

D E V I F L U M I N I S
A D N A V E S S V R S V M T R A H E N D A S
A P P L I C A N D A.

Auctore

L. EVLERO.

§. 1.

Nauis, quae aduersis fluuii cursum, in directione α V protrahi Tab. IV. debet, applicetur utrinque rota, palmulis, uti A α , in Fig. 4, structa, quae impetum aquae, secundum directionem V α impingentis, excipiant, ita ut utraque rota ab hac vi circumagatur circa axem C, ambas rotas iungentem, qui idem axis intus in nauis gerat cylindrum, cuius radius sit C R, circa quem funis O R circumvolvatur. Funis autem in O obici fixo sit alligatus. Quibus ita paratis manifestum est, dum rotae ab incurrente aqua in gyrum aguntur, cum hisque simul cylindrus, tum totam nauem a fune O R protrahit versus O debere, propterea quod longitudo funis O R, dum cylindro circumvolvitur, continuo fit breuior, hocque modo nauis versus O accedere cogitur.

§. 2. Tali igitur machina instruenda, examinemus quamvis celeritate nauis contra cursum fluminis sit ascensura.

ra. Hunc in finem ponatur primo celeritas fluuii secundum directionem $V a = c$; 2° . sit celeritas, qua punctum palmulae a circa axem C in directione $a a$ mouetur $= u$; 3° . vero sit v celeritas, qua nauis contra cursum fluminis promouetur. Praeterea vero vocetur radius rotae $C a = a$ et radius cylindri $C R = r$; hinc ergo celeritas, qua punctum R circa axem C gyratur, erit $\frac{r u}{a}$; quare cum longitudine funis $O R$ hac ipsa celeritate curvetur, euidens est, fore celeritatem nauis $v = \frac{r u}{a}$, vnde ergo fit $u = \frac{av}{r}$.

§. 3. Ut nunc ipsam vim, qua aqua in palmulam impingit, rite determinemus, spectemus punctum a tanquam centrum palmulae; at $b b$ exprimat superficiem utique palmulae simul impetum aquae excipientis. Hic scilicet ambas palmulas, quae utrinque vim fluuii sustinent, iunctim consideramus; deinde hic quidem istas palmulas in situ verticali contemplamur, ita ut impulsio aquae in eas sit perpendicularis; quoniam vero mox in situm obliquum detruduntur, vis aquae impellens utique diminuetur; sed quia sequens palmula $B b$ aquae immergitur, illa iactura hoc modo quasi compensatur, ita ut sine notabili errore impulsionem aquae ita definire liceat, quasi fluuius normaliter in superficiem $= b b$ impingeret.

§. 4. Cum igitur superficies plana $= b b$ impetum fluuii excipiat, eiusque vis proportionalis sit quadrato celeritatis relativa, qua aqua superficiem ferit, euidens est, si superficies $b b$ quiesceret, tum fluuium in eam incurrere celeritate sua $= c$. At vero ipsae palmulae motu suo fugiunt quasi impetum aquae celeritate $= u$, ita

ita ut aqua tantum excessu illius celeritatis super hanc, hoc est celeritate $c - u$ incurrere sit censenda. Hoc modo res se haberet si nauis quietceret, quia vero ea celeritate $= v$ contra fluvium mouetur, palmulae quoque tanta celeritate aduersus fluvium assurgunt, unde vera celeritas impulsionis erit $c - u + v$. Sicque vis impulsus erit ut $b b (c - u + v)^2$.

