DISQVISITIO DE LENTIBVS OBIECTIVIS TRIPLICATIS,

QVAE VEL NVLLAM CONFVSIONEM PARIANT, VEL ETIAM DATAM CONFVSIONEM A RELIQVIS LENTIBVS ORTAM DESTRVERE VALEANT.

Auctore

L. EVLERO.

§. 1.

Cum hoc argumentum a me iam saepius, ac praecipue in *Dioptrica* esset pertractatum, plerumque ternas lentes sibi iungendas ita proxime adaptare assumsi, vt earum distantiae inter se pro nihilo haberi possent: Id quod in praxi nullo modo exsequi licet, cum omnes certam distantiam focalem habentes necessario certam quandam crassitiem obtinere debeant, ita vt centra lentium ad minimum tanto interuallo a se inuicem sint remota; hinc autem effectus nullius confusionis quem in his lentibus intendebam tantopere perturbatur, vt saepe adhuc maiorem confusionem producere queant, quam si earum loco lentes simplices adhiberentur. Nunc mihi

mihi hoc imprimis erit propositum, vt in determinatione huiusmodi lentium triplicatarum etiam crassitiei rationem sim habiturus, hoc enim facto demum tales lentes ad Praxin cum successu accommodare licebit.

§. 2. Praeterea vero, in id mihi potissimum esse incumbendum, arbitror, vt huiusmodi lentibus quam maximam aperturam conciliem, quandoquidem hoc imprimis desiderari solet, vt tubi dioptrici quam minimam longitudinem adipiscantur, quem scopum commodissime attingemus, si pro data distantia focali lentes triplicatae maximam aperturam admittunt: Quare cum apertura maximam partem a lente concaua crystallina pendere soleat, ei pro data distantia focali talem figuram tribui conueniet, quae maximae aperturae sit capax, id quod sine dubio obtinetur, si illi vtrinque eadem curuatura inducatur, tum enim diameter aperturae semissi radii curuaturae aequalis accipi poterit: Tum autem praecipue cauendum erit, ne vel in prima vel in tertia lente adhuc minor radius curuaturae occurrat.

§. 3. His igitur conditionibus principalibus praemissis, lentem triplicatam ita ex tribus lentibus componi assumo, vt prima et tertia ex vitro coronario dicto, cui ratio refractionis respondet vt 1,53 ad 1, media vero ex vitro crystallino ab Anglis *Flint-Glass* vocato, cui ratio refractionis respondeat vt 1,58 ad 1. parari debeat. Pro his igitur tribus lentibus, earum distantias focales contemtemplari oportet, quarum prima nobis ſit $= p$, ſecunda $= q$ ac tertia $= r$: Vbi intelligi debet, primam p ac tertiam r, fore poſitiuas, mediam vero q negatiuam, quae cum vtrinque eſſe debeat aequaliter concaua, radius vtriusque faciei erit $= 1,16.q$, vnde haec lens admittet aperturam cuius ſemidiameter quaſi erit $0,29q$; ex quo iam patet lentes triplicatas eo fore perfectiores quo maior prodierit quantitas q, pro data ſcilicet diſtantia focali totius lentis triplicatae quam perpetuo deſignabimus littera Π, ita vt obiecta maxime remota poſt talem lentem ad diſtantiam $= \Pi$ repraeſententur.

§. 4. Quoniam igitur diſtantiae focales p, q, r ad iſtam quantitatem Π certam relationem tenere debent, ponamus ſtatim eſſe

$$p = \frac{\Pi}{f}; \quad q = \frac{\Pi}{g} \quad \text{et} \quad r = \frac{\Pi}{h},$$

tum vero diſtantias inter lentem primam et ſecundam pariter atque inter ſecundam et tertiam, commode inter ſe aequales ſtatuere licebit; ſit igitur vtraque haec diſtantia $= \frac{\Pi}{k}$, quam inter centra ſeu puncta media binarum lentium contiguarum accipi eſt intelligendum. At quia in nulla harum lentium maiores arcus quam triginta graduum ad ſummum admittere fas eſt, lens autem media maximam aperturam habere cenſetur; eius tota craſſities minor eſſe nequit quam $\frac{1}{15} q$, hinc ne lentes ſe mutuo plane contingant ſufficiet hanc diſtantiam ſtatuiſſe $= \frac{1}{18} q$: hoc enim modo libertas nobis relinquetur, iſtam diſtantiam paulisper ſiue augendi ſiue minuendi; id quod in praxi maximam afferet vtilitatem; hinc igitur cum g ſit quantitas negatiua in poſterum ſtatuemus $k = -12g$.

§. 5. Nunc igitur ſi ſecundum praecepta dioptrica diſtantias determinatrices pro prima lente ponamus a et α, pro ſecunda b et β et pro tertia c et γ: Statim erit $a = \infty$ et $\gamma = \Pi$, tum vero erit $\alpha = p = \frac{\Pi}{f}$, ac pro ſecunda lente $\frac{1}{b} + \frac{1}{\beta} = \frac{1}{q} = \frac{g}{\Pi}$, pro tertia autem lente $\frac{1}{c} + \frac{1}{\gamma} = \frac{1}{r} = \frac{h}{\Pi}$. Praeterea vero diſtantiae inter lentes ſtabilitae dabunt

$$\alpha + b = \frac{\Pi}{k} \text{ et } \beta + c = \frac{\Pi}{k},$$

hinc igitur cum ſit

$$\alpha = \frac{\Pi}{f} \text{ erit } b = \frac{\Pi(f-k)}{fk} \text{ et } \frac{1}{b} = \frac{fk}{\Pi(f-k)};$$

deinde quia eſt

$$\frac{1}{c} = \frac{h-1}{\Pi} \text{ ideoque } c = \frac{\Pi}{h-1}.$$

vnde ex poſtrema aequalitate prodit

$$\beta = \frac{\Pi(h-k-1)}{k(h-1)} = \frac{fk}{fg-gk-fk} \text{ ideoque } \frac{1}{\beta} = \frac{k(h-1)}{\Pi(h-k-1)};$$

cum igitur ſit $\frac{1}{b} + \frac{1}{\beta} = \frac{g}{\Pi}$ hinc erit

$$\frac{1}{\beta} = \frac{fg+fk-gk}{\Pi(f-k)} = \frac{k(h-1)}{\Pi(h-k-1)}$$

vnde conſequimur

$$\frac{h-k-1}{k(h-1)} = \frac{f-k}{fg-fk-gk} = \frac{1}{k} - \frac{1}{h-1}$$

hincque porro

$$\frac{1}{h-1} = \frac{1}{k} - \frac{f+k}{fg-fk-gk} = \frac{fg-2fk-gk+kk}{k(fg-fk-gk)}$$

conſequenter erit

$$h-1 = \frac{k(fg-fk-gk)}{fg-2fk-gk+kk}$$

vnde

vnde colligimus

$$f+g+b-1=\frac{fg(f+g)-k(2ff+2fg+gg)}{fg-2fk-gk+kk},$$

qui denominator etiam ita exprimi poterit

$$(k-f)(k-g)-fk;$$

hae igitur expressiones, posito $k=-12g$ sequentes induent formas

$$b-1=\frac{-12g(13fg+12gg)}{13g(f+12g)+12fg}=\frac{-12g(13f+12g)}{25f+156g} \text{ et}$$

$$f+g+b-1=\frac{25ff+25fg+12gg}{25f+156g}.$$

§. 6. Praeterea vero secundum praecepta in dioptrica tradita formentur hinc sequentes quantitates

I°. $P=\frac{-\alpha}{b}=\frac{k}{k-f}$; II°. $Q=\frac{-\beta}{c}=\frac{k+1-b}{k}=1-\frac{b-1}{k}=\frac{k(k-f)}{fg-2fk-gk+kk}$ ita vt sit $PQ=\frac{kk}{(k-f)(k-g)-fk}$: III°. $\frac{+f(b-k-1)}{(b-1)(f-k)}$ $=\frac{f}{f-k}-\frac{fk}{(b-1)(f-k)}$; IV°. $\mathfrak{B}=\frac{q}{b}=\frac{fk}{g(f-k)}$;

V°. $C=\frac{\gamma}{c}=b-1$ VI°. $\mathfrak{C}=\frac{r}{c}=\frac{b-1}{b}$

sumto igitur $k=-12g$ erit

$P=\frac{12g}{f+12g}$; $PQ=\frac{144g}{25f+156g}$; $B=\frac{-12f}{13f+12g}$ et $\mathfrak{B}=\frac{-12f}{f+12g}$.

