

DE VARIIS  
 MOTVVM GENERIBVS,  
 QVI IN SATELLITIBVS PLANETARVM  
 LOCVM HABERE POSSVNT.

Auctore  
 L. EVLERO.

§. 1.

Quamquam nunc quidem tabulae lunares non ultra vnum minutum primum a veritate aberrare perhibentur, tamen, quantum adhuc in ipsa theoria sit desiderandum, exinde intelligi potest, quod, si orbitae lunaris excentricitas multo maior existeret, vel etiam sub maiore angulo ad eclipticam inclinaretur, cognitio motus Lunae etiam nunc fere penitus lateret, ita vt in computo eclipsium fortasse adhuc pluribus horis essemus aberraturi. Cum enim in praesenti statu determinatio loci Lunae circiter 30 correctiones exigat, pro maiori excentricitate et inclinatione forsitan centum correctiones vel adeo ne mille quidem sufficerent. Ob tantum autem correctionum numerum, etiamsi singulae essent exactae, enormes errores plane evitari non possent.

§. 2.

§. 2. Multo maior vero incertitudo esset metuen-  
da, si luna ad multo maiorem distantiam a terra fuisset  
remota, quippe quo casu omnes correctiones nunc qui-  
dem adhiberi solitae nullum amplius locum inuenire pos-  
sent, propterea quod hoc casu mox incertum esset futu-  
rum, vtrum talem Lunam ad ordinem satellitum potius  
referri conueniat, quam ad planetas primarios, sicque hoc  
casu omnia subsidia, quibus Astronomi haecenus vsi sunt,  
omni vsu essent caritura, et nos adhuc in crassissima  
ignoratione talis motus versaremur. Ex quo abunde  
intelligere licet, nostram theoriam motuum coelestium ad-  
huc maximo defectu laborare, et, nisi insignia incrementa  
in Analyfi detegantur, meliorem successum nullo modo spe-  
rari posse.

§. 3. His igitur summis difficultatibus perpensis  
nulla alia via patere videtur, hanc scientiam ad maiorem  
perfectionis gradum euehendi, nisi vt plures huiusmodi  
motus omni studio perpendantur, atque tales casus fingan-  
tur, qui continuo propius ad eiusmodi motus nobis ad-  
huc penitus absconditos accedant. Hunc in finem vtique  
a casibus simplicioribus inchoari conueniet, dum scilicet  
omnes circumstantiae, quibus difficultates multiplicantur,  
quantum fieri potest, remoueantur. Quemadmodum e-  
nim in Geometria, ante quam problemata difficillima sol-  
venda suscipiuntur, plura alia simpliciora praemitti solent,  
quae continuo propius ad illa perducant, ita etiam in As-  
tronomia simili methodo versari conueniet.

§. 4. Vt igitur in omnes motus, qui in Lunam  
cadere possunt, feliciori successu inquiramus, primo Lu-  
nam

nam in ipso plano eclipticae circumferri assumemus, deinde quoque ipsam terram motu vniformi circa Solem in circulo reuolui statuemus. Praeterea vero, ne actio Lunae terram afficere queat, massam Lunae tanquam minimam spectabimus, vnde haec quaestio nobis euoluenda proponatur:

**Problema.**

*Si, dum terra motu aequabili in circulo circa Solem promouetur, corpori cuiuspiam, quasi Lunae, extra terram in ipso plano eclipticae posito, motus quicumque imprimatur, inuestigare motum, quo hoc corpus, ex centro terrae spectatum, progredi videbitur.*

§. 5. Quoniam motus, qualis ex centro terrae Tab. X  
spectabitur, desideratur, ipsam terram tanquam quiescentem et fixam in T spectabimus, vnde in ipso plano eclipticae rectam pariter fixam TA ducamus, a qua ad quoduis tempus elongationem nostri corporis, seu Lunae, assignari oporteat. Elapso igitur quocunque tempore reperiatur Sol in S, Luna vero in L, et quia nunc Sol circa terram vniformiter in circulo promoueri videbitur, eius distantiam a terra TS vnitate designabimus. Praeterea vero, quia motus Solis est vniformis, ipse angulus ATS, quem vocemus  $= \theta$ , commodissimam mensuram temporis nobis suppeditabit. Pro Luna autem ponamus eius distantiam a terra TL  $= v$ , eiusque longitudinem, a directione TA computatam, seu angulum ATL  $= \phi$ . Tum vero statuamus breuitatis gratia angulum STL  $= \phi - \theta = \eta$ , eritque recta SL  $= \sqrt{(1 - 2v \cos \eta + vv)}$ , quam breuitatis gratia designemus per  $u$ . Praeterea ex punctis L Fig. 5  
*Acta Acad. Imp. Sc. Tom. IV. P. I.* K k et

et S ad rectam TA demittantur perpendiculara LX et SP, et pro puncto L vocatis coordinatis TX = x et XL = y, erit  $x = v \cos. \Phi$  et  $y = v \sin. \Phi$ , pro Sole autem erit TP = cos.  $\theta$  et SP = sin.  $\theta$ .

§. 6. Nunc vt principia motus huc applicemus, primo ipse angulus ATS =  $\theta$  nobis exprimat mensuram temporis, ita vt elementum temporis sit  $d\theta$ ; deinde ipsam Solis massam pariter vnitatem designemus, cuius respectu sit massa terrae = m, cuius valor ex vera parallaxi Solis deducitur  $m = \frac{1}{1000000}$ , Lunae autem massam, vt iam notauimus, nullam statuamus. His positis Luna primo sollicitabitur ad terram vi =  $\frac{m}{v^2}$ , in directione LT; secundo autem ad Solem trahitur vi =  $\frac{1}{u^2}$ , in directione LS. Tertio vero, quia terram in quiete spectamus, vires, quibus terra sollicitatur, contrarie Lunae applicari oportet, vnde cum Sol terram attrahat vi = 1, in directione TS, eadem vis = 1 Lunae applicata est intelligenda secundum directionem ST.

