

XV.

De emendatione tabularum lunarium per observationes Eclipsium lunae.

§ 1. Tabulae lunares, quas ex theoria derivavi, correctione indigent ex observationibus petenda. Etsi enim motus medius tam lunae quam anomaliae et nodi pro dato temporis intervallo, nisi forte nimis sit magnum, satis accurate cognoscatur, tamen hae res pro data quadam epocha minus certae sunt habendae, quoniam ex ipsa inaequalitate motus lunae concluduntur, quae si alia statuatur, ac vulgo assumi solet, utique non exiguam variationem inducere valet. Praeterea vero ipsa excentricitas orbitae lunaris, a qua aequatio prima cum quarta et quinta pendet, nondum satis exacte definitur, cum in ipsa solis orbita, cujus excentricitas determinatu longe est facilius, non parvum discrimen tabulas solares distinguat. Excentricitas autem orbitae lunae ex maximis differentiis locorum lunae observatorum a locis mediis ad eadem tempora collectis, definiri solet; quae methodus certa esset, si aberratio lunae a loco medio a sola excentricitate proficisceretur: verum cum etiam in eclipsibus, ubi pleraequae reliquarum inaequalitatum evanescunt, anomalia solis non parum lunae locum afficiat, hujus effectum ante cognitum esse oporteret, quam ex discrepantiis maximis locorum lunae observatorum et mediorum aequationem excentricitatis maximam concludere liceat.

§ 2. Aequatio autem lunae, quae ab anomalia solis media, seu ab ejus distantia a terra orbitae imprimis a vera solis a terra distantia pendet, atque parallaxi solis horizontali proxime est proportionalis. Hinc Newtonus, qui parallaxin solis horizontalem $10''$ assumit, maximam lunae aequationem annuam statuit $11'49''$. Cassinus autem eam aliquanto minorem assumit. Ego vero, recentissimas Astronomorum Parisiensium decisiones secutus, quibus parallaxis solis horizontalis quasi $12''$ est inventa, maximam aequationem lunae annuam $12'53''$ constitui. In syzygiis autem ea ob aequationes VI et VII augetur $19''$, ita ut his lunae positionibus maxima aequatio annua mihi fiat $13'12''$. Quod si ergo parallaxis solis horizontalis nondum satis accurate sit detecta, etiam haec aequatio lunae annua correctione opus habebit; unde vicissim, si eam ex observationibus lunae exacte defini-

inde vera parallaxis solis horizontalis concludi poterit, haecque certissima videtur via ad
 emendationem verae parallaxis solis horizontalis perveniendi.

§ 3. Deinde mihi quidem eo magis ad observationes confugiendum est, si tabulas meas lunares
 facere velim, quod ad aequationes septem loci lunae exhibitas adhuc adjici debet octava, cujus
 argumentum obtinetur, si a dupla distantia solis a luna subtrahatur dupla anomalia lunae excentrica.
 Nullum enim ex theoria instituens facile perspexi, hanc aequationem tantam fieri, ut sine errore
 fieri nequeat, sed ad ejus quantitatem definiendam tam prolixi et molesti calculi mihi subeundi
 essent, ut ad hunc laborem suscipiendum me determinare non potuerim. Eo autem me facilius
 persuadere posse sum arbitratus, quoniam haec ipsa inaequalitas ex observationibus concludi posset,
 si quo si quidem reliquae aequationes sint cognitae, non admodum errari poterit. Cum enim osten-
 tum, hanc correctionem sinui anguli, qui remanet, si dupla anomalia lunae excentrica a dupla
 distantia solis a luna subtrahatur, esse proportionalem, ea maxima erit, si iste angulus residuus
 sit rectus; quod in syzygiis evenit, si anomalia lunae excentrica fuerit vel 45° , vel 135° , vel 225° ,
 vel 315° . Quando autem ipsa aequatio elliptica est maxima, illa aequatio evanescit; unde investigatio
 maximae aequationis ellipticae ab ista aequatione etiamnum incognita non impeditur. Siquidem Tabulis
 Cassinianis fidem adhibeamus, is hanc inaequalitatem jam animadvertit, eamque, ubi maxima
 est, statuit $4'$, quae in sex prioribus signis ad locum lunae addi, in sex posterioribus vero ab eo
 subtrahi debeat.