§. 7. His valoribus constitutis qui dispositionem lentium in genere respiciunt, confusionem a radiorum diuersa refractione oriundam e medio tollere aggrediamur. Sit igitur pro vitro coronario ratio refractionis radiorum mediorum $=n:1$ radiorum vero extremorum vt $n+dn:1$; simili modo sit pro vitro crystallino refractio radiorum mediorum $=n':1$ extremorum autem vt $n'+dn':1$,

 ita

ita vt formalae differentiales dn et dn' dispersionem radiorum exprimant. Iam si ponamus $\frac{dn}{n-1} : \frac{dn'}{n'-1} = \zeta : \eta$, in dioptrica demonstraui, confusionem hinc natam penitus tolli, si satis fiat huic aequationi

$$\zeta . p + \frac{\eta q}{\mathfrak{B}^2} + \frac{\zeta r}{B^2 \mathfrak{C}^2} = 0$$

quae ob

$$p = \frac{\Pi}{f};\ q = \frac{\Pi}{g} \text{ et } r = \frac{\Pi}{h}$$

abit in hanc formam

$$\frac{\zeta}{f} + \frac{\eta}{\mathfrak{B}^2 g} + \frac{\zeta}{B^2 \mathfrak{C} h} = 0.$$

§. 8. *Dollondus* autem per experimenta inuenit, esse proxime $dn : dn' = 2 : 3$, cum ergo sit $n - 1 : n' - 1 = 53 : 58$ erit $\zeta : \eta = \frac{2}{53} : \frac{3}{58}$, ideoque proxime $\zeta : \eta = 3 : 4$; cum enim ratio illa dollondiana $2 : 3$ vt pote ex experimentis conclusa nunquam pro exacta haberi queat, aliquantillum ab ea recedere licebit, et ratio $\zeta : \eta = 3 : 4$ veritati aeque consentanea haberi potest, ac ipsa dollondiana $= 2 : 3$; hinc igitur per ζ diuidendo aequatio nostra, confusionem tollens erit

$$\frac{1}{f} + \frac{4}{3 \mathfrak{B}^2 g} + \frac{1}{B^2 \mathfrak{C}^2 k} = 0$$

haecque aequatio etsi tantam confusionem ex ipsa lente obiectiua oriundam destruit, tamen quia lentes sequentes in hac expressione valores vix sensibiles producerent, eos eo magis omittere licebit, quod ipsa ratio $3 : 4$ vero tantum proxima est censenda. Interim tamen necesse est reliquas lentes ita disponi, vt mar-

margini colorato occurratur, quem in finem regulae in dioptrica traditae sollicite erunt obseruandae.

§. 9 Quo igitur hanc aequationem euoluamus ex precedentibus esse patet

$$\mathfrak{B} = \frac{-12f}{f+12g} = -\frac{f}{g}\cdot\frac{12g}{f+12g},$$

hincque

$$\frac{1}{\mathfrak{B}} = -\frac{g}{f}\cdot\frac{f+12g}{+12g},$$

ponamus autem

$$\frac{1}{\mathfrak{B}} = -\frac{g}{f}\cdot \mathrm{G}, \text{ ita vt sit } \mathrm{G} = \frac{f+12g}{12g}$$

ita vt secundus terminus nostrae aequationis fiat

$$= \frac{4g}{3ff}\mathrm{G}\mathrm{G},$$

pro tertio autem termino quia habemus

$$\mathrm{B} = \frac{-12f}{13f+12g} \text{ et } \mathfrak{C} = \frac{b-1}{b} = \frac{-12g(13f+12g)}{b(25f+156g)}$$

erit $\mathrm{B}\,\mathfrak{C} = \frac{144fg}{b(25f+156g)} = \frac{f}{b}\cdot\frac{144g}{25f+156g}$

hincque

$$\frac{1}{\mathrm{B}\,\mathfrak{C}} = \frac{b}{f}\cdot\frac{25f+156g}{144g}.$$

Ponatur autem

$$\frac{1}{\mathrm{B}\,\mathfrak{C}} = \frac{b}{f}\cdot \mathrm{H} \text{ ita vt sit } \mathrm{H} = \frac{25f+156g}{144g}$$

vnde terminus tertius euadet $= \frac{b}{ff}\mathrm{H}\mathrm{H}$, quare per ff multiplicando aequatio nostra erit

$$f + \tfrac{4}{3}g\,\mathrm{G}\mathrm{G} + b\,\mathrm{H}\mathrm{H} = 0.$$

§. 10. Cum ante esset

$$b - 1 = \frac{-12g(13f+12g)}{25f+156g},$$

[illegible] nunc

nunc nacti sumus duas aequationes quibus satisfieri oportet, quarum prior est

$$h = 1 - \frac{12g(13f + 12g)}{25f + 156g}$$

altera vero

$$f + \tfrac{4}{3}g\,GG + h.\,HH = 0$$

existente

$$G = \frac{f + 12g}{12g} \quad \text{et} \quad H = \frac{25f + 156g}{144g},$$

in quibus cum tantum tres litterae f, g et h occurrant binas quasque per tertiam definire licebit.

§. 11. Nunc autem imprimis attendamus ad eam conditionem, qua requiritur, vt, neque in prima, neque tertia lente vlla occurrat curuatura quae maior sit quam secundae lentis, vnde statim manifesto sequitur, distantias focales p et r maiores esse debere quam q, quia ergo distantiae reciproce sunt proportionales litteris f, g et h, necesse est vt f et h minores sint quam g, seu potius quam $-g$, quia g est vt vidimus numerus negatiuus, cui conditioni quemadmodum satisfieri poterit, ex casu quo crassities lentis plane negligitur, facillime colligere poterimus, tum autem erit

$$f + g + h = 1 \quad \text{et} \quad f + \tfrac{4}{3}g + h = 0,$$

vnde statim fit

$$g = -3 \quad \text{et} \quad f + h = 4$$

quod si iam ponamus $g = -\vartheta f$, vtique debet esse $\vartheta > 1$, et quia hinc est $f = \frac{3}{\vartheta}$ erit $h = \frac{4\vartheta - 3}{\vartheta}$; quia igitur $h < 3$ necesse est vt sit $\vartheta < 3$ quocirca haec con-

conditio postulat vt numerus ϑ intra limites 1 et 3 accipiatur.

§. 12. Ponamus nunc in genere esse $g = -\vartheta f$ et quia crassities vere tam est parua, quam circumstantiae permittunt, iidem limites pro ϑ dati, etiamnunc locum habebunt; Introducto autem hoc valore fiet

$$G = \frac{12\vartheta - 1}{12\vartheta} \quad \text{et} \quad H = \frac{156\vartheta - 25}{144\vartheta}$$

pro aequatione posteriore

$$b = 1 + 12\vartheta f \left(\frac{12\vartheta - 13}{156\vartheta - 25}\right).$$

Ponamus autem breuitatis gratia $b = 1 + Ff$ vt sit

$$F = 12\vartheta \left(\frac{12\vartheta - 13}{156\vartheta - 25}\right)$$

qui valor in altera aequatione substitutus dabit

$$f - \tfrac{4}{3}\vartheta f GG + HH + Ff HH = 0$$

ex qua concludimus

$$f = \frac{HH}{\tfrac{4}{3}\vartheta GG - FHH - 1};$$

Quo valore inuento bini reliqui erunt

$$g = -\vartheta f \quad \text{et} \quad b = 1 + Ff.$$

§. 13. Hic igitur numerus ϑ arbitrio nostro relinquitur, dummodo intra limites praescriptos 1 et 3 accipiatur, tum vero pro sequenti calculo reliquae litterae istos induent valores

$$P = \frac{12\vartheta}{12\vartheta - 1} \text{ siue } P = \frac{1}{G}, \quad PQ = \frac{144\vartheta}{156\vartheta - 25} \text{ ideoque}$$

$$PQ = \frac{1}{H} \text{ praeterea vero}$$

$$B = \frac{12}{12\vartheta - 13} \text{ et } \mathfrak{B} = \frac{12}{12\vartheta - 1}; \quad C = b - 1 \text{ et } \mathfrak{C} = \frac{b-1}{b}.$$

 §. 14.

§. 14. Progrediamur igitur vlterius, ac videamus, quomodo etiam alteram conditionem, ex apertura lentium oriundam destrui conueniat, et quia duo vitri genera hic in considerationem veniunt, pro vtroque certos numeros, quibus in calculo est opus, apponamus

Pro vitro coronario	Pro vitro crystallino
$\mu = 0,9875$	$\mu' = 0,8724$
$\nu = 0,2194$	$\nu' = 0,2529$
$\varrho = 0,2266$	$\varrho' = 0,1413$
$\sigma = 1,6602$	$\sigma' = 1,5827$
$\tau = 0,9252$	$\tau' = 0,8775$
$\sigma - \varrho = 1,4336$	$\sigma' - \varrho' = 1,4414$
$l(\sigma - \varrho) = 0,1564280$	$l(\sigma' - \varrho') = 0,1587845$
$l\tau = 9,9662356$	$l\tau' = 9,9432471$

vnde porro in subsidium calculi sequentis, colligantur hi logarithmi

$$l\tfrac{\mu'}{\mu} = 9,9461786$$

$$l\nu = 9,3412366$$

$$l\nu' = 9,4029488.$$

§. 15. Quia lens secunda crystallina vtrinque supponitur aeque concaua, si eius numerus arbitrarius ponatur $= \lambda'$ erit

$$\sqrt{\lambda' - 1} = \frac{(\sigma' - \varrho')}{\tau'}(\mathfrak{B} - \tfrac{1}{2}), \text{ vbi est } l\frac{(\sigma' - \varrho')}{\tau'} = 0,2155374$$

vnde elici debet valor numeri λ', deinde si pro lente prima ponatur numerus arbitrarius $= \lambda$, erit eius

Radius faciei anterioris $= \frac{p}{\sigma - \tau\sqrt{\lambda - 1}}$

Radius faciei posterioris $= \frac{p}{\varrho + \tau\sqrt{\lambda - 1}}$.