§. 7. Nunc singulas has vires secundum binas directiones coordinatarum x et y resolui oportet, vnde prima vis =  $\frac{m}{v^2}$  secundum LT per resolutionem dabit pro directione XT vim =  $\frac{m x}{v^3} = \frac{m \cos. \Phi}{v^3}$  et pro directione LX vim =  $\frac{m y}{v^3} = \frac{m \sin. \Phi}{v^3}$ . Secundo vis secundum LS, quae est  $\frac{1}{u^2}$ , dabit pro directione TX vim =  $\frac{\cos. \theta - x}{u^3} = \frac{\cos. \theta - v \cos. \Phi}{u^3}$  et pro directione XL vim =  $\frac{\sin. \theta - y}{u^3} = \frac{\sin. \theta - v \sin. \Phi}{u^3}$ . Denique tertia vis = 1, in directione ST agens, praebet pro directione XT vim = cos.  $\theta$  et pro directione LX vim = sin.  $\theta$ ; vnde colligendo tota vis in directione XT vrens erit

$$\frac{m \cos. \Phi}{v v} - \frac{\cos. \theta + v \cos. \Phi}{v^2} + \cos. \theta;$$

tota autem vis in directione LX vrgens erit

$$= \frac{m \sin. \Phi}{v v} - \frac{\sin. \theta + v \sin. \Phi}{v^2} + \sin. \theta.$$

§. 8. Iam per principia motus his viribus proportionales esse debent accelerationes corporis L secundum easdem directiones, quae cum sint  $\frac{d d x}{d \theta^2}$  et  $\frac{d d y}{d \theta^2}$ , sumto temporis elemento  $d \theta$  constante, constituta massarum et temporis ratione vt fecimus, istae accelerationes per  $1 + m$  multiplicari debent, vt viribus illis euadant aequales, quae cum coordinatas  $x$  et  $y$  diminuere tendant, binae aequationes motum corporis L determinantes erunt

$$1^\circ. (1 + m) \frac{d d x}{d \theta^2} = - \frac{m \cos. \Phi}{v v} + \frac{\cos. \theta - v \cos. \Phi}{v^2} - \cos. \theta \text{ et}$$

$$2^\circ. (1 + m) \frac{d d y}{d \theta^2} = - \frac{m \sin. \Phi}{v v} + \frac{\sin. \theta - v \sin. \Phi}{v^2} - \sin. \theta.$$

Vbi loco  $1 + m$  tuto scribere licet  $1$ , non solum quia massa  $m$  tam est parua, scilicet  $\frac{1}{1000000}$ , sed etiam quia nobis massas corporum coelestium tam accurate nosse non conceditur.

§. 9. Quo has aequationes propius ad vsum nostrum accommodemus, notasse iuuabit esse

$$x \cos. \Phi + y \sin. \Phi = v \text{ et } y \cos. \Phi - x \sin. \Phi = 0.$$

Hinc differentiando habebimus

$$d x \cos. \Phi + d y \sin. \Phi = d v \text{ et } d y \cos. \Phi - d x \sin. \Phi = v d \Phi;$$

porro igitur differentiando reperietur

$$d d x \cos. \Phi + d d y \sin. \Phi = d d v - v d \Phi^2 \text{ et}$$

$$d d y \cos. \Phi - d d x \sin. \Phi = 2 d v d \Phi + v d d \Phi.$$

Quodsi nunc loco  $d d x$  et  $d d y$  valores supra dati substi-

uantur, prodibunt sequentes nouae aequationes:

$$1^{\circ}. \frac{(1+m)(ddv - v d\Phi^2)}{d\theta^2} = -\frac{m}{vv} + \frac{\text{cof. } \eta}{u^3} - \frac{v}{u^2} - \text{cof. } \eta;$$

$$2^{\circ}. \frac{(1+m)(v d\Phi + v d d\Phi)}{d\theta^2} = -\frac{\text{sin. } \eta}{u^3} + \text{sin. } \eta.$$

Hoc scilicet modo non solum coordinatas  $x$  et  $y$ , sed etiam angularum  $\Phi$  et  $\theta$  tam sinus quam cosinus ex calculo expulimus; interim tamen hi ambo anguli in angulo  $\eta$  continentur, siquidem est  $\eta = \Phi - \theta$ .

§. 10. Quoniam in his duabus formulis innumerae diuersae motuum species continentur, videamus ante omnia, vtrum inter eas eiusmodi detur species, qua Luna circa Terram vniformiter in circulo reuolui queat, nec ne? Hunc in finem ponamus distantiam Lunae a terra, quae debet esse constans,  $v = x$ , et cum eius celeritas angularis sit  $= \frac{d\Phi}{d\theta}$ , faciamus  $\frac{d\Phi}{d\theta} = n$ , ita vt sit  $d\Phi = n d\theta$  et  $d d\Phi = 0$ . His autem valoribus introductis ambae nostrae aequationes euadent:

$$1^{\circ}. -a n n (1+m) = -\frac{m}{a a} + \frac{\text{cof. } \eta}{u^3} - \frac{a}{u^2} - \text{cof. } \eta \text{ et}$$

$$2^{\circ}. 0 = -\frac{\text{sin. } \eta}{u^3} + \text{sin. } \eta, \text{ vbi erit}$$

$$u = \sqrt{(1 - 2a \text{cof. } \eta + a a)}.$$

§. 11. Ex secunda aequatione statim patet, eam subsistere non posse, nisi sit vel  $\text{sin. } \eta = 0$ , vel  $u = 1$ . At vero posterius fieri nequit, nisi angulus  $\eta$  sit constans, propterea quod esse deberet  $\text{cof. } \eta = \frac{1}{2} a$ . Quia vero est  $d\Phi = n d\theta$ , ideoque  $\Phi = n\theta$ , erit  $\eta = (n-1)\theta$ , qui angulus constans esse nequit, nisi  $n = 1$ . Hic autem casus iam in priore continetur, quo esse debet  $\text{sin. } \eta = 0$ , id quod duplici modo fieri potest, vel sumendo  $\eta = 0$ , vel  $\eta = 180^{\circ}$ . Quare cum sit  $\eta = (n-1)\theta$ , priore casu debet esse

esse  $n = 1$ . Pro altero vero casu, quo  $\eta = 180^\circ$ , ex valore differentiali  $d\Phi = n d\theta$  fit

$\Phi = n\theta + \alpha$ , ideoque  $\eta = (n-1)\theta + \alpha = 180^\circ$ , quod fieri nequit, nisi sit  $n = 1$  et  $\alpha = 180^\circ$ , sicque duos habebimus casus euoluendos, alterum quo  $\eta = 0$ , alterum vero quo  $\eta = 180^\circ$ . Vtrumque ergo seorsim euoluamus.

