VERA THEORIA REFRACTIONIS ET DISPERSIONIS RADIORVM RATIONIBVS ET EXPERIMENTIS CONFIRMATA.

Auctore
L. EVLERO.

Hypothesis I.

§. 1.

Concipiantur plura media diaphana, quorum densitas continuo ita crescat, vt refractio radiorum, ex quolibet medio in sequens transeuntium, sit vbique eadem, aequalis scilicet refractioni ex primo medio in secundum. Seriem igitur horum mediorum designemus litteris A, A$'$, A$''$, A$'''$, etc. quorum primum A pro aëre vel etiam vacuo accipi poterit; hinc si differentiae inter ista media minimae vel infinite paruae statuantur, in hac serie omnino media diaphana continebuntur, quae a primo A eo magis erunt remota, quo maiorem habeant densitatem, vel quo maiorem refractionem producant, dum radii ex aëre in ea transeunt. Haec autem media perfecte diaphana assumimus, ita vt omnes radios lucis, ratione refractionis vtcunque discrepantes, aeque transmittant.

Hypothesis II.

§. 2. Sit iam $r:1$ ratio refractionis, quam subeunt radii rubri, dum ex medio primo seu aëre A in secundum medium A$'$ transeunt, atque eadem erit ratio refractionis, dum iidem radii ex medio quocunque nostrae seriei in sequens transmittuntur;

Radios

Radios autem rubros hic vocamus eos radios, qui omnium minimam refractionem patiuntur.

Corollarium.

§. 3. Ex natura igitur refractionis manifestum est, si radii rubri ex aëre seu medio A per saltum immediate in medium A'' transeant, rationem refractionis fore $= rr : 1$; ac si immediate ex aëre A in medium A''' transeant, erit ratio refractionis $= r^3 : 1$ et ita porro. Vnde generatim patet, si radii ex aëre in medium quodcunque $A^{(\lambda)}$ transeant, rationem refractionis fore $= r^\lambda : 1$.

Scholion.

§. 4. Si media in nostra serie ratione densitatis infinite parum crescant, tum ratio refractionis $r : 1$ infinite parum rationem aequalitatis superabit; eritque ergo $r = 1 + \omega$, denotante ω fractionem infinite parvam; tum autem, si ex aëre A in aliud medium quantumuis densum, quod sit $A^{(\lambda)}$, progrediamur, exponens λ erit numerus infinitus; quae autem circumstantia nihil impedit, quo minus calculus pro omnibus mediis perinde institui possit, ac si nostra series A, A', A'', A''' per differentias finitas procederet.

Hypothesis III.

§. 5. Sit simili modo $v : 1$ ratio refractionis, quam radii violacei ex aëre A in medium A' transeuntes patiuntur; atque eandem refractionem patientur radii, qui ex quocunque alio medio in immediate sequens transibunt. Radios autem violaceos hic vocamus eos, qui omnium maximam refractionem patiuntur.

Corollarium.

§. 6. Hinc igitur vt ante sequitur, si radii violacei ex aëre A immediate in medium A'' transeant, rationem fore vt $vv : 1$; at si immediate in medium A''' transeant, refractionem fore

fore vt $v^3 : 1$ et ita porro. Si ergo generatim radii ex aëre A in medium quodcunque $A^{[i]}$ transeant, ratio refractionis erit $= v^i : 1$; vbi notetur, si differentiae inter nostra media infinite parum crescant, etiam numerum v infinite parum vnitatem esse superaturum.

Problema.

§. 7. Si radii ex aëre in aliud medium quodcunque diaphanum transeant, fueritque radiorum rubrorum refractio vt $R : 1$, radiorum autem violaceorum refractio vt $V : 1$, definire relationem, quam numeri R et V inter se tenebunt.

Solutio.

§. 8. Designetur medium, de quo hic sermo est, charactere $A^{[i]}$, et iam vidimus fore refractionem radiorum rubrorum $= r^i : 1$, violaceorum vero $= v^i : 1$; vnde sequitur fore $R = r^i$ et $V = v^i$. Sumendis igitur logarithmis erit $lR = i\,lr$ et $lV = i\,lv$; vnde eliminando numerum i, quo medium propositum continetur, erit $\frac{lR}{lV} = \frac{lr}{lv}$, vbi numeri r et v, vt vidimus, determinatos suos habent valores, non pendentes a natura medii, de quo hic quaestio est, ita vt $\frac{lr}{lv}$ sit quantitas prorsus constans, quae si ponatur $= \alpha$, erit $\frac{lR}{lV} = \alpha$, sicque relatio inter nostros numeros R et V innotescit.

