(1 - \frac{1}{2}tn - \frac{1}{2}tm)$	$+\frac{1}{2}(tn + tm)\sqrt{\frac{2ga}{b}}$
$(4At + 2Bt + St)\sqrt{\frac{b}{2ga}}$	$B(1 + \frac{1}{2}tn - \frac{1}{2}tm)$	$+\frac{1}{2}(tn - tm)\sqrt{\frac{2ga}{b}}$
$(4At + 4Bt - St)\sqrt{\frac{b}{2ga}}$	$B(1 - \frac{1}{2}tn + \frac{1}{2}tm)$	$+\frac{1}{2}(tn - tm)\sqrt{\frac{2ga}{b}}$
etc.	etc.	etc.

Coroll. 1.

49. Pulsus ergo successiue aërem in S concitantes ratione indolis sunt quadruplices, quartus enim quisque eadem indole est praeditus, tempore autem $= 2AB\sqrt{\frac{b}{2ga}}$ quaterni pulsus in eundem tubi locum appellunt, hique paribus interuallis se insequentur, si fuerit $Bt = At$ et $St = \frac{1}{2}Bt$.

Coroll. 2.

50. Cum tempore $2\,AB\sqrt{\frac{b}{2ga}}$ quatuor pulſus edantur, ſingulis minutis ſecundis euenient $\frac{2}{AB}$ $\sqrt{\frac{2ga}{7b}}$ pulſus, qui numerus ſi AB in pedibus Lond. exprimatur fit $= \frac{1832}{AB}$. Si hi pulſus ſint ſatis fortes ſonum referent, qui ergo ab vnico aëris pulſu ortus eſt cenſendus.

Coroll. 3.

51. Si primus pulſus in ipſo orificio BB excitetur, ibidemque quaſi auris teneatur, ob $St = 0$, $Bt = 0$ et $At = AB$, omnes pulſus erunt gemiati, ſeque ſequentur temporibus $2\,AB\sqrt{\frac{b}{2ga}} = \frac{AB}{458}$ ſec. ſiquidem AB in pedibus exprimatur. Hinc ſi longitudo AB ſit quaſi 500 ped. plures eiusdem ſoni repetitiones ſingulis minutis ſecundis ſe excipient et exaudientur.

Scholion.

52. Hinc intelligere licet quomodo echo plurium repetitionum generetur, cum tubus ſatis longus tale phaenomenum exhibere poſſit, neque tamen vlla ſoni repercuſſio eueniat. Secundum calculum quidem ſingulae repetitiones aeque deberent eſſe fortes verum tamen facile intelligitur plures eſſe cauſas quibus ſequentes repetitiones continuo debilitentur quoniam conditionibus in calculo aſſumtis, in praxi neutiquam ſatisfieri poteſt. Cum tamen exempla non defi-

deficiant, quibus eiusdem vocis plures repetitiones satis distincte eduntur, nullum est dubium, quin earum caussa in simili aëris agitatione qualem hic sumus contemplati, sit quaerenda. Deinde etiam resonantiae ratio hinc potissimum explicari debere videtur etiamsi laterum tubi natura, quatenus ab aëre interno simul motum vibratorium recipiunt, eo non parum conferat. Praeterea ex praecedentibus satis est manifestum ' his similia phaenomena prodire debere, si tubus vtrinque clausus accipiatur, pulsus enim deriuati super axe eodem plane modo erunt dispositi, hoc tantum discrimine, quod hic applicatae $t\,n$ ex celeritatibus natae alternatim infra et supra axem collocari debeant: neque ergo opus esse arbitror vt hunc casum seorsim euoluam. Inde autem non contemnendae dilucidationes pro motu tympanorum deriuari poterunt; etsi enim membranae quibus tympana teguntur, eorumque latera sonum potissimum moderantur, tamen in aëre incluso quoque ratio repetionis pulsuum quaerenda videtur. Superest igitur in hoc capite tantum, vt agitationem aëris in tubis ex altera parte clausis, ex altera vero apertis inuestigemus.

Problema 77.

53. Si tubus aequaliter amplus A A B B fuerit in altero termino A A apertus, in altero vero B B clausus atque in eo ad t pulsus quicunque fuerit excitatus, eius propagationem in tubo inuestigare. Tab. VI. Fig. 83.

Solutio.

Solutio.