§. 12. Sit igitur primo  $\eta = 0$ , ideoque  $\sin. \eta = 0$  et  $\cos. \eta = 1$ , vnde fiet  $u = 1 - a$ . Quare cum posteriori aequationi iam est satisfactum, sumendo  $n = 1$  prior aequatio haec praebet conditionem:

$$-a(1+m) = -\frac{m}{a^2} + \frac{1}{(1-a)^2} - 1$$

quae vnicam tantum continet incognitam  $a$ , cuius ergo valorem hinc determinari oportet. Reducitur autem ista aequatio ad hanc formam:

$$0 = a^3(1-a)^2(1+m) - m(1-a)^2 + a^3(2-a)$$

quae aequatio ad quinque dimensiones exsurgit. Quia autem  $m$  est fractio quam minima, haec aequatio subsistere nequit, nisi ipsa quantitas  $a$  sit quam minima; tum autem loco  $(1-a)^2$  scribere licebit 1, quo facto habebimus

$$a^3(1+m) - m + 2a^3 = 0,$$

vnde colligitur

$$a^3 = \frac{m}{2+m}, \text{ ideoque } a = \sqrt[3]{\frac{m}{2+m}} = \sqrt[3]{\frac{m}{3}}.$$

§. 13. Sin autem sit  $\eta = 180^\circ$  et  $\cos. \eta = -1$ , ob  $n = 1$  et  $u = 1 + a$  prior aequatio dabit

$$0 = +a(1+m) - \frac{m}{a^2} - \frac{1}{(1+a)^2} + 1;$$

vbi etiam facile patet  $a$  esse debere minimum, atque adeo,

facta euolutione et neglectis terminis minimis, prorsus vt ante prodibit  $a^2 = \frac{m}{s+m}$ . Hi autem valores proxime tantum sunt veri, et aliquod discrimen prodiret, si approximationem vltius prosequi vellemus, quod autem operae pretium non videtur, cum sufficiat istum valorem ipsius  $a$  proxime nosse.

### Euolutio casus,

quo Luna motu vniformi in circulo circa terram reuolui possit.

§. 14. Iam ostendimus, hoc fieri non posse, nisi angulus  $S T L = \eta = \Phi - \theta$  fuerit vel nullus vel 180 graduum. Priore igitur casu Luna perpetuo Soli maneret coniuncta, seu in perpetua coniunctione cum Sole cerneretur; posteriori vero casu perpetuo in oppositione Solis verfaretur, ideoque pleno lumine luceret. Vtroque ergo casu talis Luna reuolutiones suas singulis annis absolueret, et tempus menstruum exacte cum duratione anni conueniret.

§. 15. Deinde etiam vidimus, distantiam talis Lunae a terra esse  $a = \sqrt[3]{\frac{m}{s}}$ . Cum igitur sit  $m = \frac{s}{1600000}$ , erit  $a = \frac{s}{100}$ , siue haec distantia aequabitur centesimae parti distantiae Solis a Terra. Quare cum distantia media verae Lunae a Terra sit quasi  $\frac{1}{400}$  distantiae Solis, talis Luna quadruplo longius a terra distaret quam vera Luna, ideoque in semidiamentris terrae eius distantia foret circiter 240 semidiamentrorum terrestrium. Vnde patet, quantopere tempus periodicum talis Lunae a regula *Kepleri* esset discrepaturum, quoniam secundum hanc regulam tempus pe-  
rio-



riodicum talis Lunae se habere deberet ad tempus mensurum ut 8 : 1, vel talis Luna octo mensibus suos circuitus absolueret, cum tamen integrum annum postulet, ratio autem manifesto sita est in eo, quod vis centripeta terrae in maioribus distantis continuo magis a vi Solis diminuitur.

§. 16. Quoniam porro talis Luna etiam a Sole perpetuo eandem distantiam seruaret, dum scilicet priori casu, quo  $\eta = 0$ , eius distantia a Sole perpetuo foret  $= 1 - a$ , posteriori vero casu, quo  $\eta = 180^\circ$ , ea foret  $= 1 + a$ , talis Luna ex Sole spectata etiam circulum describere cerneretur, idque motu uniformi, quandoquidem perpetuo terrae coniuncta maneret, eodemque tempore suas reuolutiones perageret; perpetuo enim vel in coniunctione inferiore, vel in superiore versaretur.

§. 17. Maxime notatu dignus est iste casus, quo existere posset corpus coeleste, quod tam circa terram, quam circa Solem circulum describere cerneretur, quatenus enim circa terram in circulo reuoluitur, eatenus rite tanquam satelles terrae spectari potest, quatenus autem circa Solem in circulo reuoluitur, eatenus pro planeta primario haberi potest. Quare cum distantia a terra sit  $a = \frac{1}{100}$ , ad hanc usque distantiam sphaera lunaris extendenda merito videtur, ita ut omnia corpora, quae intra hoc spatium circa terram voluuntur, ad classem satellitum merito referri queant; quae autem extra hoc spatium cursum suum absoluunt, ea ad classem planetarum principalium numerari debeant.

§. 18.

§. 18. Quemadmodum autem terrae suam sphaeram lunarem assignauimus, ita etiam reliquis planetis suae sphaerae satellitiae constitui poterunt. Formulae enim supra datae ad planetam Iouem transferentur, si distantia media Iouis a Sole unitate designetur, littera vero  $m$  massam Iouis denotet, quae cum sit circiter  $\frac{1}{1725}$ , radius sphaerae satellitiae Iouis reperietur  $a = \sqrt[3]{\frac{1}{3 \cdot 1725}} = \frac{1}{15}$ . Ex quo sequitur, quaecumque corpora circa Iouem intra hanc distantiam reuoluuntur, ea inter eius satellites esse numeranda, dum contra omnia, quae extra motus suos peragunt, in ordinem planetarum principalium redigi debeant. Simili modo sphaera satellitia Saturni ad distantiam  $\frac{1}{31}$  suae distantiae a Sole extendenda reperietur.

### Propior applicatio superiorum formularum ad motus lunares.

§. 19. Quoniam igitur ad genus lunare alia corpora referri non conuenit, nisi quorum distantia a terra non excedit partem centesimam distantiae Solis a Terra, in formulis nostris distantia  $TL = v$  semper minor spectari poterit quam  $\frac{1}{100}$ , unde cum ista distantia sit valde exigua, valorem litterae  $u = \sqrt{1 - 2v \cos. \eta + vv}$  satis commode vero proxime exprimere licebit; erit enim

$$\frac{1}{u^3} = (1 - 2v \cos. \eta + vv)^{-\frac{3}{2}};$$

unde si altiores ipsius  $v$  potestates negligere velimus, erit  $\frac{1}{u^3} = 1 + 3v \cos. \eta$ ; sin autem etiam potestatem secundam  $vv$  admittere vellemus, foret

$$\frac{1}{u^3} = 1 + 3v \cos. \eta - \frac{3}{2}vv + \frac{15}{2}vv \cos. \eta^2.$$