Corollarium 1.

§. 9. Dummodo ergo ista constans α fuerit cognita, ex data refractione radiorum rubrorum $R : 1$, statim concludere poterimus rationem refractionis radiorum violaceorum $V : 1$. Cum enim sit $lV = \frac{1}{\alpha} . lR$, erit $V = R^{\frac{1}{\alpha}}$; sin autem vicissim constet ratio radiorum violaceorum $R : 1$, inde deducetur ratio refractionis radiorum rubrorum $R : 1$, cum sit $R = V^\alpha$.

Coroll.

Corollarium 2.

§. 10. Quod si ergo pro vnico medio diaphano, in quod radii ex aëre transeant, explorata fuerit ratio refractionis tam radiorum rubrorum, quae sit R : 1, quam violaceorum, quae sit vt V : 1, hinc statim concludetur $\alpha = \frac{l\,R}{l\,V}$; vbi perinde est, ex quonam canone hi logarithmi capiantur, cum logarithmi eorundem numerorum in omni canone eandem inter se seruent rationem: Statim autem atque ex vnico experimento cognitus fuerit numerus α, is simul pro omnibus refractionibus per alia media diaphana locum habebit.

Scholion 1.

§. 11. Si experimenta consulamus, quae circa refractionem radiorum ex aëre in vitrum crystallinum anglicum, sub nomine *Flintglass* cognitum, sunt instituta in Comment. Acad. Reg. Scient. Paris. Tomo pro anno 1771 p. 464. comperimus fuisse $R = 1,5920$ et $V = 1,6229$; quare cum sumendis logarithmis vulgaribus sit $lR = 0,2019431$ et $lV = 0,2102918$, erit valor nostrae literae $\alpha = \frac{2019431}{2102918}$, hinc igitur erit $l\alpha = 9,9824067$, vnde prodit $\alpha = 0,96030$ et $\frac{1}{\alpha} = 1,04134$, ita vt sit proxime $\frac{1}{\alpha} = 1 + \frac{1}{24} = \frac{25}{24}$, et $\alpha = 1 - \frac{1}{24} = \frac{23}{24}$. Istud exemplum imprimis idoneum est visum, ex quo valor litterae α determinetur; quia haec vitri species, vtpote albissima, omnes radios liberrime transmittit et satis ingens discrimen inter refractionem radiorum rubrorum et violaceorum parit; ex quo errores, in huiusmodi experimentis vix euitandi, eo minus sunt pertimescendi. Interim tamen, quia haec experimenta ope lentis ex hoc vitro paratae, interpositione frustuli vitri siue rubri siue violacei, in camera obscura sunt facta, locum imaginis solaris maxime distinctae non tam exacte definire licuit; vnde, si aliae rationes suaserint hunc valorem litterae α non nihil immutare, haud dubitabimus.

Scho-

Scholion 2.

§. 12. Quoniam in loco citato etiam experimenta afferuntur, quibus tam refractio radium rubrorum quam violaceorum, ex aere in aquam distillatam transeuntium, est definita, aqua vero etiam omnes radios liberrime transmittere est censenda, haec quoque experimenta ad calculum nostrum reuocemus, indeque valorem litterae nostrae α deriuemus. Reperitur autem ibi refractio radiorum rubrorum, seu $R = 1,3293$, violaceorum autem $V = 1,3406$; vnde cum sit