§ 4. Ne autem multitudo aequationum correctionem tabularum mearum per observationes insti-
 tutam impediatur, conveniet ejusmodi tantum observationes in hunc finem adhiberi, quae in syzygiis
 institutae; tum enim, ob distantiam solis a luna vel 0° , vel 180° , omnes aequationes ad duas
 tantum reducuntur, quarum altera ab anomalia lunae media, altera ab anomalia solis media pendet:
 haec binae, si fuerint per observationes emendatae, simul omnes aequationum tabulae, quae ad lunae
 positionem quamcunque spectant, inde corrigi poterunt. Condantur enim ex meis tabulis istae binae
 in syzygiis accomodatae tabulae, atque in ea, quae ab anomalia solis media pendet, aequatio maxima
 est $13'12''$, in altera vero, cujus argumentum est anomalia lunae media, maxima aequatio erit
 $14'44''$. Quae si observationibus debito modo collatis major minorve reperiatur, in eadem ratione
 aequationes tabularum I, IV et V augeri minuique debebunt. Simili modo, si aequatio solaris maxima
 comprehendatur major minorve quam $13'12''$, aequationes tabularum II, VI et VII proportionaliter
 mutandae erunt.

§ 5. Cum autem nullae observationes lunae in syzygiis factae sint certiores, quam eae, quae
 in eclipsibus lunae deducuntur, ex quibus quemadmodum loca lunae accurate concludi oporteat,
 inaequale docebo: Colligantur tot hujusmodi loca lunae ex accuratissimis eclipsium lunae observatio-
 nibus, quot quidem intervallo unius duorumve seculorum ultimorum obtineri possunt. Quo plures
 in hujusmodi loca lunae in subsidium vocantur, eo magis conclusiones, quae inde formantur,
 erunt consentaneae. Neque tamen ad nimis antiquas observationes regredi velim, cum quod
 non satis studiose sint institutae, tum vero imprimis, quod locus lunae medius pro nimis magno
 temporis spatio non satis cognitus videtur. Collecto ergo ingenti hujusmodi observationum lunae
 numero, ad singularum momenta computentur lunae loca media, simulque ob usum infra indican-

dum loca nodi media; eaque per tabulam aequationum ab anomalia solis pendentium corrigantur, prodeant lunae loca jam ob actionem solis correcta, quae amplius nulla alia correctione praestantur, quae ab anomalia lunae media pendet, indigeant.

§ 6. Hoc labore expedito notentur differentiae inter loca lunae vera, seu ex observationibus conclusa, et loca modo computata; quae differentiae mox erunt affirmativae, mox negativae, quaeratur maxima differentia tam affirmativa quam negativa, quas proxime tum evenisse manifestum est, cum aequatio ab anomalia lunae media pendens fuerit maxima, tam addenda quam subtrahenda. Inter tot enim lunae observationes probabile est quasdam existere, in quibus aequatio ab anomalia lunae media pendens fuerit fere maxima, tam addenda quam subtrahenda. Etiam si enim haec aliquot gradibus distent ab iis punctis, ubi aequatio est maxima; tamen quia aequatio circuli binae notatae maximae differentiae in eandem anni tempestatem incidant, incertitudo aequationis primae solaris jam adhibitae conclusionem non afficiet: quare si numerus observationum fuerit satis grandis, expediet eas binas maximas differentias, alteram affirmativam, alteram negativam, quae vel in eandem anni tempestatem incidant, vel saltem ejusmodi temporibus sint factae, quibus aequatio solaris proxime fuerit eadem: ut discrimen tantum utriusque aequationis solaris in computum veniat, quod si fuerit parvum, non differret, etiam si maxima aequatio solaris notabiliter abhorret a veritate.