§ 5. Quo nunc istam vim ad mensuras absolutas reuocemus, denotent litterae c , u et v spatia, quae his celeritatibus uno minuto secundo percurri possent, at vero sit g altitudo, per quam gravia uno minuto secundo delabuntur; hisque constitutis notum est, vim illam, quam quaerimus, aequalem esse ponderi mastae aqueae, cuius volumen $= \frac{b b (c - u + v)^2}{4 g}$, hanc ergo vim designemus littera P , ita ut sit

$$P = b b (c - u + v)^2.$$

Quoniam igitur iam supra inuenimus $u = \frac{a v}{r}$, hoc valore substituto erit

$$P = \frac{b b (c r - v (a - r))^2}{4 g r r}.$$

§. 6. Inuenta iam hac vi, qua palmulae in punto a secundum directionem $a a$ vrgentur, consideremus vim, qua funis $O R$ tenditur, quae sit $= Q$, ac manifestum est hanc vim Q in R applicatam aequilibrari debere cum vi P in a applicata, id quod evenit quando momenta harum virum respectu axis C inter se aequalantur. Hinc igitur adipiscimur istam aequationem: $P a = Q r$, ita ut sit tensio funis $Q = \frac{P a}{r}$.

§. 7. Praeter has autem duas vires P et Q praecipue adhuc considerari debet resistentia, quam nauis in motu suo patitur, quamque designemus littera R. Haec autem vis etiam proportionalis est quadrato celeritatis, qua aqua in nauem incurrit; vnde quia celeritas fluuii est $= c$, nauis autem in directione contraria mouetur celeritate $= v$, erit celeritas relativa $c + v$, ideoque resistentia huius quadrato proportionalis. Quod autem ad nauis figuram attinet, denotet ff superficiem planam, quae eandem resistentiam patiatur, quam ipsa nauis, siquidem aqua directe incurrat, quam superficiem vocari liceat resistentiam nauis absolutam, qua cognita tota resistentia R aequabitur ponderi massae aequae, cuius volumen $= \frac{ff(c+v)^2}{4g}$, ita ut sit $R = \frac{ff(c+v)^2}{4g}$.

§. 8. Iam ex his tribus viribus P, Q, R, quibus nauis sollicitatur, eius motum verum determinare poterimus. Primo autem nauis sursum pellitur a tensione funis Q; tum vero non solum vis resistentiae R in plagam contrariam vrget, sed etiam vis P, quam palmulae in directione $a \alpha$ sustinent, quamobrem si motus nauis iam ad uniformitatem fuerit perductus, id quod mox a primo initio fieri solet, necesse est, vt illae vires se mutuo in aequilibrio teneant, ideoque habebitur istae aequatio: $Q = P + R$.

§. 9. Quoniam igitur iam supra inuenimus $Q = \frac{P \alpha}{r}$, haec aequatio induet hanc formam: $\frac{P(a-r)}{r} = R$, quare si loco P et R valores supra inuenti substituantur, aequatio resultabit ista:

$$\frac{(a-r)bb(er-v(a-r))^2}{r^3} = ff(c+v)^2.$$

Quod

Quod si iam ex hac aequatione radicem quadratam extrahamus, colligitur:

$$\frac{b(c-v(a-r))}{r} \sqrt{\frac{a-r}{r}} = f(c+v), \text{ siue}$$

$$b(c-v\frac{(a-r)}{r}) \sqrt{\frac{a-r}{r}} = f(c+v)$$

ex qua ergo aequatione celeritas nauis v innotescit.

§. 10. Pendet igitur ista nauis celeritas v a sequentibus elementis: 1°. a celeritate fluuii $= c$; 2°. a superficie palmularum, impetu $\frac{a}{r}$ in rotâ excipientium, quam supposuimus $= bb$; 3°. a resistentia n nauticæ absoluta, quam per superficiem $= ff$ indicauiimus; et 4°. a ratione, quam radii rotarum $C a = a$ ad radius cylindri $C R = r$ tenent. Neutra enim harum duarum quantitatum a et r absolute in calculum ingreditur, sed tantum relatio, quam inter se tenent.