$$lR = 0,1236230 \text{ et } lV = 0,1272992 \text{ erit}$$

$$\alpha = \tfrac{1236230}{1272992} \text{ hincque } l\alpha = 9,9872735$$

vnde prodit $\alpha = 0,97112$ et $\frac{1}{\alpha} = 1,02974$; vnde proxime sequitur fore $\frac{1}{\alpha} = 1 + \frac{1}{34}$ et $\alpha = 1 - \frac{1}{34}$. Discrimen igitur inter hos binos valores litterae α maius videtur, quam vt incertitudini experimentorum tribui possit; verum tamen si perpendamus, in posteriore experimento differentiam refractionis tam fuisse exiguam, vt leuissimus error in obseruatione imaginum haud mediocriter litterae α valorem mutare debuerit, tum vero, (nullae enim circumstantiae huius posterioris experimenti commemorantur) si aqua intra binas meniscos vitreas fuerit inclusa, vti videtur, conclusio inde deducta non exiguae dubitationi obnoxia erit censenda, ita vt littera α notabiliter maior prodire potuisset. Quia vero etiam prius experimentum non ab omni errore immune pronunciare possumus, fortasse a veritate vix aberrabimus, si litterae α valorem aliquanto maiorem quam $\frac{23}{24}$ tribuamus, veluti sumendo $\alpha = \frac{27}{28}$ vel $\frac{26}{27}$. Certe enim hoc discrimen non tanti videtur momenti, vt theoria hic stabilita euerti sit censenda.

Theorema.

§. 13. Si radii lucis ex medio quocunque diaphano M in aliud quodcunque N transmittantur, et ratio refractionis radiodiorum rubrorum fuerit, vt $\mathfrak{R}:1$, violaceorum vero vt $\mathfrak{V}:1$, erit quoque perpetuo $\frac{l\,\mathfrak{R}}{l\,\mathfrak{V}}=\alpha$, denotante α eundem numerum, quem ante assignauimus.

Demonstratio.

§. 14. Statuamus primo radios ex aëre in medium prius M transire, ac tum esse refractionem radiorum rubrorum vt $R:1$, violaceorum vero vt $V:1$; tum vero, si radii immediate ex aëre in alterum medium M transeant, sit refractio radiorum rubrorum $=R':1$, et violacorum $=V':1$; quibus positis erit pro vtroque casu $\frac{l\,R}{l\,V}=\alpha$, et $\frac{l\,R'}{l\,V'}=\alpha$. Nunc igitur, si radii immediate ex medio M in medium N transeant, erit ratio refractionis radiorum rubrorum vt $R':R$ et violaceorum vt $V':V$, sicque erit $\mathfrak{R}=\frac{R'}{R}$ et $\mathfrak{V}=\frac{V'}{V}$; hinc fiet

$$l\,\mathfrak{R}=l\,R'-l\,R \text{ et } l\,\mathfrak{V}=l\,V'-l\,V;$$

quia igitur est $l\,R'=\alpha\,l\,V'$ et $l\,R=\alpha\,l\,V$ erit vtique $\frac{l\,\mathfrak{R}}{l\,\mathfrak{V}}=\alpha$.

Problema.

§. 15. Data refractione radiorum mediorum, dum ex medio quocunque diaphano in aliud transeunt, quae sit $=n:1$, definire refractionem radiorum extremorum, hoc est, rubrorum et violaceorum pro eodem transitu, siue, quod eodem redit, definire dispersionem.

Solutio.

Cum refractio radiorum extremorum tam parum discrepet, vt differentia tanquam infinite parua spectari possit, ponamus refractionem radiorum rubrorum esse $=n-dn:1$, violaceorum vero vt $n+dn:1$; ita vt dn id ipsum significet, quod vulgo dispersio radiorum vocari solet. His positis erit, vt ante assumsimus, $\mathfrak{R}=n-dn$ et $\mathfrak{V}=n+dn$, vnde fit

$$l\,\mathfrak{R}=l(n-dn)=l\,n-\frac{dn}{n} \text{ et } l\,\mathfrak{V}=l\,n+\frac{dn}{n};$$

 quare

quare cum ſit $l\mathfrak{N} = \alpha l\mathfrak{B}$, erit $ln - \frac{dn}{n} = \alpha ln + \frac{\alpha dn}{n}$, vnde colligitur $dn = \frac{1-\alpha}{1+\alpha} n\, ln$; vbi logarithmi hyperbolici ſunt ſumendi; ſin autem logarithmis vulgaribus vti vellemus, coefficiens $\frac{1-\alpha}{1+\alpha}$ ſecundum cognitam rationem mutari debet. Cum igitur α habeat valorem fixum, patet diſperſionem dn ſemper proportionalem eſſe formulae $n\, ln$. Quod ſi ergo fuerit, vt exprimentum prius dederat, $\alpha = \frac{23}{24}$, erit $dn = \frac{1}{47} n\, ln$; ſin autem, vt alterum experimentum dederat, fuerit $\alpha = \frac{33}{34}$, erit $dn = \frac{1}{67} n\, ln$. Ob rationes autem iam allegatas prior determinatio veritati magis conſentanea videtur.