Verum quia  $v$  semper minus est quam  $\frac{1}{100}$ , hos postremos

ter-

terminos facile negligere licebit, ita vt sufficiat sumsisse

$$\frac{1}{n^2} = 1 + 3 v \cos. \eta.$$

§. 20. Hoc autem valore introducto binae aequationes motum determinantes supra §. 9. inuentae erunt:

$$1^{\circ}. \frac{d d v - v d \Phi^2}{d \theta^2} = - \frac{m}{v^2} - v (1 - 3 \cos. \eta^2) \text{ et}$$

$$2^{\circ}. \frac{2 d v d \Phi + v d d \Phi}{d \theta^2} = - 3 v \cos. \eta \sin. \eta.$$

Cum igitur fit

$$\cos. \eta^2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos. 2 \eta \text{ et } \cos. \eta \sin. \eta = \frac{1}{2} \sin. 2 \eta,$$

hae aequationes induent sequentes formas:

$$1^{\circ}. \frac{d d v - v d \Phi^2}{d \theta^2} = - \frac{m}{v^2} + \frac{1}{2} v (1 + 3 \cos. 2 \eta) \text{ et}$$

$$2^{\circ}. \frac{2 d v d \Phi + v d d \Phi}{d \theta^2} = - \frac{3}{2} v \sin. 2 \eta.$$

Hinc iam multo facilius casus deriuari potest, quo corpus circulum motu vniformi describit. Posito enim  $v = a$  et  $d \Phi = n d \theta$ , hae aequationes dabunt

$$1^{\circ}. - a n n = - \frac{m}{a^2} + \frac{1}{2} a (1 + 3 \cos. 2 \eta) \text{ et}$$

$$2^{\circ}. 0 = - \frac{3}{2} a \sin. 2 \eta,$$

vbi vt ante esse debet vel  $\eta = 0$ , vel  $\eta = 180^{\circ}$ , tum vero  $n = 1$ . Pro priore casu autem vtrinque erit  $\cos. 2 \eta = 1$ ,

vnde ista aequatio fiet  $3 a^2 = m$ , ideoque  $a = \sqrt[3]{\frac{m}{3}}$ , vt ante.

§. 21. Caeterum hinc videri possit, etiam sumi posse  $\eta = 90^{\circ}$ . Quoniam enim hoc modo posteriori aequationi satisfit, tum autem ob  $d \Phi = n d \theta$  est angulus  $\Phi = n \theta + \alpha$ , ideoque  $\eta = (n - 1) \theta + \alpha = 90^{\circ}$ , foret vtique  $\alpha = 90^{\circ}$  et  $n = 1$ . At vero pro priore aequatione habebitur  $\cos. 2 \eta = - 1$ , vnde prodiret  $0 = \frac{m}{a^2}$ ,

qui ergo casus manifesto locum habere nequit. Quemadmodum autem hinc casum eluimus, quo motus corporis fit circularis, etiam operae pretium erit in eos casus inquirere, ubi motus tantum quam minime, seu infinite parum a circulari discrepat.

Inuestigatio casuum,  
quibus motus Lunae infinite parum a circulari esset  
discrepaturus.

§. 22. Quia motus proxime in circulo absolui debet, distantia  $v$  semper quam minime a constante discrepare debet. Ponatur igitur  $v = a(1 + \alpha \cos. 2\eta)$ , ubi  $\alpha$  fractionem prae unitate quam minimam denotet, ita ut eius potestates tuto negligi queant. Ex ipsa enim aequationum forma facile intelligitur, partem istam minimam inuoluere debere cosinum anguli  $2\eta$ . Deinde quia etiam motus proxime debet esse uniformis, statuatur simili modo  $\frac{d\Phi}{d\theta} = n(1 + \beta \cos. 2\eta)$ , ita ut etiam  $\beta$  sit fractio quam minima. Hinc cum sit  $d\eta = d\Phi - d\theta$ , erit

$$\frac{d\eta}{d\theta} = n(1 + \beta \cos. 2\eta) - 1, \text{ siue } \frac{d\eta}{d\theta} = n - 1,$$

ob  $\beta$  fractionem minimam. His positis erit

$$\frac{dv}{d\theta} = -2a\alpha(n-1) \sin. 2\eta \text{ et}$$

$$\frac{d^2v}{d\theta^2} = -4a\alpha(n-1)^2 \cos. 2\eta,$$

tum vero habebitur

$$\frac{d^2\Phi}{d\theta^2} = -2n\beta(n-1) \sin. 2\eta.$$

§. 23. His iam valoribus introductis pro aequatione posteriore habebimus

$$v d d \Phi$$

$$\frac{v d d \Phi}{d \theta^2} = -2 a n \beta (n-1) \sin. 2 \eta \text{ et}$$

$$\frac{2 d v d \Phi}{d \theta^2} = -4 n a \alpha (n-1) \sin. 2 \eta.$$

His porro valoribus introductis aequatio posterior erit

$$-2 a n \beta (n-1) \sin. 2 \eta - 4 a n \alpha (n-1) \sin. 2 \eta = -\frac{3}{2} a \sin. 2 \eta,$$

neglecta in parte dextra particula infinite parua. Hinc per  $a \sin. 2 \eta$  diuidendo habebimus

$$4 n (n-1) (\beta + 2 \alpha) = 3, \text{ ideoque}$$

$$\beta + 2 \alpha = \frac{3}{4 n (n-1)}.$$

Vnde iam patet, quia  $\alpha$  et  $\beta$  debent esse fractiones quam minimae, hunc casum locum habere non posse, nisi fuerit numerus  $n$  satis notabilis, hoc est nisi Luna admodum celeriter circa terram reuoluatur.

§. 24. Expediamus nunc etiam priorem aequationem, pro qua erit primo

$$\frac{d d v}{d \theta^2} = -4 a \alpha (n-1)^2 \cos. 2 \eta,$$

deinde vero erit

$$\frac{v d \Phi}{d \theta^2} = a n n (1 + (\alpha + 2 \beta) \cos. 2 \eta).$$

Porro pro parte dextra habebitur

$$\frac{m}{v v} = \frac{m}{a a} (1 + \alpha \cos. 2 \eta)^{-2} = \frac{m}{a a} (1 - 2 \alpha \cos. 2 \eta),$$

ac denique

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} v (1 + 3 \cos. 2 \eta) &= \frac{1}{2} a (1 + (\alpha + 2 \beta) \cos. 2 \eta) \\ &= \frac{1}{2} a (1 + 3 \cos. 2 \eta), \end{aligned}$$

ob  $\alpha$  minimum. Ex his igitur prior aequatio colligitur fore

$$\begin{aligned} -4 a \alpha (n-1)^2 \cos. 2 \eta - a n n (1 + (\alpha + 2 \beta) \cos. 2 \eta) \\ = -\frac{m}{a a} (1 - 2 \alpha \cos. 2 \eta) + \frac{1}{2} a (1 + 3 \cos. 2 \eta). \end{aligned}$$