§. 11. Quo igitur nosiram aequationem simpliciorrem reddamus, statuamus $\frac{a-r}{r} = nn$, vt sit $\frac{r}{a} = \frac{1}{n^2+1}$, tum autem nostra aequatio erit $b(c-nn v) n = f(c+v)$, ex qua aequatione colligimus $v = \frac{c(n b - f)}{n^2 b + f}$; vnde patet, hanc celeritatem v tantum a ratione, quae inter quantitates b et f intercedit, pendere. Ita si ponamus $\frac{f}{b} = \lambda$, erit

$$v = \frac{c(n-\lambda)}{n^2+\lambda}, \text{ siue } \frac{v}{c} = \frac{n-\lambda}{n^2+\lambda}.$$

Ex qua aequatione statim intelligitur, nauem ascendere plane non posse, nisi fuerit $n > \lambda$, siue $nn > \lambda\lambda$. Erat autem $nn = \frac{a-r}{r}$ et $\lambda\lambda = \frac{ff}{bb}$, quamobrem ante omnia necesse est sit $\frac{a-r}{r} > \frac{ff}{bb}$, ex qua conditione radius cylindri r ita definitur, vt sit $r < \frac{abb}{bb+ff}$.

§. 12. Cum igitur esse debeat $n > \lambda$, hic imprimitur quaeritur, quantus valor numero n tribui debeat, ut celeritas nauis v euadat maxima; quemadmodum enim ea euaneſcit caſu $n = \lambda$, etiam manifesto euaneſcit ſumendo $n = \infty$, quo caſu radius cylindri r euaneſceret. Dabitur ergo certus valor pro numero n , quo iſta fractio: $\frac{n-\lambda}{n^3+\lambda}$ omnium maximum valorem adipiſcitur. Ad hunc igitur valorem inueniendum differentiale iſtius fractionis, ex variabilitate numeri n oriundum, nihil oequale ſtatuerat, vnde ſequens emerget aequatio: $2n^2 - \lambda(3nn + 1)$. vnde ~~per~~ PRO per reſolutionem aequationis cubicae ma- xime idoneus valor numeri n erit poterit.

§. 13. Neque vero opus eſt ad reſolutionem aequationis cubicae confugere: Eodem enim iure, quo littoram λ tanquam datam ſpectamus, poſſumus iſam quantitatem n , quaſi data eſſet, ſpectare, tum autem facillime λ definiſetur; erit ſcilicet $\lambda = \frac{2n^3}{3nn+1}$. Hinc igitur, conſtituta pro lubitu ratione inter a et r , ſeu inter radios rotæ et cylindri, vnde fit $n = \sqrt{\frac{a-r}{r}}$, valor iſius λ dabit rationem $\frac{f}{b}$, vnde colligitur $b = \frac{ff}{\lambda\lambda}$, ideoque ſuperficies palmularum ad maximum effectum producendum requiſita.

§. 14. Quod ſi vero ſumamus $\lambda = \frac{2n^3}{3nn+1}$, iſa celeritas, qua nauis contra flumen ascendit, ſatis ſimpliciter exprimetur, namque ob $n - \lambda = \frac{n(nn+1)}{3nn+1}$ et

$$n^3 + \lambda = \frac{3n^2(nn+1)}{3nn+1}, \text{ fiet } v = \frac{c}{3nn}.$$

Erit igitur $v = \frac{c}{3nn}$ maxima celeritas, quae nauis imprimi poterit, dum palmulis rotarum tanta ſuperficies tribuitur, quan-

quantam pro $b b$ inuenimus, scilicet $b b = \frac{ff}{\lambda\lambda}$. Vnde intellegitur, quo celerius nauem promoueri desideremus, eo minorem numerum pro n assumi debere; tum autem numerus λ eo minor resultat; hinc autem porro superficies palmularum $b b$ eo maior prodit. Vnde sequitur, quod quidem per se est perspicuum, quo magis palmulae rotarum amplificantur, eo maiorem celeritatem naui imprimi posse. Maxima autem celeritas quoquis casu obtinebitur, si inter radios rotae et cylindri ea ratio stabiliatur, quam numerus n postulat, scilicet ut sit $r = \frac{a}{n\pi+1}$.