Scholion 1.

§. 16. Summus *Newtonus*, et qui olim refractionem vitri communis accuratius ſunt perſcrutati, aſſignarunt rationem refractionis mediae vt 1,55 : 1; radiorum autem rubrorum refractionem vt 1,5367 : 1; violaceorum vero vt 1,5593 : 1; ita vt poſito $n = 1{,}5480$ fit $dn = 0{,}0113$. Quod ſi ergo hos valores cum ſuperioribus formulis comparemus, reperiemus

$$\alpha = \frac{l(n - dn)}{l(n + dn)} = \frac{l\,1{,}5367}{l\,1{,}5593} = \frac{1865891}{2929296}$$

ſiue $\alpha = 1 - \frac{1}{30}$, qui valor iam inter binos praecedentes incidit, vnde ſuſpicio noſtra confirmatur, eſſe $\alpha = \frac{27}{28}$ vel adeo $\frac{29}{30}$; neque enim accuratiorem determinationem per experimenta exſpectare licet parumque refert, ſiue α aliquanto maiorem ſiue minorem habeat valorem, cum ſufficiat noſſe, eum eſſe conſtantem.

Scholion 2.

§. 17. Si experimenta ante allata accuratius perpendamus, rationes non deſunt, nobis perſuadentes, diſcrimen refractionis in vitro cryſtallino anglico nimis magnum eſſe aſſignatum: inde enim ſequeretur, fore diſperſionem vitri coronarii ad diſperſionem iſtius cryſtalli vt 18 : 31 proxime, quam tamen ipſe *Dollondus* non vltra 2 : 3, hoc eſt 18 : 27, deprehendiſſe affirmat; vnde diſperſio ſupra memorata minui deberet in ratione

3 in 27; quo facto loco valoris $\alpha = \frac{23}{24}$ prodiisset $\alpha = \frac{27}{28}$; sicque huic valori satis tuto confidere poterimus. Hinc igitur concludere licet, verum valorem litterae α intra limites $\frac{27}{28}$ et $\frac{32}{33}$ cadere, qui iam sibi sunt tam vicini, vt ab experimentis, quae semper non exiguae incertitudini sunt inuoluta, maior praecisio exspectari nequeat. Verum tamen principium, cui nostrum ratiocinium innititur, accuratius perpendamus, quod manifesto in sequenti hypothesi continetur.

Hypothesis fundamentalis.

§. 18. *Si radii rubri, ex medio diaphano* P *in medium* Q *transeuntes, eandem patiantur refractionem, quam radii iidem rubri ex medio* M *in medium* N *transeuntes; tum etiam radii violacei, ex medio* P *in medium* Q *transeuntes, eandem patientur refractionem, quam iidem radii violacei, ex medio* M *in medium* N *transeuntes.*

Tota ergo quaestio huc redit, vtrum ista hypothesis veritati sit consentanea nec ne, ac primo quidem ingenue fateor, me eius demonstrationem rigorosam exhibere neutiquam posse. Interim tamen nullam video rationem satis firmam, cur eius veritatem in dubium vocare liceat; saltem discrimen, quod hactenus in experimentis allatis deprehendimus, neutiquam sufficere videtur, vt hanc hypothesin repudiemus: nisi ergo grauiores rationes in contrarium afferri queant, hanc hypothesin inter veritates physicas referre non dubitamus, quocirca obiectiones, quae contra hoc ratiocinium, quod iam dudum in medium attuli, sunt factae, exacto examini subiiciemus.

Obiectio I.

§. 19. Ante omnia autem haec hypothesis oppugnata est experimento notissimo *Dollondi*, quo inuenit: dispersionem radiorum in vitro coronario, dicto *crown-glass*, se habere ad dispersionem in crystallo anglico, *flint-glass* vocato, vti 2 : 3, cum ta-

tamen secundum meas determinationes longe alia ratio subsistere deberet.