In aere ad t agitato ſit denſitas $= Q$ naturali exiſtente $= B$, et celeritas ſecundum directionem $AA = \Upsilon$, inde capiatur $tm = l\frac{Q}{B}$ et $tn = \Upsilon \surd \frac{b}{2gQ}$ ita vt punctum m referat ſcalam denſitatum, punctum n vero ſcalam celeritatum ſiquidem reliqua vtriusque ſcalae puncta in ipſum axem incidunt. Iam eo vtrinque producto ſumtoque interuallo $BT = Bt$, quia tubus in BB eſt clauſus, applicata $TM = tm$ ſupra, altera vero $TN = tn$ infra axem eſt ponenda. Ad alteram vero partem quia tubus in AA eſt apertus, ſumto ſpatio $AT' = At$, applicata $T'M' = tm$ infra, altera vero $T'N' = tn$ ſupra axem ſtatuatur, ſimilique modo ſumto $At'' = AT$, fieri oportet $t''m'' = -TM = -tm$ et $t''n'' = +TN = -tn$. Tum iterum vltra B progrediendo ſumto interuallo $Bt' = BT'$ capi debet $t'm' = +T'M' = -tm$ et $t'n' = -T'N' = -tn$, ſic porro vtrinque in infinitum. Nunc videamus quomodo omnes iſti pulſus ſucceſſiue ad tubi punctum quodcunque S perueniant, id quod ex adiuncta tabella perſpicietur:

Elapſo

Elapſo ab initio tempore	In tubi puncto S erit Denſitas	Celeritas ſec. A B
$St\sqrt{\frac{b}{2ga}}$	$B(1+\frac{1}{2}tn+\frac{1}{2}tm)$	$+\frac{1}{2}(tn+tm)\sqrt{\frac{2ga}{b}}$
$(2Bt-St)\sqrt{\frac{b}{2ga}}$	$B(1+\frac{1}{2}tn+\frac{1}{2}tm)$	$-\frac{1}{2}(tn+tm)\sqrt{\frac{2ga}{b}}$
$(2At+St)\sqrt{\frac{b}{2ga}}$	$B(1+\frac{1}{2}tn-\frac{1}{2}tm)$	$+\frac{1}{2}(tn-tm)\sqrt{\frac{2ga}{b}}$
$(2At+2Bt-St)\sqrt{\frac{b}{2ga}}$	$B(1+\frac{1}{2}tn-\frac{1}{2}tm)$	$-\frac{1}{2}(tn-tm)\sqrt{\frac{2ga}{b}}$
$(2At+2Bt+St)\sqrt{\frac{b}{2ga}}$	$B(1-\frac{1}{2}tn-\frac{1}{2}tm)$	$-\frac{1}{2}(tn+tm)\sqrt{\frac{2ga}{b}}$
$(2At+4Bt-St)\sqrt{\frac{b}{2ga}}$	$B(1-\frac{1}{2}tn-\frac{1}{2}tm)$	$+\frac{1}{2}(tn+tm)\sqrt{\frac{2ga}{b}}$
$(4At+2Bt+St)\sqrt{\frac{b}{2ga}}$	$B(1-\frac{1}{2}tn+\frac{1}{2}tm)$	$-\frac{1}{2}(tn-tm)\sqrt{\frac{2ga}{b}}$
$(4At+4Bt-St)\sqrt{\frac{b}{2ga}}$	$B(1-\frac{1}{2}tn+\frac{1}{2}tm)$	$+\frac{1}{2}(tn-tm)\sqrt{\frac{2ga}{b}}$
$(4At+4Bt+St)\sqrt{\frac{b}{2ga}}$	$B(1+\frac{1}{2}tn+\frac{1}{2}tm)$	$+\frac{1}{2}(tn+tm)\sqrt{\frac{2ga}{b}}$
etc.	etc.	etc.

Coroll. 1.

54. Hoc ergo caſu maior diſparitas in pulſibus ſucceſſiuis ad eundem locum appellentibus cernitur, quoniam hic demum octauus quisque ad eandem indolem reuertitur. Temporis autem interualla eandem legem tenent vt ante.

Coroll. 2.

55. Si ſit $St=0$ et $At=0$, ita vt ſonus in A edatur ibique auris conſtituatur, ordo et indoles pulſuum ad aurem ſucceſſiue delatorum ita ſe habebit:

Elapſo tempore	denſitas	celeritas
$2\,AB\sqrt{\frac{b}{2ga}}$	$B(1)$	$-2tn\sqrt{\frac{2ga}{b}}$
$4\,AB\sqrt{\frac{b}{2ga}}$	$B(1)$	$+2tn\sqrt{\frac{2ga}{b}}$
$6\,AB\sqrt{\frac{b}{2ga}}$	$B(1)$	$-2tn\sqrt{\frac{2ga}{b}}$

denſitas ergo hic nullam ſubit mutationem, vnde ſi primus pulſus nullam habuerit celeritatem, ſequentes omnes ſe mutuo deſtruunt.

Coroll. 3.