§. 15. Quo igitur quoquis casu facilitius istum effectum maxime lucrosum dijudicare valeamus, sequentem tabulam computemus, quae pro pluribus valoribus numeri n respondentes valores numeri λ exhibeat. Pro v autem successiue sumamus valores $\frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2}, 3$ etc. semisse vnitatis crescentes, vsque ad decem, id quod sufficit, cum ex valore $n = 10$ pro nauis celeritate v tantum pars trecentesima celeritatis fluuii obtineatur; tam exiguis autem effectus vix attendi meretur.

n	$I\lambda$	λ	$\frac{r}{a}$	$\frac{v}{c}$
$\frac{1}{2}$	9,1549020	0,14285 = $\frac{1}{7}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{4}{3}$
1	9,6989700	0,50000 = $\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$
$\frac{3}{2}$	9,9400021	0,87097 = $\frac{27}{37}$	$\frac{4}{13}$	$\frac{4}{27}$
2	0,0901766	1,23077 = $\frac{16}{13}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{32}$
$\frac{5}{2}$	0,1992829	1,58228 = $\frac{125}{73}$	$\frac{4}{23}$	$\frac{4}{73}$
3	0,2852358	1,92857 = $\frac{22}{24}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{27}$
$\frac{7}{2}$	0,3563172	2,27153 = $\frac{343}{351}$	$\frac{4}{53}$	$\frac{4}{147}$
4	0,4170139	2,61224 = $\frac{128}{49}$	$\frac{1}{17}$	$\frac{1}{49}$

n	λ	λ	$\frac{r}{a}$	$\frac{v}{c}$
$\frac{2}{2}$	0,4700305	$2,95142 = \frac{729}{847}$	$\frac{4}{85}$	$\frac{4}{343}$
5	0,5171764	$3,28947 = \frac{125}{38}$	$\frac{1}{1}$	$\frac{1}{1}$
$\frac{7}{2}$	0,5595120	$3,62670 = \frac{1531}{387}$	$\frac{4}{205}$	$\frac{4}{387}$
6	0,5980572	$3,96330 = \frac{432}{169}$	$\frac{1}{37}$	$\frac{1}{169}$
$\frac{11}{2}$	0,6334092	$4,29942 = \frac{2197}{511}$	$\frac{4}{173}$	$\frac{4}{507}$
7	0,6660624	$4,63514 = \frac{343}{74}$	$\frac{1}{50}$	$\frac{1}{147}$
$\frac{15}{2}$	0,6964040	$4,97054 = \frac{3375}{826}$	$\frac{4}{225}$	$\frac{4}{875}$
8	0,7247427	$5,30570 = \frac{1024}{193}$	$\frac{1}{65}$	$\frac{1}{193}$
$\frac{17}{2}$	0,7513286	$5,64064 = \frac{4613}{871}$	$\frac{4}{393}$	$\frac{4}{867}$
9	0,7763677	$5,97541 = \frac{729}{121}$	$\frac{1}{82}$	$\frac{1}{243}$
$\frac{19}{2}$	0,8000313	$6,31003 = \frac{6859}{1687}$	$\frac{4}{385}$	$\frac{4}{1087}$
10	0,8224635	$6,64452 = \frac{2000}{761}$	$\frac{1}{101}$	$\frac{1}{300}$