Ad hanc obiectionem sequentia respondeo:

§. 20. Primo videatur, quantopere haec ratio 2:3 a superiori determinatione dissideat. Hunc in finem consideretur refractio media, quam *Dollondus* pro vitro coronario vt 1,53:1, pro crystallo autem anglica vt 1,58:1 assignauit; pro priore ergo erat $n = 1,53$, vnde deducimus dispersionem $dn = \frac{1-\alpha}{1+\alpha} n\,l\,n = 0,2825 \left(\frac{1-\alpha}{1+\alpha}\right)$; pro posteriore autem ob $n = 1,58$ dispersio reperitur $dn = 0,3139 \frac{1-\alpha}{1+\alpha}$; sicque ratio inter has dispersiones colligitur 2825:3139, hoc est proxime vt 28:31, quae vtique enormiter discrepat a ratione 2:3 et nullo modo incertitudini experimenti tribui potest.

§. 21. Verum si indolem vtriusque vitri diligentius examinemus, prior species coronaria tanto gradu viriditatis est praedita, vt manifesto radiis extremis, rubris scilicet et violaceis, transitum penitus negari debet. Cum igitur in superiori ratiocinio expresse supposuissem, diuersa media radios lucis transmittentia ita perfecte esse pellucida, vt omnibus radiis liberrimus transitus concedatur, istud experimentum nostram opinionem minime infringit, propterea quod vitrum coronarium vtrinque radios extremos, rubros scilicet et violaceos, quasi extinxit, vnde sine dubio multo minor differentia inter radios extremos actu transmissos resultare debuit, cum contra altera species (*flintglass*) vtpote candida omnibus radiis liberum transitum concesserit. Ob qualitatem igitur vitri coronarii, qua id colore subuiridi est tinctum, omnis dubitatio penitus diluitur, atque adeo multo maius discrimen inter vtramque dispersionem produci posset, si vitro magis viridi vti voluerimus; quandoquidem tandem, si hoc vitrum colore viridi satis spisso tingeretur, omnis plane dispersio euanesceret; dum scilicet soli radii virides

rides

cides transmitterentur: neque igitur ex hoc experimento vllum argumentum contra validitatem meae sententiae peti potest.

Obiectio 2.

§. 22. Maximam autem vim ad opinionem meam euertendam suppeditat sine dubio felicissimus successus, quo idem artifex *Dollondus* tam egregia telescopia construxit, quae ab omni confusione colorum immunia deprehenduntur, ob quam rationem etiam *achromatica* appellari solent. Nisi enim assumta illa dispersionis ratio 2 : 3, cui haec telescopia sunt superstructa, veritati esset consentanea, tam exoptatum effectum producere non potuisset. Verum contra hanc obiectionem sequentia respondeo.

§. 23. Primo quidem sine vlla haesitatione concedo, per ista telescopia obiecta sine vllo margine colorato repraesentari, in quo vtique praecipua eorum proprietas cernitur: neque tamen idcirco omnem confusionem, quae ex diuersa radiorum refractione nascitur, penitus tolli censeo. In dioptrica enim luculenter demonstraui, etiam ope vnius generis vitri eiusmodi instrumenta parari posse, quae nullum vestigium marginis colorati pariant, atque adeo ostendi, quomodo quouis casu lentes oculares disponi oporteat, vt apparitio circa marginem obiectorum prorsus euanescat. Hic scilicet effectus obtinetur, si omnes radii extremi, quantumuis colore a se inuicem discrepent, secundum eandem directionem in oculum intromittantur; tum enim hi radii, vtut diuersi, colorem naturalem exhibebunt, ita vt obiecta bene terminata conspici queant. Quemadmodum igitur iste effectus per idoneam lentium ocularium dispositionem obtineri queat, in Dioptrica mea fusius explicaui, ac pro quouis casu formulas exhibui, quas tam in telescopiis quam microscopiis obseruari necesse est.

§. 24.