L 1 2

In qua

In qua aequatione duplicis generis termini occurrunt: alteri absoluti, alteri vero per  $\text{cof. } 2n$  affecti, quos ergo seorsim inter se aequari conuenit. Ex terminis igitur absolutis orietur

$$- a n n = - \frac{m}{a^2} + \frac{1}{2} a, \text{ siue } n n = \frac{m}{a^2} - \frac{1}{2} a,$$

vnde fit  $\frac{m}{a^2} = n n + \frac{1}{2} a$ ; at alteri termini, per  $\text{cof. } 2n$  diuisi, praebent

$$- 4 a \alpha (n - 1)^2 - a n n (\alpha + 2 \beta) = \frac{2 m \alpha}{a^2} + \frac{5}{2} a, \text{ siue}$$

$$4 a (n - 1)^2 + n n (\alpha + 2 \beta) + \frac{5}{2} = - \frac{2 m \alpha}{a^2}.$$

§. 25. Tres igitur adepti sumus conditiones, quas adimpleri oportet, ex quarum secunda  $\frac{m}{a^2} = n n + \frac{1}{2} a$ , statim deduci potest distantia  $a = \sqrt[3]{\frac{2 m}{2 n n + 1}}$ . Quodsi porro in tertia aequatione loco  $\frac{m}{a^2}$ , scribatur valor  $n n + \frac{1}{2} a$ , ea erit

$$4 a (n - 1)^2 + n n (\alpha + 2 \beta) + \frac{5}{2} = - 2 a n n - a,$$

siue

$$4 a (n - 1)^2 + 3 a n n + 2 \beta n n + a + \frac{5}{2} = 0.$$

Prima vero conditio dederat  $\beta + 2 \alpha = \frac{3}{4 n (n - 1)}$ , vnde fit  $\beta = \frac{3}{4 n (n - 1)} - 2 \alpha$ , qui valor in illa aequatione substitutus producit

$$4 a (n - 1)^2 + \frac{3 n}{2 (n - 1)} - a n n - a + \frac{5}{2} = 0,$$

siue

$$a (3 n n - 8 n + 5) = \frac{3 n}{2 (n - 1)} - \frac{5}{2} = - \frac{3 (2 n - 1)}{2 (n - 1)},$$

vnde elicitur  $a = \frac{-3 (2 n - 1)}{2 (n - 1)^2 (3 n - 5)}$ , hincque

$$\beta = \frac{3 (11 n n - 12 n + 5)}{4 n (n - 1)^2 (3 n - 5)}.$$

Pro distantia autem  $a$  inuenimus  $a = \sqrt[3]{\frac{2 m}{2 n n + 1}}$ .

§. 26. Hic autem probe notandum est, hos valores locum habere non posse, nisi numeri  $\alpha$  et  $\beta$  fuerint valde exigui, vt earum quadrata et producta tuto negligi queant; vnde statim patet, id fieri non posse, nisi numerus  $n$  accipiatur praegrandis. Ad hunc limitem aestimandum, quoniam posuimus

$$v = a(1 + \alpha \cos. 2\eta) \text{ et } \frac{d\Phi}{d\theta} = n(1 + \beta \cos. 2\eta),$$

hinc quaeramus ipsum angulum  $\Phi$ , qui erit

$$\Phi = n\theta + \beta n \int d\theta \cos. 2\eta,$$

vbi quia est

$$d\eta = d\Phi - d\theta = (n-1)d\theta, \text{ erit } d\theta = \frac{d\eta}{n-1},$$

vnde fit

$$\int d\theta \cos. 2\eta = \int \frac{d\eta \cos. 2\eta}{n-1} = \frac{\sin. 2\eta}{2(n-1)}$$

quamobrem habebimus  $\Phi = n\theta + \frac{\beta n \sin. 2\eta}{2(n-1)}$ ; ex qua forma facile intelligitur, dummodo posterior pars non superet aliquot minuta prima, terminos neglectos tuto omitti posse. At vero vnum minutum primum in partibus radii est 0,00029, vnde si sumamus  $n=100$ , valor formulae  $\frac{\beta n}{2(n-1)}$ , producit tantum 0,000142, ideoque semi-minutum primum. Ex quo tuto concludere licet, limitem, quem numerus  $n$  superare debet, satis tuto constitui posse  $n=50$ .

Posito autem  $n=50$  fit

$$\beta = \frac{3,26905}{200,492,145} = 0,001159, \text{ hincque}$$

$$\frac{n\beta}{2(n-1)} = \frac{50,05795}{98} = 0,00059,$$

quae fractio valet satis exacte duo minuta prima; quamobrem statui posse videtur, quamdiu numerus  $n$  maior fuerit quam 50, formulas inuentas tam exacte cum veritate consentire, vt error profus sentiri nequeat; contra vero,

ro, quo minor numerus  $n$  accipiatur quam 50, tum formulas nostras continuo magis a veritate esse aberraturas, propterea quod his casibus terminos, quos negleximus, non amplius omittere licet.

§. 27. Consideremus igitur propius casum quo  $n = 50$ , et quoniam iam inuenimus esse  $\beta = 0,001159$ , quaeramus etiam valorem ipsius  $\alpha = -\frac{3(2n-1)}{2(n-1)^2(3n-5)}$ , qui reperitur  $\alpha = -0,000425$ . Pro distantia autem  $a$  inuenienda, quia inuenimus  $a^3 = \frac{2m}{2nn+1}$ , erit

$$\frac{a}{a^3} = \frac{2nn+1}{2m} = \frac{100000(2nn+1)}{6}, \text{ ob } m = \frac{5}{1000000}.$$

Cum igitur sit  $2nn+1 = 5001$ , erit  $l_{a^3}^{\frac{1}{3}} = 8,9209056$ , ideoque  $l_a^{\frac{1}{3}} = 2,9736352$ , consequenter  $\frac{1}{a} = 941$ , ideoque  $a = \frac{1}{941}$ . Quare cum distantia Solis, quam hic vnitate designamus, contineat satis exacte 24000 semidiametros terrae, distantia huius Lunae a terra erit quasi 25 semidiametrorum terrestrium, ideoque plus quam duplo minor, quam distantia Lunae verae. Hinc autem motus talis Lunae per sequentes duas aequationes exprimetur:

$$1^{\circ}. v = a(1 - 0,000425 \cos. 2\eta);$$

$$2^{\circ}. \Phi = 50\theta + 0,00059 \sin. 2\eta$$

sive in minutis secundis  $\Phi = 50\theta + 122'' \sin. 2\eta$ .