§. 16. Ex hac iam tabula conficiatur alia, ad usum practicum imprimis accommodata, cuius prima columna exhibeat planitatem palmularum bb , quae simul impetum aquae excipiat. Exprimetur autem ea per superficiem ff , resistentiam nauis metientem, eritque $bb = \frac{ff}{\lambda\lambda}$. Secunda columnā referat radium cylindri $CR = r$ ad radium rotæ $Ca = a$ relatum, ubi erit $r = \frac{a}{nn+1}$. Tertia columnā exhibeat celeritatem v , qua nauis actu contra fluvium assurgit: ea exprimetur per celeritatem ipsius fluminis c , eritque $v = \frac{c}{nn}$. Quarta denique columnā exhibeat celeritatem u , qua palmulae rotæ in gyrum mouentur; pro qua est

$$u = \frac{av}{r} = \frac{nn+1}{nn} \cdot c = \frac{1}{3} c + v,$$

ita ut tantum opus sit tertiam partem ipsius c ad v insuper addere. Omnes autem istos valores in fractionibus decimalibus exprimamus.

bb

*bb**r**v**u*

49,000. <i>ff</i>	0,800. <i>a</i>	1,333. <i>c</i>	1,667. <i>c</i>
4,000. <i>ff</i>	0,500. <i>a</i>	0,333. <i>c</i>	0,667. <i>c</i>
1,318. <i>ff</i>	0,308. <i>a</i>	0,148. <i>c</i>	0,481. <i>c</i>
0,660. <i>ff</i>	0,200. <i>a</i>	0,083. <i>c</i>	0,417. <i>c</i>
0,399. <i>ff</i>	0,138. <i>a</i>	0,053. <i>c</i>	0,387. <i>c</i>
0,269. <i>ff</i>	0,100. <i>a</i>	0,037. <i>c</i>	0,371. <i>c</i>
0,194. <i>ff</i>	0,075. <i>a</i>	0,027. <i>c</i>	0,361. <i>c</i>
0,146. <i>ff</i>	0,058. <i>a</i>	0,021. <i>c</i>	0,354. <i>c</i>
0,115. <i>ff</i>	0,047. <i>a</i>	0,017. <i>c</i>	0,349. <i>c</i>
0,092. <i>ff</i>	0,038. <i>a</i>	0,014. <i>c</i>	0,347. <i>c</i>
0,076. <i>ff</i>	0,032. <i>a</i>	0,011. <i>c</i>	0,344. <i>c</i>
0,064. <i>ff</i>	0,027. <i>a</i>	0,009. <i>c</i>	0,342. <i>c</i>
0,054. <i>ff</i>	0,023. <i>a</i>	0,008. <i>c</i>	0,341. <i>c</i>
0,046. <i>ff</i>	0,020. <i>a</i>	0,007. <i>c</i>	0,340. <i>c</i>
0,040. <i>ff</i>	0,018. <i>a</i>	0,006. <i>c</i>	0,339. <i>c</i>
0,035. <i>ff</i>	0,016. <i>a</i>	0,005. <i>c</i>	0,338. <i>c</i>
0,031. <i>ff</i>	0,014. <i>a</i>	0,004. <i>c</i>	0,337. <i>c</i>
0,028. <i>ff</i>	0,012. <i>a</i>	0,004. <i>c</i>	0,337. <i>c</i>
0,025. <i>ff</i>	0,011. <i>a</i>	0,003. <i>c</i>	0,336. <i>c</i>
0,023. <i>ff</i>	0,009. <i>a</i>	0,003. <i>c</i>	0,336. <i>c</i>

§. 17. Ut usum huius tabulae exemplo illustremus, ponamus palmulas rotarum tantas esse, ut earum superficies *bb* sit pars tertia resistentiae absolutae *ff*, siue *bb* = 0,333*ff* cum quo numero in prima columna proxime conuenivnt numeri 0,399 et 0,269 ideoque medium inter iis tenet. Hinc ex secunda columna fiet circiter *r* = 0,119 *a*, siue radius cylindri nonae parti radii rotae aequalis capi debet. Tum autem nauis contra cursum fluminis promouebi-

uebitur celeritate 0,0460, siue aequabitur circiter parti
vigesimae secundae celeritatis fluminis; celeritas autem ro-
tae circa medium palmularum erit quasi = 0,379 & siue
aliquanto maior erit quam tertia pars celeritatis fluuii.