§. 24. Totum ſcilicet negotium huc redit, vt vltimae imagines, per quotcunque lentes repraeſentatae, vnde radii in oculum mittuntur, ita disponantur, vt, ſi verbi gratia $v\,v$ exhibeat imaginem a radiis violaceis formatam et $r\,r$ eam, quae a radiis rubris formatur, inter quas, imagines a reliquis coloribus natae, ordine ſe inuicem inſequantur, vt, inquam, radii per extremitates ſingularum imaginum tranſeuntes in ipſo oculo concurrant; tum enim manifeſtum eſt, ob perfectam vnionem radiorum diuerſicolorum extremorum in oculo nullum marginem coloratum generatum iri, ita vt talia teleſcopia etiam pro achromaticis haberi poſſint, etiamſi omnes lentes ex eadem vitri ſpecie fuerint confectae. Quin etiam iam olim talia teleſcopia fuerunt confecta, quae obiecta ſine vllo margine colorato exhibuerunt. Neque vero hoc modo omnis plane confuſio a diuerſa radiorum refractione oriunda tollitur, quae ſine dubio eo maior eſſe debet, quo maiore interuallo extremae imagines $v\,v$ et $r\,r$ a ſe inuicem fuerint remotae; quoniam hoc modo ſingula obiecti puncta in fundo oculi non amplius per puncta ſed per exiguos circellos exprimentur, qui quo fuerint maiores, eo maiorem confuſionem gignere debent, etiamſi a margine colorato penitus ſunt liberati.

§. 25. Quanquam igitur celeberrimo *Dollondo* lubens largior, in eius tubis achromaticis nullum plane marginem coloratum conſpici, hunc tamen eximium effectum non tam lenti obiectiuae ex diuerſo vitro formatae, quam idoneae diſpoſitioni lentium ocularium potiſſimum, tribuendum eſſe arbitror, in qua ſententia eo magis confirmor, quod, etiamſi lens obiectiua omnibus numeris eſſet perfecta, tamen lentes oculares, niſi rite inter ſe fuerint diſpoſitae, ſemper marginem coloratum producere deberent; atque haec ſine dubio eſt ratio, cur ipſe *Dollondus* plerumque numerum lentium ocularium ad quinarium vsque augeat, quia ſine dubio paucioribus hunc ſcopum obtineri

obtineri non posse putat, cum tamen, vti ostendi, tres lentes sufficere potuissent.

§. 26. Totius ergo huius controuersiae cardo in hac quaestione vertitur, vtrum lentes obiectiuae siue dupplicatae siue triplicatae, quibus *Dollondus* vtitur, nullam plane confusionem pariant? circa quam quaestionem ante omnia obseruo, omnino necessarium esse, vt confusio ab apertura lentium oriunda prorsus e medio tollatur; quod cum per lentes ex eadem vitri specie paratas perinde praestari possit, ac diuersas species adhibendo, primo quidem agnosco, artificem hunc sollertissimum istam confusionem optimo cum successu e medio sustulisse; ratione autem alterius confusionis speciei plus ipsi concedendum non arbitror, quam per idoneam lentium ocularium dispositionem vitium marginis colorati feliciter esse euitatum, neutiquam vero hanc confusionem prorsus esse remotam; idque ob hanc ipsam rationem, quod dispersio radiorum, quam supponit, a veritate non mediocriter aberrat. Interim tamen istae lentes obiectiuae multo certe minorem confusionem parere debent, quam si ex vnica vitri specie essent paratae, atque his rationibus inductus affirmare non dubito, istas lentes obiectiuas ad multo maiorem perfectionis gradum euehi posse, si verae dispersionis rationi, quam formula supra allata ostendit, superstruantur. Verum quia haec ratio dispersionis multo minor est, quam a *Dollondo* assumitur, si ea vti vellemus, lentes obiectiuae multo minorem aperturam essent admissurae, ita vt inde nobis neutiquam eum effectum polliceri possemus, quem expectamus; quoniam pro data multiplicatione multo longioribus tubis esset opus; vnde omnino operae pretium erit accuratius inuestigare, quantum lentes obiectiuae triplicatae a *Dollondo* paratae, atque etiam eae, quas egomet ex eadem dispersionis ratione nimis magna construere docui, iis antecellant, quae pro eadem distantia focali et eadem apertura ex vnica vitri specie parari possent, quod examen hic subiicio.

EXAMEN

Lentium triplicatarum, ex duplici vitro paratarum, vbi ratio dispersionis minus magna assumitur.