§ 7. Cum autem hoc modo binae maximae differentiae inter loca lunae observata et computata fuerint erutae, addantur ambae in unam summam, cujus semissis aequabitur aequationi maximae ab anomalia lunae pendenti, quae si fuerit $5^{\circ} 1' 44''$, tabulae meae correctionum I, IV et V erunt verissime conformes: si quidem utriusque loco maxima aequatio respondeat; sin autem luna aliquantillum ab iis punctis abfuerit, tum illa differentiarum semisumma aliquanto minor erit quam aequatio maxima, ex quo facile usu venire potest, ut aequatio maxima aliquot minutis secundis major sit, quam hoc modo prodit; fieri autem nequit, ut sit minor. Error tamen ultra aliquot minuta secunda exsurgere nequit. Hinc si ad illam semisummam aliquot minuta secunda addantur, aequatio maxima exacte erit cognita: quae si discrepet a nostra $5^{\circ} 1' 44''$, facile erit tabulas nostras I, IV et V emendare, easque omnibus numeris absolutas efficere.

§ 8. Inventa autem aequatione maxima, quia ea binis illis observationibus, quibus maximum discrimen est deprehensum, convenire debet, si ea in altera addatur, in altera subtrahatur a loco lunae computato, ipse locus observatus resultare debebit utrinque. Quod si secus eveniat, id indicabitur erit loca lunae media non recte fuisse assumpta, hinc error corrigi poterit; ita ut ad haec tempora lunae locus medius innotescat. Cum igitur motum medium cognitum assumamus, saltem ad id nimis magnum temporis intervallum, hoc modo loca lunae media ad singulas epochas, quae in tabulis habentur, emendari poterunt. Atque hae correctiones recte se habebunt, si prior lunae aequatio ab anomalia media solis pendens recte se habeat: haec enim si fuerit erronea, tantumdem correctionum locorum mediorum a veritate discrepabit. Sin autem forte acciderit, ut binae illae electae observationes prope solis apogaeum vel perigaeum sint positae, tum ob ipsam aequationem solarem minimam hinc nullus error in determinationem locorum mediorum redundabit. Verum si aequatio solaris

maxima, praestabit correctionem locorum mediorum tantisper differre, donec ipsa haec aequatio exactius fuerit definita.

§ 9. Si in memoratis illis duabus observationibus aequatio ab anomalia media lunae pendens esset maxima, hinc pro iis temporibus anomalia lunae media exacte innotesceret; quia vero anomalia media facile aliquot gradibus ab ea, cui aequatio maxima respondet, discrepare potest, haec minus est tuta. Hancobrem praestabit inter omnes collectas observationes eas seligere, quae a locis computatis minime differant: et cum hujus generis sine dubio plures occurrant, ex his eas eligere, quibus aequatio solaris proxime aequalis fuerit ei, quae pro locis illis binis prioribus erat inventa. Tum locus lunae medius huic observationi assignatus corrigatur eo modo, quem ante indicavimus; etiamsi enim hic modus per se non est tutus, tamen ob aequalitatem aequationum solarium nullum errorem parit. Tum discrimen inter locum lunae computatum sicque correctum et locum observatum dabit aequationem convenientem ab anomalia media lunae pendentem, quae cum sit parva, anomalia lunae fere vel 0° , vel 180° , ea ab aequatione nobis adhuc incognita non afficietur. Innotescet ergo ex quantitate hujus aequationis anomalia media huic observationis tempori conveniens.

§ 10. Quodsi hoc modo anomalia media lunae unicuique temporis momento respondens fuerit inventa, nisi forte simili modo pro alio quopiam tempore anomalia lunae media determinari queat, ex motu anomaliae, seu motu apogaei jam satis exacte cognito anomalia lunae media ad quodvis tempus assignari poterit. Atque cum simul ex aequatione maxima inventa tabula aequationum ab anomalia lunae media pendentium corrigi queat, si deinceps in aliis anni tempestatibus ejusmodi eligantur observationes, quibus aequatio ab anomalia lunae media pendens vel propemodum nulla, vel fere maxima conveniat, quoniam his casibus aequatio etiamnunc incognita fere evanescit, hinc loca lunae media per hanc jam aequationem corrigendo, ex eorum dissensu ab observationibus tam longitudo media lunae quam aequatio ab anomalia solis pendens definiri poterit. Hocque eo facilius praestabitur, si observationes mensibus Martio et Septembri institutae inter se conferantur; quia enim utraque tempestate aequatio solaris fit maxima, priori subtrahenda, altera addenda, hinc ipsa maxima aequatio solaris facile eruitur. Vel eligantur observationes circa solstitia factae ejusmodi, ut pro iis anomalia lunae media sit prope 0° , vel 90° , vel 180° , vel 270° , et quia his temporibus nostra tabula aequationum solarium non sensibilter a veritate discrepat, vera longitudo lunae media ad quodvis tempus cognoscetur.