§. 28. Talis igitur Luna in distantia a Terra 25 semidiametrorum terrestrium propemodum circulum motu vniformi effret descriptura, eiusque tempus periodicum praecise foret pars quinquagesima vnus anni, ideoque suas reuolutiones perageret tempore  $7^d. 7^h$ . Interim tamen in eius motu quaedam exiguae inaequalitates deprehendentur



dentur ab elongatione huius Lunae a Sole pendentes, quas ergo, uti in vera Luna fieri solet, variationem appellare liceat, quibus tam distantia a terra, quam locus medius, in formula 50 $\theta$  contentus, afficietur; has ergo pro praecipuis angulis  $\eta$  hic ob oculos ponamus.

Variatio	$\eta = 0$ vel $= 180^\circ$	$\eta = 45^\circ$ vel $= 225^\circ$
Distantiae	$- 0,000425 a$	0
Longitudo	0	122''
Variatio	$\eta = 90^\circ$ vel $= 270^\circ$	$\eta = 135^\circ$ vel $= 315^\circ$
Distantia	$0,000425 a$	0
Longitudo	0	- 122''

Scilicet in coniunctionibus et oppositionibus distantiam mediam  $a$  diminui oportet particula  $\frac{a}{2532}$ , quae tantum facit partem nonagesimam quartam semidiametri terrae, siue circiter 9 milliaria Germanica; tum vero longitudo nulla eget correctione. Contra vero in quadraturis distantiam Lunae augeri oportet particula  $\frac{a}{24}$ , longitudo autem pariter nulla correctione indiget. At vero in octantibus, ubi  $\eta = \begin{cases} 45^\circ \\ 225^\circ \end{cases}$  vel  $\eta = \begin{cases} 135^\circ \\ 315^\circ \end{cases}$ , distantia nullam correctionem postulat, longitudinem vero  $\Phi$  priori casu augeri, posteriori vero diminui oportet quantitate 122'', hoc est 2', 2''. Multo minus autem motus talis Lunae a circulari uniformi foret discrepaturus, si eius distantia minor esset quam 25 semidiametrorum terrae.

§. 29. Quodsi velimus, ut talis Luna in ipsa superficie terrae reuoluatur, ita ut sit  $a = \frac{1}{24000}$ , hinc primo  
 com-

computari debet valor numeri  $n$ , qui indicat, quot reuolutiones talis Luna interuallo vnus anni circa terram effet peractura. Cum igitur inuenerimus  $nn + \frac{1}{2} = \frac{m}{a^2}$ , erit

$$nn + \frac{1}{2} = 3.240^2 \text{ ideoque } n = \sqrt{3.240^2}$$

ex quo reperitur  $n = 6439$ . Toties scilicet talis Luna vno anno reuolueretur, qui numerus per 365 diuisus ostendet quoties talis Luna tempore 24 horarum circumferetur, scilicet  $17 \frac{2}{3}$ , quod satis egregie conuenit cum calculo *Hugenii*, Euidens autem est valores  $\alpha$  et  $\beta$  hoc casu prorsus euanescere.

§. 30. Quaquam autem his casibus, quibus distantia  $a$  non ultra 25 semidiametros terrestres exsurgit, eius distantia a terra exiguam variationem patitur, ita vt orbita non perfecte sit circularis, tamen tali orbitae ab *Astronomis* nulla excentricitas tribui solet, propterea quod inaequalitates a solo angulo  $\eta$  pendent, dum effectus excentricitatis ab Anomalia pendet, cuius hic nullum vestigium apparet. Quemadmodum etiam distantiae verae Lunae a terra, haud exiguam variationem paterentur, etiam si eius excentricitas euanesceret.

§. 31. Cum determinationes haecenus inuentae tanquam exactissimae spectari queant, dummodo distantia talium Lunarum non notabiliter 25 semidiametros terrestres superet, hoc intelligi oportet, quando orbitae omni excentricitate carent, ita vt omnes inaequalitates tam in distantia, quam motus celeritate a sola elongatione Solis, siue angulo  $\eta$  pendeant, ad cuiusmodi motum producendum manifestum est tali Lunae initio certum motum imprimi

primi debuiffe. Sin autem motus impreflus tantillo fuerit maior vel minor, inde ftatim orietur quaeprim excentricitas, quae, dummodo fuerit fatis parua, fequenti modo definiri poterit.

**Inueftigatio motuum,**  
qui oriuntur, fi in cafibus praecedentibus praeter variationem etiam quam minima excentricitas accefferit.

§. 32. Quoniam pro effectu ab excentricitate oriundo certus quidam angulus in computum trahi debet, qui anomalia vocari folet, designemus iftum angulum littera  $\zeta$ , pro quo ponamus  $d\zeta = i d\theta$ , quem numerum  $i$  ex ipsis formulis noftris determinari oportet. Simili igitur modo, quo fupra angulum  $\eta$  in calculum introduximus, nunc quoque angulum  $\zeta$  introducamus, ideoque ponamus

$$v = a (1 + \alpha \cos. 2\eta + \gamma \cos. \zeta);$$

$$\frac{d\Phi}{d\theta} = n (1 + \beta \cos. 2\eta + \delta \cos. \zeta);$$

vbi pariter fupponimus coefficientes  $\gamma$  et  $\delta$  effe quam minimos, ita vt earum combinationes tam inter fe quam cum litteris  $\alpha$  et  $\beta$  negligi queant. Hinc igitur fimilis calculus inflitui debebit, vt ante, et quoniam litterae  $\alpha$  et  $\beta$  iam funt inuentae, hic tantum habebimus has formulas:

$$v = a (1 + \gamma \cos. \zeta) \text{ et } \frac{d\Phi}{d\theta} = n (1 + \delta \cos. \zeta).$$

Praeterea cum per litteras  $\alpha$  et  $\beta$  omnes termini angulum  $\eta$  vel  $2\eta$  inuoluentes iam ex aequationibus principalibus funtublati, nunc fufficiet has aequationes confideraffe;

$$1^\circ. \frac{d^2v - v d^2\Phi}{d\theta^2} = -\frac{m}{v^2} + \frac{1}{2}v \text{ et}$$

$$2^\circ. \frac{2dvd\Phi + v d^2\Phi}{d\theta^2} = 0.$$

§. 33. His obseruatis, cum fit  $d\zeta = i d\theta$ , per differentiationem nanciscemur

$$\frac{dv}{d\theta} = -ia\gamma \sin. \zeta \text{ et } \frac{d^2v}{d\theta^2} = -iia\gamma \cos. \zeta;$$

tum vero  $\frac{d^2\phi}{d\theta^2} = -in\delta \sin. \zeta$ . Praeterea vero habebimus

$$\frac{v}{v} = \frac{v}{aa} (1 + \gamma \cos. \zeta) = \frac{v}{aa} (1 - 2\gamma \cos. \zeta).$$