§. 27. Quo igitur huiusmodi lentes facilius diiudicare queamus, primo similem lentem compositam, ex eadem vitri specie paratam, contemplemur, quae eandem aperturam pro data distantia focali $= k$ admittat simulque nullam plane confusionem, ex apertura oriundam, producat; ac si ratio refractionis pro hac vitri specie ponatur vt $n : 1$, ob $dn = \frac{1-\alpha}{1+\alpha} n\,ln$ (vbi breuitatis gratia loco $\frac{1-\alpha}{1+\alpha}$ scribamus δ, ita vt secundum experimentum *Newtoni* sit $\delta = \frac{1}{26}$, et ex crystallo anglica secundum Cel. *Laurat* $\delta = \frac{1}{21\frac{1}{2}}$, vnde ingenere statui posse videtur $\delta = \frac{1}{23}$) erit $dn = \delta n ln$; tum spatium, per quod imago diffunditur, sequenti modo colligetur. Quia hoc spatium semper idem prodit, quotcunque lentes adhibeantur, ponamus vnicam lentem vsurpari, cuius distantia media sit $= p$, eritque $p = k$; tum vero haec lens sit vtrinque aeque conuexa, radio conuenitatis existente $= f$, erit $f = 2(n-1)p = 2(n-1)k$. Quare cum pro radiis diuersae indolis quantitas f maneat eadem, dum litterae n et k variantur, erit $dk = -\frac{dn}{n-1} . k$, quod est dimidium spatium, per quod imago diffundetur; vnde ob $dn = \delta n\,l\,n$ erit totum spatium $= 2\,\delta \frac{n\,l\,n}{n-1} k$. Hinc igitur sumto $n = 1,55$ erit $ln = 0,190\,3317$, qui per $\frac{n}{n-1} = \frac{31}{11}$ multiplicatus dat $\frac{n\,l\,n}{n-1} = 0,53638$ hincque spatium diffusionis erit $= 1,07276 . \delta k$.

§. 28. Consideremus nunc lentem triplicatam, ex duplici vitro paratam, quae itidem nullam plane confusionem ob aperturam pariat, cuius distantia focalis media quoque sit $= k$; tum vero primae lentis conuexae distantia focalis media sit $= p$; mediae lentis, concauae, distantia focalis $= -q$, at tertiae lentis iterum conuexae distantia focalis $= r$, eritque, siquidem interualla inter has ternas lentes negligantur,

$\frac{r}{k} =$

$\frac{1}{k} = \frac{1}{p} - \frac{1}{q} + \frac{1}{r}$. Porro assumamus primam ac tertiam lentem ex tali vitro parari, cuius refractio media sit $= m : 1$, pro media autem lente refractio $= n : 1$. His positis, quia nunc tantum ad rationem dispersionis respicimus, perinde erit quaenam figura lentibus tribuatur, dummodo eandem distantiam focalem seruant; singulas igitur vtrinque aequales statuamus (etiamsi reuera tales non fuerint) sitque radius vtriusque faciei pro prima lente $= f$, pro secunda $= -g$ et pro tertia $= h$, eritque ob rationem refractionis datam

$$f = 2(m-1)p$$
$$g = 2(n-1)q \text{ et}$$
$$h = 2(m-1)r$$

vnde fit

$$\frac{1}{p} = \frac{2(m-1)}{f}, \; \frac{1}{q} = \frac{2(n-1)}{g}; \text{ et } \frac{1}{r} = \frac{2(m-1)}{h};$$

quibus valoribus substitutis nostra aequatio erit

$$\frac{1}{k} = \frac{2(m-1)}{f} - \frac{2(n-1)}{g} + \frac{2(m-1)}{h} = 2(m-1)\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{h}\right) - \frac{2(n-1)}{g},$$

vbi quantitates f, g et h sunt constantes, dum ob diuersam radiorum indolem tam numeri m et n quam distantia k variantur. Differentietur igitur nostra aequatio, et ob $dm = \delta m\, lm$ et $dn = \delta n\, ln$ erit $-\frac{dk}{kk} = 2\delta m\, lm\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{h}\right) - \frac{2\delta n\, ln}{g}$, vbi iam dk denotat dimidium spatium diffusionis, quod igitur euanesceret, si esset $m\, lm\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{h}\right) = \frac{n\, ln}{g}$.

