

(o)

TRAIECTV CITISSIMO

STELLAE PER DVOS CIRCVCLOS ALMICANTARATH DATOS PRO QUALIBET ELE-
VATIONE POLI.

Auctore

L. EVLERO.

§. I.

Referat circulas $BAZPab$ meridianum loci Tab. XVI
propoliti, in quo punctum Z fit zenith et P Fig. 1.
polus; tum vero circuli AMa et BNb ambo
almicantarath dati, ac ponamus quantitates, quae
nobis dantur, 1^o. complementum elevationis poli seu
distantiam poli a zenith $PZ = c$. 2^o. Distantiam
superioris almicantarath Aa a zenith Z siue arcum
 $ZA = Za = a$, inferioris autem almicantarath di-
stantiam a zenith $ZB = Zb = b$, interuallum au-
tem inter hos circulos vocetur breuitatis gratia
 $AB = d = b - a$. His igitur datis quaeritur stella S ,
quae motu suo diurno percurrens parallelum SMN
ambos almicantarath ita fecet in punctis M et N ,
vt ductis circulis horariis PM et PN angulus MPN
fiat omnium minimus, quandoquidem hic angulus
praebet mensuram temporis, quo stella spatium inter
hos almicantarath contentum traiciat. Pro hac igitur

tur stella ponamus eius distantiam a polo $PS = PM = PN = s$; vnde statim innotescet declinatio huius stellae. Vocetur vero etiam angulus horarius $M P N = Z$.

§. 2. Ante omnia autem hic obseruandum occurrit, hanc quaestionem tantum ad eas stellas fixas extendi, quae motu suo diurno per ambos circulos $A a$ et $B b$ transeunt. Primo igitur omnes eae stellae hic excluduntur, quarum distantia a polo minor est arcu $P b = b - c$, propterea quod tales stellae non transirent per circulum $B b$; deinde etiam excluduntur omnes stellae, quarum distantia a polo maior est arcu $P Z A = a + c$, propterea quod tales stellae non per circulum superiorem $A a$ transirent. His exclusis eae tantum stellae fixae relinquuntur, quorum distantia maior est quam $b - c$, simul vero minor quam $a + c$; ita vt iam certum sit distantiam quaesitam $PS = s$ contineri intra hos limites $s > b - c$ et $s < a + c$; vnde intelligitur, limitem $a + c$ maiorem esse debere quam $b - c$. Quodsi enim foret $a + c < b - c$ siue $2c < b - a$ siue etiam $c < \frac{1}{2}d$, quaestio nostra foret impossibilis; quocirca necesse est, vt arcus $P Z = c$ superet dimidium distantiae $A B = d$. Hoc autem nisi contigerit, etiam solutio, quam quaerimus, fieri debet imaginaria.

§. 3. Quoniam igitur ea distantia stellae a polo $PS = s$ requiritur; vnde angulus $M P N$ oritur omnium minimus; secundum methodum maximam et minimorum concipiamus aliam stellam $s a$ quaesita infinite parum remotam, quae motu suo diurno

diurno ambos almicantarath traiciat in punctis m et n ; ad ductis horariis Pm et Pn necesse est, vt angulus mPn etiam nunc sit aequalis angulo MPN . Vnde manifesto sequitur, angulos elementares MPm et NPn inter se aequales esse debere; quare cum sit $PM = PN$ et $pm = pn$, ambo triangula elementaria PMm et PNn inter se perfecte erunt aequalia, ideoque erunt etiam anguli PMm et PNn inter se aequales. Auferantur vtrinque anguli recti PMs et PNS ac remanebit ista aequalitas
 $\text{ang. } SMm = \text{ang. } SNn$ siue $\text{ang. } SMA = \text{ang. } SNB$.

Quoniam igitur ista aequalitas ex conditione minimi est deducta, distantia stellae a polo $PS = s$ ita definiti debet, vt parallelus a puncto P descriptus ad ambos nostros almicantarath Aa et Bb aequaliter inclinetur; ex qua proprietate solutio nostri problematis facillime deriuabitur.

§. 4. Ducatur nunc ex puncto Z ad ambo intersectionum puncta M et N circuli verticales ZM et ZN , qui ergo circulis Aa et Bb normaliter insistent. Vnde cum inuenerimus esse $\text{ang. } SMA = \text{ang. } SNB$, erunt etiam complementa SMZ et SNZ inter se aequalia; et quia anguli PMs et PNS etiam sunt recti, erunt quoque anguli ZMP et ZNP inter se aequales. Quare cum sit $ZA = ZM = a$ et $ZN = ZB = b$, praeterea vero posuerimus $PM = PN = s$, bina triangula sphaerica ZMP et ZNP non solum latus $PZ = c$ habent commune, sed etiam tam latera PM et PN , quam angulos ZMP et ZNP

Tab. XVI.

Fig. 2.