Hinc igitur posterior aequatio induet hanc formam:

$$-2ina\gamma \sin. \zeta - ian\delta \sin. \zeta = 0,$$

unde oritur  $\gamma = -\frac{1}{2}\delta$ . Prior autem aequatio facta substitutione induet hanc formam:

$$\begin{aligned} & -iia\gamma \cos. \zeta - ann - ann(2\delta + \gamma) \cos. \zeta \\ & = -\frac{m}{aa} + \frac{2m\gamma}{aa} \cos. \zeta + \frac{1}{2}a + \frac{1}{2}a\gamma \cos. \zeta; \end{aligned}$$

hinc termini absoluti praebent, vt iam supra inuenimus,

$$\frac{m}{aa} = a(nn + \frac{1}{2}),$$

reliqui vero per  $a \cos. \zeta$  diuisi dant

$$-ii\gamma - nn(2\delta + \gamma) = \frac{2m\gamma}{a^2} + \frac{1}{2}\gamma = (2nn + \frac{5}{2})\gamma.$$

Ante autem inuenimus  $\delta = -2\gamma$ , unde fit

$$-ii + 3nn = 2nn + \frac{5}{2}, \text{ ideoque } ii = nn - \frac{5}{2}$$

sive  $i = \sqrt{nn - \frac{5}{2}}$ . Ipsa autem quantitas  $\gamma$  hinc non definitur, sed arbitrio nostro relinquitur; tam paruus autem valor ipsi tribui debet, vt hypothesis consistere possit.

§. 34. Hic quantitas ista  $\gamma$  idem denotat, quod vulgo excentricitas vocari solet, at vero angulus  $\zeta$  est anomalia media et tempori  $\theta$  ita proportionalis, vt fit

$$\frac{d\zeta}{d\theta} = i = \sqrt{nn - \frac{5}{2}};$$

vbi notetur, si esset  $i = n$ , tum anomalam  $\zeta = n\theta$  ipsi motui

motui medio fore aequalem, ideoque lineam abfidum quiescere. Quia autem hinc valor ipsius  $i$  tantillo fit minor, scilicet  $i = n - \frac{3}{4n}$ , motus anomaliae aliquanto tardior erit, ideoque linea abfidum aliquantillum progreditur; tum vero formulae motum determinantes erunt:

$$v = a(1 + \alpha \cos. 2\eta + \gamma \cos. \zeta) \text{ et}$$

$$\frac{d\phi}{dt} = n(1 + \beta \cos. 2\eta + \delta \cos. \zeta).$$

Ex posteriore colligitur

$$\phi = n\theta + \frac{\beta n}{2(n-1)} \sin. 2\eta - \frac{2n\gamma \sin. \zeta}{i};$$

vbi meminisse conuenit esse, vti supra inuenimus

$$\alpha = \sqrt{\frac{2m}{2nn+1}}; \alpha = -\frac{3(2n-1)}{2(n-1)^2(3n-5)} \text{ et}$$

$$\beta = \frac{3(11nn-12n+5)}{4n(n-1)^2(3n-5)}$$

quibus ergo motus talis Lunae accurate exprimitur, si modo fuerit  $n > 50$ , siue  $a < 25$  semidiametrorum terrestrium, ipsa autem excentricitas  $\gamma$  tam parua, vt inaequalitas inde in motu orta, scilicet  $\frac{2n\gamma}{i}$ , in angulum conuersa, non vltra aliquot minuta prima ascendat; quod ob  $i = n$  proxime euenit, si  $\gamma$  non superet 0,00029, qui est valor vnus minuti primi. Ex his enim formulis ad quoduis tempus tam distantiam talis Lunae a terra, quam eius veram longitudinem assignare licebit. Quod autem ad ipsum motum abfidum attinet, quoniam tempore vnus anni  $n$  reuolutiones peraguntur a termino fixo, at vero, reuolutiones a linea abfidum computando, pauciores reuolutiones, scilicet  $i = n - \frac{3}{4n}$  absoluuntur, linea abfidum interea processisse censenda est per  $\frac{3}{4n} \cdot 360^\circ = \frac{270^\circ}{n}$ . Vnde si  $n = 50$ , motus annuus apogaei erit  $\frac{270^\circ}{5} = 5^\circ, 24'$ ; quo maior autem fuerit numerus  $n$ , eo tardior erit iste motus.

Tab. X.  
Fig. 6.

§. 35. Vt iste motus lineae absidum clarius percipiatur, sit  $T\Pi$  recta ad apogaeum  $\Pi$  ducta, voceturque angulus  $AT\Pi = \pi$ , Luna autem versetur in  $L$ , ita vt sit angulus  $ATL = \Phi$  et anomalia  $\Pi TL = \zeta$ , eritque  $\Phi = \pi + \zeta$ . Cum iam secundum motum medium sit  $d\Phi = n d\theta$  et  $d\zeta = i d\theta$ , erit  $d\pi = (n - 1) d\theta$ , vbi  $\frac{d\pi}{d\theta}$  denotat celeritatem lineae absidum, vnde, tempore per angulum  $\theta$  expresso, linea absidum promouebitur per angulum  $(n - 1)\theta$ , ideoque tempore vnus anni, quo fit  $\theta = 360^\circ$ , linea absidum progredietur per angulum  $(n - 1) 360^\circ$ . Ex quo patet, si esset  $i = n$ , tum lineam absidum perfecte quiescere. In casu vero oblato vidimus esse  $i = \sqrt{(nn - \frac{5}{2})} = n - \frac{5}{4n}$ ; vnde sequitur, interuallo vnus anni apogaeum Lunae promoueri per angulum  $\frac{270^\circ}{n}$ , sicque quo maior fuerit numerus  $n$ , hoc est, quo minor fuerit distantia  $a$ , eo tardiores fore motum apogaei; contra vero eo celeriores, quo minor fuerit  $n$ . Hoc autem tantum intelligi debet, quando  $n > 50$  et  $a < 25$  semidiametrorum terrestrium; pro maioribus distantis autem, vbi motus magis erit perturbatus, promotio lineae absidum aliam sequetur rationem, namque pro Luna vera est propemodum  $n = 13$ , vnde pro motu annuo apogaei ista formula tantum praebet  $\frac{10}{13} \cdot 20^\circ$ , qui tamen reuera propemodum duplo est maior.