At

At pro lente tertia, ſi eius numerus arbitrarius vocetur λ'' erit eius

$$\text{Radius faciei anterioris} = \frac{r}{\sigma - \mathfrak{C}(\sigma - \varrho) + \tau\sqrt{\lambda'' - 1}}$$

$$\text{Radius faciei poſterioris} = \frac{r}{\varrho + \mathfrak{C}(\sigma - \varrho) - \tau\sqrt{\lambda'' - 1}}.$$

Pro media autem lente cryſtallina iam ſupra vidimus, radium vtriusque faciei eſſe debere $= 1,16\, q$ denique meminiſſe oportet, eſſe

$$p = \frac{\Pi}{f}; \quad q = \frac{\Pi}{g} \quad \text{et } r = \frac{\Pi}{h}.$$

§. 16. His de forma lentium praenotatis, in Dioptrica demonſtratum eſt, confuſionem inde natam proportionalem eſſe ſequenti formulae

$$\lambda - \frac{\mu'}{\mu P}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\nu'}{B\mathfrak{B}}\right) + \frac{1}{B^3 PQ}\left(\frac{\lambda''}{\mathfrak{C}^3} + \frac{\nu}{C\mathfrak{C}}\right)$$

quae ſi ponamus breuitatis gratia

$\frac{\mu'}{\mu P} = M$ et $\frac{1}{B^3 PQ} = N$ induet hanc formam

$$\lambda - \frac{M\lambda'}{\mathfrak{B}^3} - \frac{M\nu'}{B\mathfrak{B}} + \frac{N\lambda''}{\mathfrak{C}^3} + \frac{N\nu}{C\mathfrak{C}}.$$

§. 17. Quod ſi ergo ex ſequentibus lentibus oriatur confuſio ſimili modo determinanda $= O$, vt vniuerſa confuſio tollatur, fieri oportet

$$\lambda - \frac{M\lambda'}{\mathfrak{B}^3} - \frac{M\nu'}{B\mathfrak{B}} + \frac{N\lambda''}{\mathfrak{C}^3} + \frac{N\nu}{C\mathfrak{C}} + O = 0$$

§. 18. Statim ergo ac pro ϑ numerus determinatus et intra praeſcriptos limites 1 et 3 contentus accipiatur, totus calculus reſiduus nulla laborabit difficultate: inde enim primo colligantur valores litterarum F, G et H, hincque litterarum f, g et h, vnde innoteſcunt diſtantiae focales p, q et r, tum vero

vero eliciantur valores litterarum P, PQ, B, 𝔅, C et ℭ, hincque porro litterae M et N; Quod autem ad numerum ϑ attinet, conueniet pro eo aliquot hypotheses accipi, vt intelligamus, vnde distantia focalis q maximum obtineat valorem, quippe quae pro data distantia focali Π ipsius lentis triplicatae maximam admittet aperturam, id quod omnis generis telescopiis maximum inducet perfectionis gradum.

Hypothesis prima

$g = -2f$ seu $\vartheta = 2$.

§. 19. Incipiamus ab hypothesi $\vartheta = 2$, qua distantiae focales extremae, fere aeque superabunt mediam q, eritque

$F = \frac{264}{287}$ $\quad lF = 9,9637220$
$G = \frac{23}{24}$ $\quad lG = 9,9815166$ $\quad lGG = 9,96303$
$H = \frac{287}{288}$ $\quad lH = 9,9984894$ $\quad lHH = 9,99697$

vnde porro fit

$f = -1,85415$	$lf = 0,2681455$
$g = -3,70830$	$lg = (-)0,5691755$
$h = 2,70556$	$lh = 0,4322572$

$p = 0,53933\,\Pi$	$lp = 9,7318545$
$q = -0,26966\,\Pi$	$lq = (-)9,4308245$
$r = 0,36961\,\Pi$	$lr = 9,5677428$

praeterea vero habebimus

$P = \frac{24}{23}$	$lP = 0,0184834$	
$PQ = \frac{288}{287}$	$lPQ = 0,0015106$	
$B = \frac{12}{11}$	$lB = 0,0377885$	$lB^3 = 0,113365$
$\mathfrak{B} = \frac{12}{23}$	$l\mathfrak{B} = 9,7174534$	$l\mathfrak{B}^3 = 9,152360$
$C = 1,7055$	$lC = 0,2318675$	$lC^3 = 0,6956025$
$\mathfrak{C} = \frac{h-1}{h}$	$l\mathfrak{C} = 9,7996103$	$l\mathfrak{C}^3 = 9,3988309$

Porro

Porro vero

$l B \mathfrak{B} = 9,7552419$ et $l C \mathfrak{C} = 0,0314778$

tandem igitur

$l M = 9,9275952$ et $l N = 9,8851239.$

§. 20. Cum nunc fit $\mathfrak{B} = \frac{12}{23}$ erit $\mathfrak{B} - \frac{1}{2} = \frac{1}{46}$ vnde colligitur

$l \sqrt{\lambda' - 1} = 8,5527796$, hinc $l(\lambda' - 1) = 7,1055592$

vnde fit *

$\lambda' = 1,00127$

at bini reliqui numeri λ et λ'' maneant indetermi-nati, hinc igitur calculus pro confusione sequenti modo instituatur

I.	II.	III.
$l M = 9,9276952$	$l M = 9,9276952$	$l N = 9,8851239$
$l \lambda = 0,0005510$	$l \nu' = 9,4029488$	$l \mathfrak{C}^5 = 9,3988309$
$9,9282462$	$9,3306440$	$0,4862930$
$l \mathfrak{B}^3 = 9,1523602$	$l B \mathfrak{B} = 9,7552419$	
l. p. I. $0,7758860$	l. part. II $= 9,5754021$	
$5,9688 =$ part. I.	pars II $= 0,3761$	pars III $= 3,0640 \lambda''$

IV.

$l N = 9,8851239$

$l \nu = 9,3412366$

$9,2263605$

$l C \mathfrak{C} = 0,0314778$

$9,1948827$

p. IV $= 0,1566$

hinc igitur $I + II + IV = -6,1883$, quare confusio ex lente triplicata nata erit

$$\lambda + 3,0640\,\lambda'' - 6,1883,$$

ergo si confusio ex reliquis lentibus nata fuerit $= O$ omnis confusio tolletur faciendo

$$\lambda + 3,0640\,\lambda'' = 6,1883 - O.$$

§. 21. Quia distantia focalis tertiae lentis non multum superat q, imprimis cauendum est, ne vllus radius curuaturae huius lentis minor euadat quam secundae lentis qui est $1,16\,q = -0,3127$. Quia igitur est

$$\mathfrak{C}(\sigma - \varrho) = 0,9037 \text{ erit}$$

$$\sigma - \mathfrak{C}(\sigma - \varrho) = 0,7565 \text{ et } \varrho + \mathfrak{C}(\sigma - \varrho) = 1,1303$$

hincque pro lente tertia erit

$$\text{radius faciei anterioris} = \frac{\tau}{0,7565 + \tau\sqrt{\lambda'' - 1}}$$

$$\text{et radius faciei posterioris} = \frac{\tau}{1,1303 - \tau\sqrt{\lambda'' - 1}}.$$

Hic igitur adeo statui poterit $\lambda'' = 1$, vnde pro lente tertia prodibit

$$\text{Radius faciei} \begin{cases} \text{anterioris} = 0,4886\ \mathrm{II} \\ \text{posterioris} = 0,3270\ \mathrm{II}. \end{cases}$$

Tum autem pro confusione tollenda capi debebit

$$\lambda = 3,1243 - O$$

vnde pro constructione primae lentis erit,

$$\text{Radius faciei anterioris} = \frac{0,5393\ \mathrm{II}}{\sigma - \tau\sqrt{\lambda - 1}} = \frac{0,5829\ \mathrm{II}}{1,7944 - \sqrt{\lambda - 1}}$$

$$\text{Radius faciei posterioris} = \frac{0,5393\ \mathrm{II}}{\varrho + \tau\sqrt{\lambda - 1}} = \frac{0,5829\ \mathrm{II}}{0,2449 + \sqrt{\lambda - 1}}$$

Hinc igitur si confusio destruenda esset nulla, seu $O = 0$ foret $\lambda = 3,$

$\lambda = 3,1243$, id

Quare tum fieri del

Radius faciei

sin autem confusio t

ideoque $\lambda = 1$, in

Radius faciei

sicque tales lentes t

tollendas a minima

$O = 2,1243$ erunt

§. 22. Cum

quam occurrat, in

tertiam vtrinque aeq

$0,7565 + \tau\sqrt{\lambda'' -}$

$\tau\sqrt{\lambda'' - 1} = 0,$

vnde concluditur λ''

$3,0640\,\lambda'' = 3,$

consequenter

$\lambda = 2,9993 -$

Hoc autem casu pro

Radius vtriusque

existente lentis medi

radio vtriusque

Constructio autem le

precedentis est peten

$\lambda = 3,1243$, ideoque $\sqrt{\lambda - 1} = 1,4575$.