§. 18. Quod autem ad usum practicum huiusmo-
di machinarum attinet, merito dubitamus, an unquam con-
sultum esse possit, talem machinam adhibere. Cum enim
eius apparatus haud exiguos sumtus requirat, plerumque
praestabit operas hominum adhibere, quandoquidem naues
iis carere nequeunt, praecipue cum tantus effectus a satis
mediocri hominum numero obtineri possit. Interim tamen
problema in se spectatum utique dignum videri debet, ut
eius solutio per principia mechanica euolueretur.

Supplementum, in quo totus nauis motus determinatur.

§. 19. Maneant omnes determinationes uti supra
sunt factae, nisi quod iam v sit quantitas variabilis, ac
celeritatem post tempus t minutorum secundorum acquisi-
tam denotet. Deinde tensio funis Q nunc ante explorari
debet quam motus explorari potest. Praeterea nunc in
computum duci debent 1.) Massa seu pondus totius nauis,
quae sit = N , per volumen aequae aequiponderans ex-
primendum; 2.) Pro motu gyratorio nosse oportet mo-
mentum inertiae rotarum circa axem gyrationis, quod
sit $M k.k.$

§. 20.

§. 20. Cum iam quaestio versetur circa duplum motum, alterum progressum, quo tota nauis contra cursum fluminis progreditur, cuius celeritas $= v$, alterum vero gyrorium, cuius celeritas angularis $= \frac{v}{r}$: pro priore vis acceleratrix erit $\frac{Q - P - R}{N}$, ipsa autem acceleratio $= \frac{d v}{2 g d t}$, vnde haec oritur aequatio:

$$\frac{N d v}{2 g d t} = Q - P - R,$$

Pro motu autem gyrorio, posita breuitatis gratia distans $a = m r$, momentum virium accelerantium erit $P m r - Q r$, acceleratio autem huius motus, ob celeritatem angularem $= \frac{v}{r}$, erit $\frac{d v}{2 g r d t}$; vnde nascitur ista aequatio:

$$\frac{M k k d v}{2 g d t} = (m P - Q) r r.$$

Quod si iam ista aequatio per praecedentem diuidatur, ostendetur ista: $\frac{M k k}{N r r} = \frac{m P - Q}{P - Q - R}$, ex qua aequatione tensio funis Q , hactenus incognita, determinari potest.

§. 21. Hunc in finem ponamus breuitatis ergo $\frac{M k k}{N r r} = \alpha$, vt habeamus $m P - Q = \alpha(Q - P - R)$, vnde deducimus $Q = \frac{(\alpha + m)P + \alpha R}{\alpha + 1}$. Hinc fit

$$Q - P - R = \frac{(m - 1)P - R}{\alpha + 1},$$

qui valor in prima aequatione substitutus praebet hanc:

$$\frac{N d v}{2 g d t} = \frac{(m - 1)P - R}{\alpha + 1},$$

vnde iam elementum temporis commode ita definitur:

$$\frac{2 g d t}{N(\alpha + 1)} = \frac{d v}{(m - 1)P - R}.$$

§. 22. Substituamus nunc loco virium P et R valores iam ante inuentos, qui erant

Acta Acad. Imp. Sc. Tom. IV. P. I.

R P =

$$P = \frac{(c - (m-1)v^2)b \cdot b}{+g} \text{ et } R = \frac{(c + v)^2 ff}{+g},$$

vnde aequatio praecedens induet hanc formam:

$$\frac{d t}{z N (\alpha + 1)} = \frac{(m-1)b b (c - (m-1)v)^2 - (c + v)^2 ff}{+g}$$

Quo iam haec aequatio commodior reddatur, statuamus

$$m-1 = n n \text{ et } f = \lambda b, \text{ vt fiat}$$

$$\frac{b b d t}{z N (\alpha + 1)} = \frac{d v}{n n (c - n n v)^2 - \lambda \lambda (c + v)^2}$$