§. 29. Ponamus autem nunc rationem dispersionis suppositam esse vt $\mu : \nu$, ita vt fuerit $\mu\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{h}\right) = \frac{\nu}{g}$; ex hac scilicet aequatione determinatam esse relationem inter quantitates f, g et h, seu potius inter distantias focales p, q et r. Cum igitur hinc sit $\frac{1}{f} + \frac{1}{h} = \frac{\nu}{\mu g}$, si hunc valorem in expressione confusionis substituamus, habebimus

$$-\frac{dk}{kk} = \frac{2\nu\delta\, m\, lm}{\mu g} - \frac{2\delta\, n\, ln}{g} = \frac{2\delta}{g}\left(\frac{\nu m\, lm}{\mu} - n\, ln\right)$$

vnde

vnde colligimus $dk = \frac{2\delta kk}{g}(nln - \frac{\nu}{\mu}mlm)$ sicque totum spatium diffusionis erit $= \frac{4\delta kk}{g}(nln - \frac{\nu}{\mu}mlm)$, quod nisi fuerit notabiliter minus quam $1,07276.k$, lentes istae ex duplici vitro paratae neutiquam similibus lentibus ex eodem vitro paratis praestare sunt censendae.

§. 30. Secundum hanc formulam igitur primum examinemus eas lentes triplicatas, quibus in superiori volumine commentariorum pro perficiendis telescopiis, et microscopiis, sumus vsi, vbi erat pro vitro coronario (*crownglass*) $m = 1,53$ et pro crystallo anglica (*flintglass*) $n = 1,58$, tum vero assumseram $\mu : \nu = 3 : 4$. Ex his igitur valoribus fit $nln = 0,31388$ et $mlm = 0,28258$; vnde ob $\frac{\nu}{\mu} = \frac{4}{3}$ spatium diffusionis erit

$$- \frac{4\delta kk}{g} . 0,06289 \text{ siue } = 0,25156 . \frac{\delta kk}{g}.$$

Erat autem ibi circiter $g = \frac{3}{10}k$, vnde ista confusio censenda erit $= 0,83854.\delta k$; quae ergo non multo minor est quam $1,07276\delta k$. hoc est quam si lentem triplicatam ex eodem vitro pararemus.

§. 31. Examinemus eodem modo lentem illam triplicatam, quam loco citato sub finem commemorauimus, vbi erit $m = 1,53$; tum vero $n = 1,60$ et $\frac{\nu}{\mu} = 1,53$. Pro hoc igitur casu erit vt ante $mlm = 0,28238$, at $nln = 0,32659$ vnde colligitur spatium diffusionis $= - \frac{4\delta kk}{g}.0,14978$; vbi signum nihil turbat, quoniam etiam casu eiusdem vitri valor pro dk negatiuus prodiit, et hic tota quaestio circa absolutam quantitatem spatii diffusionis versatur; ibi autem erat circiter $g = \frac{11}{20}k$, vnde spatium hoc erit $= 1,0893.\delta k$. Hoc ergo spatium omnino aequalis est censendum illo, quod ex vnica vitri specie nascitur, ita vt geminum vitrum vix vllam praerogatiuam mereri videatur, et egregius ille effectus, qui istis lentibus tribuitur, vnice inde veniat, quod primo nullam confusionem ab apertura oriundam pariant; deinde vero potissimum, quod lentes

A oculA-

oculares ita ſint ordinatae, vt apparitio marginis colorati ad nihilum fuerit perducta.

§. 32. Tota autem haec controuerſia vnico experimento facile dirimi poterit in camera obſcura, dum lentis triplicatae, qualem conſtruere docui, diſtantia focalis tam pro radiis rubris quam violaceis exploratur. Si enim hac duae diſtantiae aequales deprehenduntur, ſententia *Dollondi*, circa directam diſperſionem radiorum, in vtraque vitri ſpecie, penitus erit confirmata, et fateri coactus ero, meam theoriam funditus eſſe euerſam; ſin autem inter binas illas diſtantias focales diſcrimen reperiatur, quod pro lentibus triplicatis fuerit vel $0,838\,\delta k = 0,036\,k = \frac{1}{28}k$, vel pro poſteriore genere $1,09\,\delta k = 0,047\,k = \frac{1}{21}k$, denotante k diſtantiam focalem mediam: hoc certum erit ſignum, meam theoriam veritati eſſe conſentaneam. Haec concluſio etiam valebit, ſi interualla iſta aliquanto minora inueniantur; quoniam huiusmodi lentes obiectiuae ob viriditatem radios extremos non transmittunt. Simul vero etiam, ſi hoc euenitat, certi erimus, talem diffuſionem imaginum, viſioni diſtinctae non multum nocere, dummodo lentes oculares ita fuerint diſpoſitae, vt margo coloratus penitus deſtruatur.

DE