Quare tum fieri deberet

Radius faciei $\begin{cases} \text{anterioris} = 1,7302\, \Pi \\ \text{posterioris} = 0,3432\, \Pi \end{cases}$

sin autem confusio tollenda O fuerit maxima $= 2,1243$ ideoque $\lambda = 1$, in prima lente erit

Radius faciei $\begin{cases} \text{anterioris} = 0,3248\, \Pi \\ \text{posterioris} = 2,3746\, \Pi \end{cases}$

sicque tales lentes triplicatae ad omnes confusiones tollendas a minima scilicet $O = 0$, vtque maximam $O = 2,1243$ erunt accommodatae.

§. 22. Cum autem tanta confusio tollenda nunquam occurrat, in gratiam praxeos statuamus lentem tertiam vtrinque aequaliter conuexam, ita vt habeamus

$0,7565 + \tau\sqrt{\lambda'' - 1} = 1,1303 - \tau\sqrt{\lambda'' - 1}$ hincque

$\tau\sqrt{\lambda'' - 1} = 0,1869$,

vnde concluditur $\lambda'' = 1,0408$, vnde fit

$3,0640\,\lambda'' = 3,1890$,

consequenter

$\lambda = 2,9993 - O$.

Hoc autem casu pro tertia lente fiet

Radius vtriusque faciei $= \frac{r}{0,9434} = 0,3917\, \Pi$

existente lentis mediae

radio vtriusque faciei $= -0,3127\, \Pi$;

Constructio autem lentis primae ex formulis paragr. precedentis est petenda, statim atque valor ipsius λ fuerit

fuerit cognitus; maxima autem confufio quae per tales lentes deftrui poterit erit $O = 1,9993$. Interualla autem inter binas lentes in hac hypothefi vbique funt $\frac{1}{12} q = 0,0225$ II.

Hypothefis fecunda

$\vartheta = \frac{3}{2}$ fiue $g = -\frac{3}{2} f$

§. 23. In hac ergo hypothefi habebimus fequentes valores, primo:

$F = \frac{90}{209}$	$lF = 9,6340962$	$lGG = 9,9503528$
$G = \frac{17}{18}$	$lG = 9,9751764$	$lHH = 9,9713850$
$H = \frac{209}{216}$	$lH = 9,9856925$	

vnde porro

$f = 2,4592$	$lf = 0,3908021$
$g = -3,6888$	$lg = (-) 0,5668851$
$h = 2,0590$	$lh = 0,3136563$
$p = 0,4066$ II	$lp = 9,6091979$
$q = -0,2711$ II	$lq = (-) 9,4331149$
$r = 0,4857$ II	$lr = 9,6863437$

Ex his valoribus porro confequimur,

$P = \frac{18}{17}$	$lP = 0,0248236$	
$PQ = \frac{216}{209}$	$lPQ = 0,0143075$	
$B = \frac{12}{5}$	$lB = 0,3802112$	$lB^3 = 1,1406336$
$\mathfrak{B} = \frac{12}{17}$	$l\mathfrak{B} = 9,8487323$	$l\mathfrak{B}^3 = 9,5461969$
	$lB\mathfrak{B} = 0,2289435$	
$C = h - 1$	$lC = 0,0248983$	$lC^3 = 0,0746949$
$\mathfrak{C} = \frac{h-1}{h}$	$l\mathfrak{C} = 9,7112420$	$l\mathfrak{C}^3 = 9,1337260$
	$lC\mathfrak{C} = 9,7361403$	

Tandem

Tandem vero

$lM = 9,921355$

§. 24. Cum n

vnde colligitur

$l\sqrt{\lambda' - 1} = 9,529$

et $\lambda' = 1,11437$, b

neant indeterminati;

fione fequenti modo

I.
$lM = 9,9213550$
$l\lambda' = 0,0460294$
$9,9673844$
$l\mathfrak{B}^3 = 9,5461969$
$l.p.I = 0,4211875$
Pars I $= 2,6375$

hinc igitur

$I + II + IV =$

quare confufio ex le

$\lambda + 0,5144\,\lambda'' -$

Tandem vero

$$lM = 9,9213550 \text{ et } lN = 8,8450589.$$

§. 24. Cum nunc ſit $\mathfrak{B} = \frac{12}{17}$ erit $\mathfrak{B} - \frac{1}{2} = \frac{7}{34}$, vnde colligitur

$$l\sqrt{\lambda' - 1} = 9,5291565, \text{ hinc } l(\lambda' - 1) = 9,0583130$$

et $\lambda' = 1,11437$, bini reliqui numeri λ et λ'' maneant indeterminati; hinc igitur calculus pro confuſione ſequenti modo inſtituatur

I.	II.	III.
$lM = 9,9213550$	$lM = 9,9213550$	$lN = 8,8450589$
$l\lambda' = 0,0460294$	$l\nu' = 9,4029488$	$l\mathfrak{C}^3 = 9,1337260$
$9,9673844$	$9,3243038$	$9,7113329$
$l\mathfrak{B}^3 = 9,5461969$	$lB\mathfrak{B} = 9,2289435$	
$l.p.I = 0,4211875$	$l.p.II = 9,0953603$	
Pars I $= 2,6375$	pars II $= 0,1245$	pars III $= 0,5144\lambda''$

IV.

$$lN = 8,8450589$$
$$l\nu = 9,3412366$$
$$8,1862955$$
$$l\mathfrak{C}C = 9,7361403$$
$$8,4501552$$
$$\text{pars IV} = 0,0282$$

hinc igitur

$$I + II + IV = -2,7338,$$

quare confuſio ex lente triplicata nata erit

$$\lambda + 0,5144\,\lambda'' - 2,7338,$$

ſi ergo confuſio ex reliquis lentibus nata eſſet $= \mathrm{O}$ omnis confuſio tolleretur, faciendo

$$\lambda + 0,5144\,\lambda'' = 2,7338 - \mathrm{O}.$$

§. 25. Quia hic coefficiens ipſius λ'' multo minor eſt quam caſu precedente, parum refert, vtrum numerus λ'' aliquanto maior minorue accipiatur, praecipue, cum vnitatem non multum ſuperare debeat, quare in commodum praxis ſtatuamus tertiam lentem vtrinque aeque conuexam, vt ſit radius vtriusque faciei

$$= 1,06\,r = 0,5145\ \mathrm{II};$$

tum vero debet eſſe

$$\sqrt{\lambda'' - 1} = \left(\frac{\sigma - \varrho}{\tau}\right)\left(\mathfrak{C} - \tfrac{1}{2}\right).$$

Quia igitur

$$\mathfrak{C} - \tfrac{1}{2} = 0,0143 \quad \text{et} \quad l\frac{\sigma - \varrho}{\tau} = 0,1901924 \text{ erit}$$

$$l\sqrt{\lambda'' - 1} = 8,3455284 \quad \text{et} \quad l(\lambda'' - 1) = 6,6910568$$

hincque $\lambda'' = 1,0005$ ideoque $0,5144\lambda'' = 0,5147$; vnde pro omni confuſioni tollenda erit

$$\lambda = 2,2191 - \mathrm{O}.$$

Pro lente ſecunda autem radius vtriusque faciei

$$= 1,16\,q = 0,3144\ \mathrm{II},$$

ſimulque interualla inter binas lentes $= 0,0226\ \mathrm{II}$.

§. 26. Supereſt igitur ſola lens prima, pro qua eſſe debet $\lambda = 2,2191 - \mathrm{O}$, tum vero erit radius faciei anterioris $= \frac{p}{\sigma - \tau\sqrt{\lambda - 1}}$, poſterioris vero

$ro = \frac{p}{\rho + \tau\sqrt{\lambda - 1}}$; vbi notandum, si sumeretur $\lambda = 1$, priorem radium minorem esse prodituturum quam secundae lentis, quare cum sit $p = -\frac{3}{2}q$, quaeramus λ, vt hi radii aequentur, debet esse

$$\frac{1}{2,32} = \sigma - \tau\sqrt{\lambda - 1} = 1,2931 \text{ hincque } \tau\sqrt{\lambda - 1} = 0,3671$$

atque hinc patet, numerum λ minorem capi non posse quam 1, 1574 sicque maxima confusio quam hoc casu tollere licebit erit $O = 1, 0617$ quae pro omnis generis telescopiis abunde sufficit. Haec igitur hypothesis precedenti longe anteferenda videtur, propterea quod distantia focalis lentis mediae aliquanto maior est inuenta quam ante, ex quo operae pretium erit inquirere, an numerum ϑ vlterius diminuendo, lucrum adhuc magis increscat, vnde sequentem hypothesin euoluamus.