§. 23. Quia igitur denominator hic est differentia duorum quadratorum, ista formula resoluti poterit in duas partes, quae sint

$$\frac{b b d t}{z N (\alpha + 1)} = \frac{A d v}{(n + \lambda)c - (n^3 - \lambda)v} + \frac{B d v}{(n - \lambda)c - (n^3 + \lambda)v},$$

vnde calculo subducto reperitur

$$A = \frac{(n^3 - \lambda)}{z \lambda n c (1 + n n)}, \text{ et } B = \frac{n^3 + \lambda}{z \lambda n c (1 + n n)},$$

vnde patet, utramque formulam simpliciter ad logarithmum deduci; vnde integrale, ita sumtum, vt euaneat posito $v = 0$, erit

$$\frac{\lambda n (1 + n n) b b c}{(\alpha + 1) N} t = l \frac{(n + \lambda)c - (n^3 - \lambda)v}{(n - \lambda)c - (n^3 + \lambda)v} - l \frac{n + \lambda}{n - \lambda}.$$

Hinc patet, demum post tempus infinite magnum fieri $v = \frac{(n - \lambda)c}{n^3 + \lambda}$, quae erat celeritas iam ad statum uniformitatis reducta;

§. 24. Hic igitur operae pretium erit casum accuratiu euoluere, quo celeritas ad uniformitatem reducta fit maxima, pro quo supra inuenimus $z n^2 = \lambda (1 + 3 n n)$. Quamobrem in aequatione nostra inuenta loco λ valorem hinc natum scribamus $\lambda = \frac{z n^3}{1 + 3 n n}$, vnde fit

$$n + \lambda = \frac{n + s n^3}{1 + s n n}; \quad n - \lambda = \frac{n + n^3}{1 + s n n};$$

$$n^3 - \lambda = \frac{s n^5 - n^3}{1 + s n n}; \quad n^3 + \lambda = \frac{s n^3 (1 + n n)}{1 + s n n};$$

quibus

quibus substitutis aequatio transit in hac formam:

$$\frac{\lambda n (1 + s n n) b b c}{(\alpha + 1) N} t = \frac{1 + s n n}{(1 + s n n)(c - s n n v)} - \frac{1 + s n n}{1 + s n n}.$$

§. 25. Quo hinc facilius celeritatem v pro quo-vis tempore t obtineamus, ponamus

$$\frac{\lambda n (1 + s n n) b b c}{(\alpha + 1) N} = \Delta$$

sitque $e^{\Delta t} = T$, ita vt ex t hinc facile assignetur T , tum autem erit;

$$T = \frac{1 + s n n}{(1 + s n n)(c - s n n v)},$$

vnde fit

$$\frac{v}{c} = \frac{(1 + s n n)(T - 1)}{s T n n (1 + s n n) - n n (s n n - 1)},$$

quae expressio pro initio, vbi $t = 0$ et $T = 1$, manifesto evanescit.

§. 26. Ponamus tempus infinitum iam esse elapsum, seu esse $T = \infty$, hincque orietur vt ante $\frac{v}{c} = \frac{1}{s n n}$. Vt autem inuestigemus, quam cito celeritas v ad hunc valorem proxime propinquat, consideremus casum, quo $\Delta = 1$ et $T = e^1$, vnde ob $e = 2,71828$ post 7 minuta secunda valor ipsius T circiter ad 1000 exsurgit. Hinc patet, elapsis 7th celeritatem v nulla amplius incrementa capere, hocque adeo multo citius eveniet, si fuerit $\Delta > 1$, contra autem tardius, si $\Delta < 1$.

§. 27. Denique adhuc notetur fractionis $\frac{c}{v}$ valorem sequenti modo satis concinne exhiberi posse:

$$\frac{c}{v} = \frac{s n n (1 + s n n)}{(T - 1) (1 + s n n)}.$$