§ 11. Correctis autem hoc pacto tabulis tam mediorum motuum quam aequationum tum a lunae tum a solis anomalia media pendentium, quaerantur ex collecta observationum copia ejusmodi lunae loca, quibus anomalia media lunae fere est 45° , vel 135° , vel 225° , vel 315° ; quippe quibus aequatio quantum incognita fit maxima, pro hisque temporibus ex tabulis ante correctis computentur lunae loca, quorum discrimen ab observatis indicabit aequationem maximam incognitam: pro tabula, cujus argumentum est dupla distantia solis a luna, demta dupla lunae anomalia excentrica. Nisi autem ejusmodi observationes suppetant, quibus haec aequatio exacte fit maxima; ex cognita aequatione quovis argumento hujus tabulae respondente ipsa aequatio maxima colligetur. Sunt enim hae aequationes proxime ut sinus anomaliae lunae excentricae bis sumtae, unde si aequatio haec pro qualibet anomalia excentrica habeatur, simul non solum maxima, sed etiam integra haec tabula facile constructur.

§ 12. Neque vero ex eclipsibus lunaribus tam plane loca lunae derivare licet, ut nulla inspectione sit opus. Momentum enim verae oppositionis, quo centrum lunae secundum longitudinem revera centro solis opponitur, ex observationis circumstantiis non nisi satis molesto calculo derivari potest. Observari autem in quaque eclipsi solent principium ac finis, inter quae momenta medietatis non oppositionis verae, sed maximae obscurationis tempus prodit, quod idem tempus, si vel initium vel finis observatio deficiat, ex binis aequalibus phasibus ante ac post maximam obscurationem vatis medium sumendo reperitur. Quodsi ergo horologium accuratissime fuerit vel ad tempus vatis vel ad medium accomodatum, ejusque beneficio tam initium quam finis eclipsios, vel binae phasibus aequales notentur, inde verum eclipsis tempus medium seu maximae obscurationis momentum accipietur. Si igitur pro hoc ipso momento locus solis computetur, ejus punctum oppositum non dabit lunae longitudinem, sed tamen locus lunae pro eodem tempore non difficulter definietur.

§ 13. Facillime quidem veroque satis prope locus lunae momento mediae eclipseos modo definitur. Repraesentet (Fig. 203.) recta ΩC eclipticam, ΩP orbitam centri lunae, ita ut Ω nodus lunae ascendens. Tum computetur pro momento mediae eclipseos locus solis, cujus punctum oppositum sit C , simulque colligatur ex tabulis lunaribus locus nodi Ω pro eodem momento, ut habeatur distantia puncti C a nodo. Etsi enim tabulae pro nodo quoque correctione forte indigent, tamen tuto assumere licet, eas non tantopere a veritate abhorrere, ut error inde pro nostro scopis oriundus ullam attentionem mereatur. Si enim error in loco nodi commissus vel ad integrum gradum assurgeret, cum tamen vix ad 2 minuta assurgere queat, in loco lunae non ultra 15" aberraretur. Deinde cum motus solis sit tardissimus, assumamus tempore totius eclipseos centrum umbrae in eodem puncto C haesisse, quae quidem assumptio nimis est libera, sed deinceps errorem ex hoc ortum investigemus.