Hypothesis tertia

$$\vartheta = \tfrac{4}{3} \text{ siue } g = -\tfrac{4}{3}f.$$

§. 27. Primo igitur hinc quaeramus litteras F, G et H sequentem in modum

$F = \frac{16}{61}$	$lF = 9,4187902$	
$G = \frac{15}{16}$	$lG = 9,9719713$	$lGG = 9,9439426$
$H = \frac{61}{64}$	$lH = 9,9791498$	$lHH = 9,9582996$

vnde porro colliguntur

$f = 2,8013$	$lf = 0,4473527$
$g = -3,7350$	$lg = (-)0,5722906$
$p = 0,3570$ II	$lp = 9,5526473$
$q = -0,2678$ II	$lq = (-)9,4277094$.

 Quia

Quia igitur q iam minor eſt quam caſu precedente, hanc hypotheſin vlterius non proſequimur, ſed potius videamus, an valorem ipſius ϑ aliquantillum augendo vltra $\frac{5}{3}$, maius lucrum conſequamur.

Hypotheſis quarta

$$\vartheta = \frac{5}{3} \text{ ſiue } g = -\frac{6}{5} f.$$

§. 28. Statim igitur quaeramus valores ſequentes

$F = \frac{28}{47}$	$lF = 9,7750601$	
$G = \frac{19}{30}$	$lG = 9,6777236$	$lGG = 9,9554472$
$H = \frac{47}{48}$	$lH = 9,9908567$	$lHH = 9,9817134$

vnde porro colligitur

$f = 2,2076$	$lf = 0,3439236$
$g = -3,6793$	$lg = (-)0,5657652$
$h = 2,3152$	$lh = 0,3645885$
$p = 0,4529\,\Pi$	$lp = 9,6560764$
$q = -0,2718\,\Pi$	$lq = (-)9,4342348$
$r = 0,4319\,\Pi$	$lr = 9,6354115.$

Quoniam hic valor ipſius q maior prodiit quam ante: intelligimus, hunc propemodum caſum eſſe omnium maximum, ac ſi valores in precedentibus caſibus erutos inter ſe comparamus, haud difficulter inde concludere licet, ipſum maximum valorem hypotheſi $\frac{59}{38}$ reſpondere, quem ergo euoluere operae pretium erit.

Hypo-

Hypothesis quinta

$$\vartheta = \tfrac{59}{36} \text{ siue } g = -\tfrac{59}{36} f.$$

§. 29. Cum igitur sit $12\,\vartheta = \frac{59}{3}$ reperiemus

$F = \frac{295}{319}$	$lF = 9{,}7546546$	
$G = \frac{56}{59}$	$lG = 9{,}9773360$	$lGG = 9{,}9546720$
$H = \frac{173}{177}$	$lH = 9{,}9900728$	$lHH = 9{,}9801456$

ex quibus consequimur,

$f = 2{,}24457$	$lf = 0{,}3511328$
$g = -3{,}67860$	$lg = (-)\,0{,}5656823$
$h = 2{,}27581$	$lh = 0{,}3561360$
$p = 0{,}44550\,\Pi$	$lp = 9{,}6488672$
$q = -0{,}27184\,\Pi$	$lq = (-)\,9{,}4343177$
$r = 0{,}44042\,\Pi$	$lr = 9{,}6438640.$

Praeterea vero $lP = 0{,}0226640$ et $lPQ = 0{,}0099272$

$B = \frac{9}{5}$	$lB = 0{,}2552725$	$lB^3 = 0{,}7658175$
$\mathfrak{B} = \frac{9}{14}$	$l\mathfrak{B} = 9{,}8681145$	$l\mathfrak{B}^3 = 9{,}4243435$
	$lB\mathfrak{B} = 0{,}0633870$	
$C = h - 1$	$lC = 0{,}1057874$	$lC^3 = 0{,}3173622$
$\mathfrak{C} = \frac{h-1}{h}$	$l\mathfrak{C} = 0{,}7496514$	$l\mathfrak{C}^3 = 9{,}2489542$
seu $\mathfrak{C} = 0{,}56189$	$lC\mathfrak{C} = 9{,}8554388$	

Tandem igitur Log. $M = 9{,}9235146$ et $lN = 9{,}2242553$.

§. 30. Iam quia secunda lens sumitur aeque concaua vtrinque, erit

$$\sqrt{\lambda - 1} = \frac{(\sigma' - \varrho')}{\tau'}\left(\mathfrak{B} - \tfrac{1}{2}\right),$$

tum vero ob rationes supra allegatas, faciamus etiam tertiam lentem aeque conuexam vtrinque, et ob

$$\mathfrak{B} - \tfrac{1}{2} = \tfrac{1}{7} \text{ et } \mathfrak{C} - \tfrac{1}{2} = 0{,}06189$$

calcu-

calculus ita ſe habebit

à $l\frac{\sigma'-\varrho'}{\tau'} = 0,2155374$	$l\frac{\sigma-\varrho}{\tau} = 0,1901924$ add.
ſubtr. $l\,7 = 0,8450980$	$l(\mathfrak{C}-\frac{1}{2}) = 8,7916205$
$l\sqrt{\lambda'-1} = 9,3704394$	$l\sqrt{\lambda''-1} = 8,9818129$
$l(\lambda'-1) = 8,7408788$	$l(\lambda''-1) = 7,9636258$
ideoque $\lambda' = 1,05506$	ideoque $\lambda'' = 1,00919$

vnde calculus pro confuſione ita inſtituetur,

Pro parte priore	*Pro parte ſecunda*
$l\,M = 9,9235146$	$l\,M = 9,9235146$
$l\lambda' = 0,0232792$	$l\nu' = 9,4029488$
$9,9467938$	$9,3264634$
$l\,\mathfrak{B}^3 = 9,4243435$	$l\,B\mathfrak{B} = 0,0633870$
l. p. I $= 0,5224503$	l. p. II $= 9,2630764$
ideoque pars I $= -3,33005$	pars II $= -0,18326$
pars II $= -0,18326$	
$-3,51331$	

Pro parte tertia	*Pro quarta parte*
$l\,N = 9,2242553$	$l\,N = 9,2242553$
$l\lambda'' = 0,0039731$	$l\nu = 9,3412366$
$9,2282284$	$8,5654919$
$l\,\mathfrak{C}^3 = 9,2489542$	$l\,C\mathfrak{C} = 9,8554388$
l. part. III $= 9,9792742$	l. p. IV $= 8,7100531$
pars III $= 0,95340$	pars IV $= 0,051293$
pars IV $= 0,05129$	
$+1,00469$	

Ergo

C

Ergo confuſio
ſi confuſio ex
debebit $\lambda = 2$,
$\lambda = 1$ confuſio
§. 31. D
prima debet eff
Anterioris =
Poſterioris =
Pro lente ſecun
Radium vtr
At pro lente te
Radium vtr
Interualla autem
$= 0,02265$
vnde ſi haec len
meter $= 0,078$
tiplicationem *m*

D
lentis obiectiua
etiam confi
nat

Ex hypo

§. 32. Con
ex tribus lentibus

Ergo confusio lentis triplicatae $\lambda - 2,50862$; vnde si confusio ex reliquis lentibus nata, fuerit $= O$, capi debebit $\lambda = 2,50862 - O$, sicque intelligitur, sumto $\lambda = 1$ confusionem tolli posse $O = 1,50682$.

§. 31. Definito autem numero λ, pro lente prima debet esse radius faciei

Anterioris $= \frac{p}{\sigma - \tau\sqrt{\lambda - 1}} = \frac{0,48154\,\Pi}{1,7944 - \sqrt{\lambda - 1}}$

Posterioris $= \frac{p}{\varrho - \tau\sqrt{\lambda - 1}} = \frac{0,48154\,\Pi}{0,2449 + \sqrt{\lambda - 1}}$.

Pro lente secunda autem, iam vidimus esse,

Radium vtriusque faciei $= -0,31532\,\Pi$.

At pro lente tertia,

Radium vtriusque faciei $= 0,46684\,\Pi$.

Interualla autem inter binas lentes debent esse

$= 0,02265\,\Pi$

vnde si haec lens aperturam admittat, cuius semidiameter $= 0,0788\,\Pi$, tum applicari poterit, ad multiplicationem m producendam, sumendo $\Pi = \frac{m}{4}$.

DESCRIPTIO

lentis obiectiuae triplicatae, perfectissimae, quae etiam confusionem, a reliquis lentibus natam destruere valeat.

Ex hypothesi quinta $\vartheta = \frac{59}{30}$ petita.