ZNP habebunt aequales. Quodsi ergo in verticali ZN abscindamus portionem $NQ = MZ = a$, erit portio $ZQ = b - a = d$; et quia iam in binis triangulis sphaericis PMZ et PNQ primo sunt latera $PM = PN = s$, deinde etiam $MZ = NQ = a$, atque insuper anguli intercepti $ZMP = ZNP$, haec triangula perfecte inter se erunt aequalia. Hinc ergo etiam aequalia erunt tertia latera $PZ = PQ = c$ et angulus $ZPM = \text{ang. } QPN$, a quibus si auferatur angulus communis MPQ , remanebunt anguli aequales $ZPQ = MPN = Z$. Sicque quia nunc in triangulo ZPQ omnia tria latera sunt cognita, scilicet $ZP = PQ = c$ et $ZQ = d$, inde statim inveniri potest angulus $ZPQ = Z$, qui nobis praebet mensuram temporis illius minimi, quo stella S ambos circulos almicantharath datos Aa et Bb traiecit.

§. 5. Cum triangulum ZPQ ob $PZ = PQ = c$ fit isosceles, bisecetur angulus ZPQ arcu PO , qui ergo erit normalis ad latus ZQ idque in O bisecabit, ita ut sit angulus $QPO = \text{ang. } ZPO = \frac{1}{2}Z$ et latus $QO = ZO = \frac{1}{2}d$; quare cum in triangulo rectangulo POQ sit hypotenusa $PQ = c$ et cathetus $QO = \frac{1}{2}d$, ex regulis Trigonometricis erit

$$\sin. OPQ = \frac{\sin. QO}{\sin. PQ} \text{ hoc est } \sin. \frac{1}{2}Z = \frac{\sin. \frac{1}{2}d}{\sin. c} \text{ Sic}$$

que innotescit minimum tempus, quo ambo circuli Aa et Bb a stella traieci possunt. Ex hac formula iam statim intelligitur, nisi fuerit $\sin. \frac{1}{2}d < \sin. c$, talem transitum fieri impossibilem, quia prodiret

$$\sin. \frac{1}{2}$$

fin. $\frac{1}{2}Z > r$ id quod egregie conuenit cum conditione initio memorata, qua obseruauimus esse $c > \frac{1}{2}d$.

§. 6. Ut nunc etiam alteram nostram incognitam s , siue distantiam stellae a polo PS obtineamus, ex triangulo PQO definiemus angulum PQO ope regulae cognitae, qua est

$$\text{cof. PQO} = \frac{\text{tang. QO}}{\text{tang. PQ}} = \frac{\text{tang. } \frac{1}{2}d}{\text{tang. } c}.$$

Hinc autem pro triangulo PQN erit

$$\text{cof. PQN} = - \frac{\text{tang. } \frac{1}{2}d}{\text{tang. } c}.$$

Sicque in hoc triangulo habemus duo latera PQ = c et QN = a cum angulo intercepto PQN; unde colligitur tertium latus PN = s ope formulae
 $\text{cof. PN} = \text{cof. PQ} \text{cof. NQ} + \text{fin. PQ} \text{fin. NQ} \text{cof. PQN}$
 hoc est

$$\text{cof. } s = \text{cof. } c \text{cof. } a - \text{fin. } a \text{cof. } c \text{tang. } \frac{1}{2}d$$

quae formula reducitur ad hanc

$$\text{cof. } s = \frac{\text{cof. } c}{\text{cof. } \frac{1}{2}d} (\text{cof. } a \text{cof. } \frac{1}{2}d - \text{fin. } a \text{fin. } \frac{1}{2}d).$$

Cum autem in genere fit

$$\text{cof. } p \text{cof. } q - \text{fin. } p \text{fin. } q = \text{cof. } (p + q)$$

hac reductione adhibita ob $a + \frac{1}{2}d = \frac{1}{2}(a + b)$ habebimus istam formulam satis concinnam

$$\text{cof. } s = \frac{\text{cof. } c \text{cof. } \frac{1}{2}(a + b)}{\text{cof. } \frac{1}{2}(b - a)}.$$

§. 7. Haec autem solutio elegantissima sine vlla Tab. XVI. analysi sequenti modo geometricè repraesentari poterit: interuallum binorum circulorum almicantarath,

508 DE TRAI. STEL. PER DVOS CIRC. ALMIC.

rath, scilicet arcus $A B$ bisequetur in puncto, C eritque $A C = B C = \frac{1}{2} d = \frac{1}{2} (b - a)$ et arcus $Z C = \frac{1}{2} (a + b)$; quibus notatis primo pro loco stellae S seu eius distantia a polo $P S$ habebitur ista determinatio

$$\text{cof. } P S = \frac{\text{cof. } P Z \text{ cof. } Z C}{\text{cof. } A C}$$

ac pro ipso tempore traiectus minimo, cuius mensura est angulus $M P N$, erit

$$\text{fin. } \frac{1}{2} M P N = \frac{\text{fin. } A C}{\text{fin. } P Z}$$

vbi arcus $P Z$ est complementum elevationis poli. Hoc igitur modo sine dubio solutionem simplicissimam problematis propositi sumus nacti, quae, nisi hoc artificium fuisset adhibitum, in calculos vehementer prolixos praecipitasset.