56. Sin autem ſonus in BB excitetur, ibique a ſenſu auditus pulſus ſequentes excipiantur, vt ſit $St = 0$, $Bt = 0$ et $At = AB$ tum celeritas in pulſibus appellentibus erit nulla, denſitas ſola alternatim erit $= B(1 - 2tm)$ et $B(1 + 2tm)$ hique pulſus temporis interuallis $2\,AB\sqrt{\frac{b}{2ga}}$ ſe inſequentur. His autem duobus caſibus quaterni pulſus in vnum vniuntur quam ob cauſam etiam hi pulſus complexi alia proprietate praediti ſunt ac pulſus ſimplices propagati.

Scholion 1.

57. Quae hactenus hic ſunt tradita de pulſuum indole et propagatione, Phyſicis occaſionem praebere poſſunt in naturam tam ſonorum quam auditus accuratius inquirendi. In quo negotio imprimis erit
Tab. VI. Fig. 34. perpendendum, ſi pulſus a quacunque cauſa excitatus ſecundum directionem AB in aere propagetur, et nunc quidem ſpatium YX occupet; eius naturam

ſemper

ſemper vna quadam linea curua XZY repraeſentari poſſe, quae ſimul ſit ſcala denſitatum et celeritatum etiamſi in pulſu principali hae duae ſcalae maxime fuerint diuerſae; hoc autem de pulſibus ſimplicibus eſt intelligendum, non vero de complexis, qui ex pluribus ſimplicibus a contrariis plagis in eundem locum venientibus coaleſcunt, cuiusmodi ſunt ii, quos in coroll. 2 et 3 deſcripſi. Dum igitur pulſus ille ſimplex in ſpatio XY verſatur, primum eius latitudo XY conſiderari debet intra quam aër de ſtatu aequilibrii eſt deturbatus, extra eam vero vbique quieſcit: quo enim haec latitudo fuerit maior eo plenior quaſi erit ſonus. Deinde curua illa XZY hoc modo aeris agitationem declarat: ea ſcilicet aeris particula quae ante pulſus aduentum erat in S nunc erit translata in s, vt ſit ſpatiolum $Ss =$ areae XSZ ad lineam illam rectam, qua vnitas deſignatur, applicatae: tum vero eius denſitas q ita erit comparata, vt ſit $q = B(1 + SZ)$ denotante B denſitatem naturalem ſeu erit $SZ = l\frac{q}{B}$, motu autem ſimul verſus B feretur, cuius celeritas erit $= SZ\sqrt{\frac{2ga}{b}}$. Eadem autem hic recta pro vnitate aſſumta eſt intelligenda, qua in ſcalis pulſus principalis conſtruendis fuerimus vſi. Quodſi ergo aër hac agitatione ad aurem perferatur, hinc erit colligendum, quomodo auditus organum afficiatur.

Scholion 2.

58. In figura totam curuam XZY ſupra axem deſcriptam exhibeo; id quod euenit, cum in

toto pulſus interuallo denſitas aeris naturali eſt maior, ſimulque ſingulae aeris particulae motu verſus B directo ſint praeditae: quod ſi eueniat poſtrema pulſus particula ex Y in y erit translata vt ſit ſpatiolum $Yy =$ areae XZY, hoc ſcilicet caſu vniuerſus aër poſt pulſum ab agitatione praecedente per tantum ſpatiolum ſucceſſiſſe eſt intelligendus. Quod ſi talis ſucceſſio non contingat vt poſtrema pulſus particula Y in loco ſuo naturali perſiſtat, curua XZY agitationem exhibens ita erit comparata vt partim ſupra partim infra axem ſit diſpoſita, eiusque area negatiua YZ′O poſitiuae XZO fiat aequalis. Tum igitur ſi pars ſuperior antecedat, ad aurem prius perferentur aeris particulae naturali denſiores et in plagam B motae, poſt vero ſequentur particulae rariores, motum retro directum habentes. Ex quo concludendum videtur, eſſentiale ſonorum diſcrimen in hoc eſſe conſtituendum, prout pars ſuperior XZO vel praecedat vel ſequatur. Si eueniret vt haec curua ter vel quinquies axem XY ſecaret, inde ſine dubio peculiares affectiones in ſonum redundarent. Semper autem figura huius curuae XZY, maxime eſſentiale diſcrimen ſonorum repraeſentare eſt cenſenda; eo nimirum diſcrimine remoto quod a ſucceſſione plurium pulſuum proficiſcitur. Quanquam autem haec ex ſola conſideratione tuborum aeque amplorum ſunt deducta, tamen multo latius patent, et per ea quae circa tubos inaequaliter amplos perſcrutari licebit confirmabuntur.

Tab. VI. Fig. 85.

CAPVT