§. 32. Componitur igitur haec lens obiectiua ex tribus lentibus, quarum prima et tertia, quae ambae

ambae sunt conuexae, ex vitro coronario sunt parandae, media vero concaua ex vitro crystallino: tum ante omnia definiatur per formulas supra datas confusio, ex lentibus reliquis oriunda, quae sit $= O$ capiaturque numerus $\lambda = 2,50862 - O$, et lentis primae (cuius distantia focalis debet esse $= 0,44550\,\Pi$ vbi Π denotat distantiam focalem totius lentis triplicatae) constructio ita instituatur, vt sit.

Radius faciei anterioris $= \frac{0,48154\,\Pi}{1,7944 - \sqrt{\lambda - 1}}$ et

Radius faciei posterioris $= \frac{0,48154\,\Pi}{0,2449 + \sqrt{\lambda - 1}}$.

A medio huius lentis vsque ad medium secundae statuatur distantia $= 0,02265\,\Pi$, tum lentis secundae crystallinae vtrinque aequaliter concauae cuius distantia focalis est $= -0,27184\,\Pi$ statuatur

Radius vtriusque faciei $= -0,31532\,\Pi$,

ab huius lentis medio vsque ad medium lentis tertiae distantia etiam statuatur $= 0,02265\,\Pi$. Denique lentis tertiae distantia focalis $= 0,44042\,\Pi$ quae etiam vtrinque aequaliter conuexa fiat sumendo

Radium vtriusque faciei $= 0,46684\,\Pi$.

Quod si iam apertura definiri queat ex parte quarta minimi radii curuaturae, haec lens obiectiua aperturam admittet cuius semidiameter sit $= 0,07883\,\Pi$, sicque adhiberi poterit ad multiplicationem $= m$ producendam, si capiatur $\Pi = \frac{m}{k}$ dig.

§. 33. Quod si ergo nulla confusio fuerit tollenda, ita vt ipsa haec lens obiectiua iam purissimam imaginem repraesentet, sumi debebit

$\lambda = 2,$

O

$\lambda = 2,50862$

vnde pro lente p

Radius faciei

Eodem modo ali
tollendis, cuiusm

I°. Si co

Erit ergo $\lambda = 2$
de colligitur

Radius faciei

II°. Si c

Erit ergo $\lambda = 2,$
de fit

Radius faciei

III°. Si c

Erit $\lambda = 2,208$
bebimus

Radium faciei

IV°. Si c

Erit $\lambda = 2,10$
colligitur

Radius faciei

$\lambda = 2,50862$ vnde fit $\sqrt{\lambda - 1} = 1,22826$
vnde pro lente prima colligitur

$$\text{Radius faciei}\begin{cases}\text{anterioris} = 0,85045\,\Pi\\ \text{posterioris} = 0,32689\,\Pi.\end{cases}$$

Eodem modo aliquot casus pro confusionibus minoribus tollendis, cuiusmodi saepissime occurrunt, euoluamus.

I°. Si confusio tollenda $O = 0,10$.

Erit ergo $\lambda = 2,40862$ et $\sqrt{\lambda - 1} = 1,1868$ vnde colligitur

$$\text{Radius faciei}\begin{cases}\text{anterioris} = 0,79253\,\Pi\\ \text{posterioris} = 0,33634\,\Pi.\end{cases}$$

II°. Si confusio tollenda $O = 0,20$.

Erit ergo $\lambda = 2,30862$ et $\sqrt{\lambda - 1} = 1,1439$ vnde fit

$$\text{Radius faciei}\begin{cases}\text{anterioris} = 0,74026\,\Pi\\ \text{posterioris} = 0,34673\,\Pi.\end{cases}$$

III°. Si confusio tollenda $O = 0,30$.

Erit $\lambda = 2,20862$ et $\sqrt{\lambda - 1} = 1,0993$ vnde habebimus

$$\text{Radium faciei}\begin{cases}\text{anterioris} = 0,69276\,\Pi\\ \text{posterioris} = 0,35823\,\Pi.\end{cases}$$

IV°. Si confusio tollenda $O = 0,40$.

Erit $\lambda = 2,10862$ et $\sqrt{\lambda - 1} = 1,0528$ vnde colligitur

$$\text{Radius faciei}\begin{cases}\text{anterioris} = 0,64933\,\Pi\\ \text{posterioris} = 0,37193\,\Pi.\end{cases}$$

V°. Si confusio tollenda sit $O = 0,50$.

Erit $\lambda = 2,00862$ et $\sqrt{\lambda - 1} = 1,0043$ hincque

$$\text{Radius faciei} \begin{cases} \text{anterioris} = 0,60947\ \Pi \\ \text{posterioris} = 0,38548\ \Pi. \end{cases}$$

§. 34. Si quis forte suspicetur, discrimen in prima lente pro variis confusionibus tollendis nimis esse paruum, quam vt accurate in praxi exsequi liceat, ei fortasse hypothesis secunda supra euoluta magis arridebit, quoniam valor ipsius $\lambda = 2,2191 - O$ notabiliter minor est quam nostro casu; quanquam enim pro hac hypothesi distantia focalis q aliquanto minor est inuenta, tamen differentia tam est exigua, vt in apertura vix vllum decrementum inde nascatur; quamobrem etiam lentes obiectiuas, ex hac hypothesi deductas, hic subiungamus.

DESCRIPTIO

alius lentis obiectiuae triplicatae ex hypothesi secunda $\vartheta = \frac{1}{2}$ petita.

§. 35. Lens haec obiectiua componitur ex tribus lentibus, quarum prima et tertia, conuexae, ex vitro coronario, media vero concaua, ex vitro crystallino sunt parandae. Ante omnia igitur confusio ex lentibus reliquis oriunda, per formulas supra datas definiri debet, quae sit $= O$, capiaturque numerus $\lambda = 2,21913\ \Pi - O$ et primae lentis, distantiam focalem $= 0,40663\ \Pi$ habentis (vbi Π deno- tat,

tat diſtantiam focalem totius lentis triplicatae) ita inſtituatur conſtructio, vt ſit

$$\text{Radius faciei anterioris} = \frac{0,45950\,\Pi}{1,79142 - \sqrt{\lambda - 1}}$$

$$\text{Radius faciei poſterioris} = \frac{0,43950\,\Pi}{0,24492 + \sqrt{\lambda - 1}}.$$

Inter medium huius lentis atque medium ſecundae, ſtatuatur interuallum $= 0,02260\,\Pi$, tum, lentis ſecundae cryſtallinae vtrinque aequaliter concauae cuius diſtantia focalis $= -0,27109\,\Pi$, ſtatuatur radius vtriusque faciei $= -0,31446\,\Pi$, diſtantia autem a medio huius lentis vsque ad medium tertiae etiam ſtatuatur $= 0,02260\,\Pi$.

Denique lentis tertiae diſtantia focalis

$$= 0,48567\,\Pi$$

quae etiam vtrinque aequaliter conuexa fiat, ſumendo

$$\text{Radium vtriusque faciei} = 0,51483\,\Pi$$

Quod ſi iam apertura definiri queat ex parte quarta minimi radii curuaturae, haec lens obiectiua aperturam admittet; cuius ſemidiameter ſit $0,07861\,\Pi$, ſicque adhiberi poterit ad multiplicationem $= m$ producendam, ſi capiatur $\Pi = \frac{m}{4}$ dig.

§. 36. Quodſi ergo tollenda confuſio fuerit nulla, ita, vt haec ipſa lens obiectiua iam puriſſimam imaginem repraeſentet, ſumi debebit

$$\lambda = 2,21913 \text{ vnde fit } \sqrt{\lambda - 1} = 1,10414 \text{ fietque}$$

$$\text{Radius faciei} \begin{cases} \text{anterioris} = 0,63817\,\Pi \\ \text{poſterioris} = 0,32578\,\Pi. \end{cases}$$

Eee 2 Eodem

Eodem modo pro minoribus tollendis confusionibus aliquot casus, cuius modi saepissime occurrunt euolvamus.

I°. Si confusio tollenda fuerit $O = 0,10$.

Erit $\lambda = 2,11913$ ideoque $\sqrt{\lambda - 1} = 1,05789$ vnde consequimur

Radium faciei $\begin{cases} \text{anterioris} = 0,59672\ \Pi \\ \text{posterioris} = 0,33735\ \Pi. \end{cases}$

II°. Si confusio tollenda fuerit $O = 0,20$.

Erit $\lambda = 2,01913$ ideoque $\sqrt{\lambda - 1} = 1,00951$ vnde colligitur

Radius faciei $\begin{cases} \text{anterioris} = 0,55994\ \Pi \\ \text{posterioris} = 0,35036\ \Pi. \end{cases}$

III°. Si confusio tollenda fuerit $O = 0,30$.

Erit $\lambda = 1,91913$ ideoque $\sqrt{\lambda - 1} = 0,95871$ vnde fit

Radius faciei $\begin{cases} \text{anterioris} = 0,52590\ \Pi \\ \text{posterioris} = 0,36514\ \Pi. \end{cases}$

IV°. Si confusio tollenda fuerit $O = 0,40$.