§. 36. In casibus igitur hactenus tractatis, quibus  $n > 50$  et excentricitas  $\gamma$  tam exigua vti supponimus, determinatio loci talis Lunae duas tantum correctiones postulat, quarum altera ab angulo  $2\eta$  pendet, quae variatio vocatur, altera vero ab angulo  $\zeta$ , quo anomalia designatur. Quando autem excentricitas  $\gamma$  notabiliter maior est quam

o,

0,00029, hoc est quam  $\frac{3}{10000}$ , tum insuper in calculum introduci necesse est terminos, qui oriuntur ex combinatione binorum terminorum, qui iam angulos  $2\eta$  et  $\zeta$  continent, unde nascuntur novi anguli, scilicet  $2\zeta$ , atque adeo porro  $3\zeta$ ,  $4\zeta$  etc. ac praeterea etiam anguli  $2\eta \pm \zeta$ ; imo etiam porro  $2\eta \pm 2\zeta$ ,  $2\eta \pm 3\zeta$  etc. Ex quo intelligitur, quo maior fuerit excentricitas  $\gamma$ , eo pluribus opus esse correctionibus ad locum talis Lunae determinandum.

§. 37. Haec ita se habent, quando numerus reuolutionum quotannis peractarum non notabiliter minor est quam 50, siue distantia media non multum superat 25 semidiametros terrestres. Consideremus nunc etiam casus, quibus distantia  $a$  multum superat hunc limitem. Ac primo quidem omnem excentricitatem remoueamus, ita ut omnes inaequalitates a solo angulo  $\eta$  pendeant; et quoniam tum binos pluresue huiusmodi angulos inuicem combinari oportet, praeter angulum  $2\eta$  etiam eius multipla in computum ingredientur, scilicet  $4\eta$ ,  $6\eta$  etc.; tum vero, aucta distantia  $a$  vel  $v$ , series pro  $\frac{x}{u^3}$  inuenta usque ad tertium terminum extendi debet, unde in nostras aequationes etiam anguli  $\eta$  et  $3\eta$  ingredientur, a quibus eae correctiones pendent, quae parallaxicae vocari solent, quoniam a vera distantia Solis a Terra pendent.

§. 38. Quodsi iam praeterea excentricitas quam minima accedat, cui respondeat anomalia  $\zeta$ , praeter angulos ante memoratos insuper introducentur anguli  $2\eta \pm \zeta$ ;  $4\eta \pm \zeta$  ac fortasse etiam  $6\eta \pm \zeta$ ; tum vero etiam ex parallaxicis natae:  $\eta \pm \zeta$  et  $3\eta \pm \zeta$ . Sin autem excentricitas

eitas maior euadat, vt etiam angulorum  $2\zeta$ ,  $3\zeta$ ,  $4\zeta$  etc. ratio haberi debeat, per combinationem insuper accedent anguli  $2\eta \pm 2\zeta$ ;  $4\eta \pm 2\zeta$ ;  $6\eta \pm 2\zeta$ ; etc. itemque porro anguli  $2\eta \pm 3\zeta$ ;  $4\eta \pm 3\zeta$ ; etc. quin etiam  $\eta \pm 2\zeta$ ;  $3\eta \pm 2\zeta$ . Vnde patet, quo maior fuerit distantia Lunae a Terra, simulque excentricitas, numerum angulorum, a quibus omnes correctiones pendent, continuo magis crescere, atque adeo tandem tam magnum euadere posse, vt ob ipsam multitudinem determinatio fiat incerta, praeterquam quod labor, omnes istas correctiones per calculum definiendi, mox vires Analyticos esset superaturus.

§. 39. Haec clariora reddentur, si tabulas pro motu verae Lunae determinando contemplemur, quae primo manifesto inuoluunt angulos  $2\eta$ ,  $4\eta$ , item  $3\eta$ , ex quibus coniunctis variatio Lunae emergit; deinde secundo angulos  $\zeta$ ,  $2\zeta$ ,  $3\zeta$  et  $4\zeta$ , qui coniunctim exhibent aequationem centri; tertio vero insuper accedunt anguli per combinationem orti, scilicet:

$2\eta \pm \zeta$ ;  $4\eta \pm \zeta$ ;  $2\eta \pm 2\zeta$ ;  $4\eta \pm 2\zeta$ ;  $2\eta \pm 3\zeta$ ; tum vero etiam  $\eta \pm \zeta$ ;  $3\eta \pm \zeta$ . Hae scilicet correctiones solae sufficerent, si terra circa Solem vniformiter in circulo reuolueretur, simulque tota Lunae orbita in eclipticam incideret; verum ob motum Solis inaequabilem, anomalia etiam Solis et, ob inclinationem orbitae Lunaris, etiam argumentum Latitudinis in computum ingrediuntur, quos duos novos angulos cum singulis praecedentium combinari oportet, vnde tantus correctionum numerus originem traxit.

§. 40. His perpensis abunde intelligitur, si daretur eiusmodi Luna, quae in multo maiori distantia circa

ter-



terram reuolueretur, tum numerum omnium correctionum tantopere multiplicatum iri, vt motus plane non amplius per huiusmodi tabulas repraesentari posset, ideoque nobis etiamnunc foret inperscrutabilis; quamobrem summopere necesse erit, in alium modum maxime diuersum, huiusmodi Lunae motum repraesentandi, inquirere, cuius quidem adhuc ne vel minimam notionem nobis formare valemus. Hae autem difficultates eo magis increment, quo propius orbita talis Lunae ad limitem sphaerae lunaris supra fixum, scilicet  $a = \frac{1}{100}$  accesserit. Ac si talis Luna existeret, fateri cogeremur, nos nullam prorsus ideam eius motus ne mente quidem concipere posse, talemque motum prorsus fore inextricabilem, nisi forte nostra scientia analytica insignibus incrementis fuerit locupletata.

§. 41. Cum igitur, quo propius distantia talis Lunae ad limitem supra definitum  $a = \frac{1}{100}$  appropinquauerit, eius motus continuo magis fiat irregularis, atque adeo vires nostri ingenii superet, eo magis est mirandum, quod in ipso limite  $a = \frac{1}{100}$  contingere posset, vt Luna motu adeo vniiformi in circulo circumferretur. Verum istum casum comparari conueniet cum eiusmodi statu aequilibrii, qui labilis seu caducus appellari solet. Veluti quando acus cuspide insistit: simul ac enim quam minime ob hoc statu fuerit aberratus, tota machina in ruinam delabatur. Simili modo si motus huiusmodi Lunae quam minime a motu illo regulari deficiat, subito maxime euadet irregularis, neque vllis regulis vel tabulis comprehendi poterit.