Erit $\lambda = 1,81913$ ideoque $\sqrt{\lambda - 1} = 0,90505$ vnde oritur

Radius faciei $\begin{cases} \text{anterioris} = 0,49417\ \Pi \\ \text{posterioris} = 0,38218\ \Pi. \end{cases}$

V°. Sit confusio tollenda $O = 0,50$.

Et erit $\lambda = 1,71913$ ideoque $\sqrt{\lambda - 1} = 0,84801$ hincque

Radius

$$\text{Radius faciei} \begin{cases} \text{anterioris} = 0,46438\,\Pi \\ \text{posterioris} = 0,40213\,\Pi. \end{cases}$$

VI°. Sit denique confusio tollenda $\Theta = 0,60$.

Eritque $\lambda = 1,61913$ ideoque $\sqrt{\lambda - 1} = 0,78684$ vnde colligitur

$$\text{Radius faciei} \begin{cases} \text{anterioris} = 0,43619\,\Pi \\ \text{posterioris} = 0,42597\,\Pi. \end{cases}$$

APPENDIX

de lentibus obiectiuis duplicatis.

§. 1. Posita ipsius lentis duplicatae distantia focali $= \Pi$; fint distantiae focales, primae lentis $= p$ et secundae $= q$, fiatque vt ante $p = \frac{\Pi}{f}$ et $q = \frac{\Pi}{g}$, tum vero interuallum inter has duas lentes statuatur $= \frac{\Pi}{k}$. Vtra autem harum lentium sit ex vitro vel coronario vel crystallino paranda, hic in limine nondum definimus, sed sufficiat notasse, lentem coronariam semper fore conuexam, eiusque distantiam focalem minorem quam alterius lentis crystallinae, quae semper erit concaua; hinc, vt lens duplicata maximam admittat aperturam, conueniet lentem coronariam vtrinque fieri aeque conuexam, vt eius curuaturae radii pars quarta praebeat semidiametrum aperturae; tum vero vtique erit cauendum, ne alterius lentis crystallinae alteruter radius curuaturae minor prodeat.

§. 2. Sint iam harum lentium diſtantiae determinatrices, pro prima a et α, pro ſecunda autem b et β, eritque ſtatim $a = \infty$ et $\beta = \Pi$, tum vero habebitur

$$\alpha = p = \frac{\Pi}{f}, \text{ et } \frac{1}{b} + \frac{1}{\beta} = \frac{1}{q} = \frac{g}{\Pi} \text{ vnde ob}$$

$$\beta = \Pi \text{ fiet } \frac{1}{b} = \frac{g-1}{\Pi} \text{ ideoque } b = \frac{\Pi}{g-1}.$$

Cum igitur eſſe debeat diſtantia lentium $\alpha + b = \frac{\Pi}{k}$ habebitur iſta aequatio

$$\frac{1}{f} + \frac{1}{g-1} = \frac{1}{k} \text{ ideoque } g - 1 = \frac{fk}{f-k}$$

ex his autem valoribus deducantur ſequentes

$$P = -\frac{\alpha}{b} = \frac{1-g}{f} = \frac{k}{k-f} \text{ et } B = \frac{\beta}{b} = g - 1 = \frac{fk}{f-k}$$

hincque

$$\mathfrak{B} = \frac{B}{1+B} = \frac{g-1}{g} \text{ ſicque erit } \mathfrak{B}\, b = \frac{\Pi}{g} = q.$$

§. 3. Quod ſi nunc $\zeta : \eta$ exprimat rationem diſperſionis primae lentis, quae ergo, vt ſupra oſtendimus erit vel $3:4$ vel $4:3$, deſtructio confuſionis a diuerſa radiorum refractione oriunda poſtulat hanc aequationem

$$\zeta p + \frac{\eta q}{\mathfrak{B}^2} = q \text{ ſiue } \frac{\zeta}{f} + \frac{\eta}{\mathfrak{B}^2 q} = 0$$

quia vero eſt

$$\mathfrak{B} = \frac{g-1}{g} = \frac{fk}{g(f-k)} = -\frac{f}{g}\left(\frac{k}{k-f}\right)$$

haec aequatio induet hanc formam

$$\zeta f + \eta g \left(\frac{k-f}{k}\right)^2 = 0,$$

quod ſi iam k per f determinatur, eiusque multiplo cuipiam aequetur, vt ſit $k = if$, erit haec aequatio

$$\zeta f + \eta g \left(\frac{i-1}{i}\right)^2 = 0$$

pre-

precedens vero aequatio dat

$$g - 1 = \frac{if}{1 - i} \text{ ita vt fit } f = \frac{(g-1)(1-i)}{i}$$

quo valore in altera aequatione fubftituto erit

$$\frac{\zeta(1-i)(g-1)}{i} + \eta g\left(\frac{i-1}{i}\right)^2 = 0 \text{ fiue}$$

$$\zeta i(g-1) + \eta g(1-i) = 0$$

vnde colligitur fore

$$g = \frac{\zeta i}{\zeta i - \eta i + \eta} \text{ confequenter } f = \frac{-\eta(i-1)^2}{i(\zeta i - \eta i + \eta)}$$

quocirca duos cafus euolui oportet, prouti prima lens fuerit vel coronaria vel cryftallina.

CASVS PRIMVS

quo prima lens ex vitro coronario, fecunda vero ex vitro cryftallino parantur.

§. 4. Hic igitur erit $\zeta = 3$ et $\eta = 4$, vnde valores inuenti prodibunt

$$f = \frac{4(i-1)^2}{i(i-4)} \text{ et } g = \frac{-3i}{i+4}$$

cum iam prima lens fit coronaria et conuexa, ex ea interuallum lentium ita definiatur, vt fit $k = 12f$ ideoque $i = 12$, confequenter omnia iam perfecte funt determinata, fcilicet

$f = \frac{121}{24}$	$p = \frac{24}{121}\Pi$	$P = \frac{78}{121}$
$g = -\frac{9}{4}$	$q = -\frac{4}{9}\Pi$	$B = -\frac{15}{4}$
		$\mathfrak{B} = \frac{13}{9}$

et diftantia inter binas lentes erit $= \frac{1}{12}p = \frac{2}{121}\Pi$.

§. 5. Confideremus nunc confufionem ab apertura

tura lentium natam, quae ex hac formula debet definiri

$$\lambda - \frac{\mu'}{P\mu}\left(\frac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3} + \frac{\nu'}{B\mathfrak{B}}\right)$$

vbi pro prima lente vſurpari debent numeri ſupra indicati μ, ν, ϱ, σ, τ; pro ſecunda autem lente iſti μ', ν', ϱ', σ', τ'; iam quia prima lens debet vtrinque eſſe aeque conuexa, radius vtriusque faciei erit $= 1,06\,p$ numerus autem arbitrarius λ ita determinari debet vt ſit

$$\sqrt{\lambda - 1} = \frac{(\sigma - \varrho)}{\tau}\left(-\frac{1}{B}\right)$$

vnde colligitur

$$\lambda = 1,60024,$$

pro altero membro ſupputando eſt

$$l\frac{1}{P} = 0,1906908 \text{ hincque } l\frac{\mu'}{\mu P} = 0,1368694$$

porro

$$lB = (-)\,0,5118834 \text{ et } l\mathfrak{B} = 0,1597008 \text{ ergo}$$

$$lB\mathfrak{B} = (-)\,0,6715842$$

vnde calculus ita ſe habebit

$l\frac{\mu'}{\mu P}$	$= 0,1368694$	$l\frac{\mu'}{P\mu}$	$= 0,1368694$
$l\mathfrak{B}^3$	$= 0,4791024$	add. $l\nu$	$= 9,3412366$
l primae p.	$= 9,8897670$		$9,4781060$
		ſubtr. $lB\mathfrak{B}$	$= 0,6715842\,(-)$
		l. part. ſec.	$= 8,8065218\,(-)$
pars prima	$= -0,77583\,\lambda'$	pars ſecunda	$= +0,06405.$

Hinc igitur confuſio ex lente duplicata nata erit

$$1,66429 - 0,77583\,\lambda'$$

vnde

vnde si confusio ex reliquis lentibus nata fuerit $= O$ debet esse

$$1,66429 - 0,77583\,\lambda' - O = 0$$

ex qua colligitur

$$\lambda' = 2,14520 + 1,28894\,O.$$

§. 6. Inuento autem hoc numero λ' constructio secundae lentis ita est dirigenda, vt fiat

Radius faciei anterioris $= \dfrac{q}{\sigma' - \mathfrak{B}(\sigma' - \varrho') + \tau'\sqrt{\lambda' - 1}}$ et

Radius faciei posterioris $= \dfrac{q}{\varrho' + \mathfrak{B}(\sigma' - \varrho') - \tau'\sqrt{\lambda' - 1}}$

vbi erit

$\mathfrak{B}(\sigma' - \varrho') = 2,08202$ hinc $\sigma' - \mathfrak{B}(\sigma' - \varrho') = -0,4993$ et

$\varrho' + \mathfrak{B}(\sigma' - \varrho') = 2,2233$

quocirca habebimus

Radium faciei anterioris $= \dfrac{-0,4444\,\Pi}{-0,4493 + \tau'\sqrt{\lambda' - 1}}$

Radium faciei posterioris $= \dfrac{-0,4444\,\Pi}{2,2233 - \tau'\sqrt{\lambda' - 1}}$

vbi est $l\lambda' = 0,2041851$, praeterea vero erit in partibus decimalibus

$p = 0,19835\,\Pi$	$lp = 9,2974322$
$q = -0,44444\,\Pi$	$lq = (-)\,9,6478131$

hinc pro prima lente, radius vtriusque faciei

$= 0,21022\,\Pi$

vnde cauendum est, ne posterioris lentis vllus radius fiat minor, interuallum autem inter binas lentes erit

$= \frac{1}{12}\,p = 0,01653\,\Pi.$

 §. 7.

§. 7. Nunc igitur videamus, qualem formam secunda lens sit habitura, si confusio destruenda O fuerit nulla, tum autem erit

$\lambda' = 2,14520$ vnde fit $\tau' \sqrt{\lambda'} - 1 = 0,93905$

ex quo pro secunda lente obtinebitur

Radius faciei anterioris $= \frac{-0,4444\,\Pi}{0,4897} = -0,90758\,\Pi$

Radius faciei posterioris $= \frac{-0,4444\,\Pi}{1,2843} = -0,34606\,\Pi$

vnde manifestum est, neutrum huius lentis Radium vnquam proditurum fore nimis paruum; quo maior enim fuerit confusio destruenda O, eo maior fiet numerus λ', ideoque ambo radii adhuc propius ad aequalitatem conuergent.

Caeterum, quia haec lens aperturum admittit semidiametri $= 0,05256\,\Pi$, pro multiplicatione $= m$ producendam statui debet $0,05256\,\Pi = \frac{m}{50}$, vnde sequitur $\Pi = \frac{m}{2,628}$ dig. siue proxime $\Pi = \frac{3}{8} m$ digitor; ita, vt multiplicatio centupla requiret distantiam focalem $= 37\frac{1}{2}$ dig.

DESCRIPTIO

Lentis obiectiuae duplicatae, cuius prior lens ex vitro coronario, posterior vero, ex crystallino est paranda.

§. 8. Quod si ipsius lentis duplicatae distantia focalis esse debeat $= \Pi$, prioris lentis distantia focalis capienda erit $= 0,19835\,\Pi$, et quia vtrinque

que aequae conuexa est formanda, vtriusque faciei radius capiatur $= 0,21023\ \Pi$; a medio huius lentis, vsque ad medium posterioris statuatur interuallum $= 0,01653\ \Pi$; posterior autem lens, ex vitro crystallino constans et concaua, habeat distantiam focalem $= -0,4444\ \Pi$, tum si confusio a reliquis lentibus oriunda fuerit $= O$ capiatur numerus

$$\lambda' = 2,14520 + 1,28894\ O$$

hincque computetur valor formulae

$$\tau' \sqrt{\lambda' - 1} = 0,8775 \sqrt{\lambda' - 1}$$

quo facto statuatur

$$\text{Radius faciei anterioris} = \frac{-0,4444\ \Pi}{-0,4493 + \tau' \sqrt{\lambda' - 1}} \text{ et}$$

$$\text{Radius faciei posterioris} = \frac{-0,4444\ \Pi}{2,2233 - \tau' \sqrt{\lambda' - 1}}.$$

Tum vero, si huic lenti duplicatae apertura detur, cuius semidiameter $= 0,05256\ \Pi$ ea adhiberi poterit, ad multiplicationem $= m$ producendam, si accipiatur $\Pi = \frac{3}{8} m$ dig.

CASVS SECVNDVS

quo prima lens ex vitro crystallino, secunda vero ex coronario paratur.

§. 9. Hic ergo erit $\zeta = 4$ et $\eta = 3$, vnde valores prodibunt sequentes

$$f = -\frac{3(i-1)^2}{i(i+3)} \text{ et } g = \frac{4i}{i+3}.$$

Cum nunc secunda lens fieri debeat vtrinque aequaliter conuexa, statui posset $k = 12 g$; verum quia

 prae-

praeſtat k ad f referre, cuius valor hic erit negativus et minor quam g, ſumamus $k = -16f$ vt ſit $i = -16$, ex quo impetrabimus

$$f = -\tfrac{167}{208}$$
$$g = \tfrac{64}{13}$$

ſin autem ſumamus $i = -15$ habebimus

$$f = -\tfrac{64}{15}$$
$$g = 5.$$

§. 10. Retineamus autem valores poſteriores

$$f = -\tfrac{64}{15} \quad \text{et} \quad g = 5,$$

vnde ſequitur

$$p = -\tfrac{15}{64}\Pi = -0,23437\Pi \quad \text{et} \quad q = \tfrac{1}{5}\Pi = 0,2000\Pi$$

quae poſterior lens, quia fieri debet vtrinque aeque conuexa, radius vtriusque faciei erit $= 0,21200\,\Pi$, ſicque aperturam admittet cuius ſemidiameter $= 0,0530\Pi$; diſtantia autem inter binas lentes

$$= -\tfrac{1}{15}p = +0,01562\,\Pi$$

deinde vero reliquae litterae erunt

$$P = \tfrac{15}{16}; \quad B = +4 \quad \text{et} \quad \mathfrak{B} = \tfrac{4}{5}.$$

§. 11. Nunc pro confuſione tollenda, quia prima lens eſt cryſtallina et concaua, formula eam exprimens erit

$$-\tfrac{\mu'}{\mu}\lambda + \tfrac{1}{P}\left(\tfrac{\lambda'}{\mathfrak{B}^3} + \tfrac{\nu'}{B\mathfrak{B}}\right)$$

vbi, cum ſecunda lens ſit vtrinque aeque conuexa erit

$$\sqrt{\lambda' - 1} = \left(\tfrac{\sigma - \rho}{\tau}\right)\left(\mathfrak{B} - \tfrac{1}{2}\right)$$

quia

quia igitur est

$\mathfrak{B} = \frac{4}{5}$ erit $\mathfrak{B} - \frac{1}{2} = \frac{3}{10} = 0,300$

vnde colligitur

$\lambda' = 1,21609.$

Deinde est

$l\frac{1}{p} = 0,0280287$ et $lB = 0,6020600$ et

$l\mathfrak{B} = 9,9030900$ hincque $lB\mathfrak{B} = 0,5051500$

vnde calculus pro secunda lente ita se habebit

$l\frac{1}{p}$	$= 0,0280287$	$l\frac{1}{p}$	$= 0,0280287$
$l\lambda'$	$= 0,0849660$	$l\nu$	$= 9,3412366$
	$0,1129947$		$9,3692653$
$l\mathfrak{B}^2$	$= 9,7092700$	$lB\mathfrak{B}$	$= 0,5051500$
l. p. I	$= 0,4037247$	l. p. II	$= 8,8641153$
pars I	$= + 2,53352$	pars II	$= 0,07016$

ergo ambae partes faciunt $2,60368$, vnde cum sit

$\frac{\mu'}{\mu} = 0,88344$

erit confusio lentis duplicatae

$-0,88344\,\lambda + 2,60368$,

si confusio ex reliquis lentibus nata sit $= O$ debebit esse

$-0,88344\,\lambda + 2,60368 + O = 0$ hincque

$\lambda = \frac{2,60368 + O}{0,88344} = 2,94720 + 1,13194\,O.$

§. 12. Hinc ergo inuento numero λ erit pro prima lente;

 Ra-

Radius faciei anterioris $= \frac{p}{\sigma' - \tau' \sqrt{\lambda - 1}} = - \frac{0,23437\,\Pi}{1,5827 - \tau' \sqrt{\lambda - 1}}$

Radius faciei posterioris $= \frac{p}{\varrho' + \tau' \sqrt{\lambda - 1}} = - \frac{0,23437\,\Pi}{0,1413 + \tau' \sqrt{\lambda - 1}}$

Hinc autem radius faciei posterioris multo prodit minor quam radius vtriusque faciei primae lentis, etiamsi confusio plane nulla esset superanda, quod incommodum multo magis vsu veniet, si etiam maior confusio deberet tolli; vnde hoc genus lentium duplicatarum penitus repudiandum videtur, nisi forte voluerimus multo maiorem distantiam focalem admittere, id quod scopo Dioptricae maxime est alienum.

DE

A P

LENTIV

TAF

Methodus

ctione

vt singulae

ponuntur se

pro multitu

oportet, co

si loco len

siue etiam t

terarum om

lum ingredi

omnibus con

piorum requ

§. 2.

maxime est

triplicatae,

induci possit,

rat, atque e