§ 14. Initio porro eclipseos ponamus centrum lunae fuisse in L , fine vero eclipseos in V , quae puncta in recta ΩP posita ita erunt comparata, ut utraque distantia CL vel CV aequalis sit summam radiorum umbrae et lunae. Quare centrum lunae ab initio eclipseos ad finem usque spatium LV in sua orbita descripsisse erit censendum; quod cum factum sit motu uniformi, tempore mediae eclipseos centrum lunae in puncto P extitisse necesse est, ita ut sit $PL = PV$. Ex quo manifestum est rectam CP in orbitam lunae fore perpendicularem. Si igitur simili modo punctum C ad orbitam lunae reducat, quo vulgo locus lunae ad eclipticam reduci solet, quod fiet si longitudo nodi Ω a longitudine puncti C subtrahatur, atque residuum tanquam argumentum latitudinis in tabula reductionis lunae quaeratur, et aequatio respondens prout titulus tabulae prae se fert, ad locum puncti C addatur, vel inde subtrahatur, prodibit locus puncti P in orbita lunae, ubi centrum lunae tempore mediae eclipseos versabatur. Hinc ergo invenitur pro isto temporis momento locus lunae in orbita, qui cum loco lunae ex tabulis computato, neglecta scilicet reductione ad eclipticam, convenire debet si quidem tabulae essent perfectae.

§ 15. Hic autem non solum motus centri umbrae C rationem praetermisimus, sed etiam sphaericitatis nullam habuimus rationem. Quem utrumque defectum ut suppleamus, repraesentet (Fig. 204.) in superficie sphaerica circulus ΩC eclipticam, et alter circulus ΩP orbitam lunae; sitque in figura Ω nodus ascendens, cujus locum, etsi est variabilis, tamen ob motus tarditatem summam, quando

Eclipsis durat, pro fixo habere poterimus. Initio igitur eclipsis fuerit centrum umbrae in A , et centrum lunae in L , in fine autem sit centrum umbrae in a , et centrum lunae in l , erunt intervalla AL et al aequalia semisummae diametrorum umbrae ac lunae. Quodsi jam ob utrumque motum uniformem, spatia Aa et Ll bisecentur in C et O , exhibebit C locum centri umbrae, et O locum centri lunae ipso medio eclipseos tempore. Demittatur quoque ex C in orbitam lunae perpendicularum CP moxque patebit puncta O et P esse diversa, eorumque distantiam determinabimus.

§ 16. Sit angulus Ω seu inclinatio orbitae lunaris ad eclipticam $= \alpha$; quam in eclipsis considerasse $= 5^{\circ} 17'$, ac pro medio eclipsis tempore ponatur $\Omega C = a$, $\Omega O = x$; deinde sit tempore medio eclipsis spatium a centro umbrae percursum $CA = Ca = m$, et spatium a luna emensum $OL = Ol = n$, erit $\Omega A = a - m$, $\Omega a = a + m$, $\Omega L = x - n$ et $\Omega l = x + n$, hinc ex triangulo sphaerico $A\Omega L$ reperitur

$$\cos AL = \cos \alpha \sin (a - m) \sin (x - n) + \cos (a - m) \cos (x - n)$$

etque triangulum $a\Omega l$ praebit

$$\cos al = \cos \alpha \sin (a + m) \sin (x + n) + \cos (a + m) \cos (x + n)$$

Quum igitur sit $AL = al$, erit

$$\cos \alpha \sin (a - m) \sin (x - n) + \cos (a - m) \cos (x - n) = \cos \alpha \sin (a + m) \sin (x + n) + \cos (a + m) \cos (x + n).$$

ex qua aequatione arcus $\Omega O = x$ definiri potest.

§ 17. Si nunc pro sinubus et cosinibus summae et differentiae arcuum substituantur eorum valores, terminique se destruentes omittantur, sequens prodibit aequatio:

$$\sin \alpha \cos x \sin m \cos n + \cos \alpha \sin x \cos m \sin n = \cos \alpha (\sin a \cos x \cos m \sin n + \cos a \sin x \sin m \cos n)$$

quae ob $\frac{\sin a}{\cos a} = \tan a$, $\frac{\sin x}{\cos x} = \tan x$, $\frac{\sin m}{\cos m} = \tan m$ et $\frac{\sin n}{\cos n} = \tan n$ transit in hanc formam

$$\tan a \tan m + \tan x \tan n = \cos \alpha \tan a \tan n + \cos \alpha \tan x \tan m$$

qua proinde reperitur

$$\tan x = \frac{\tan a (\cos \alpha \tan n - \tan m)}{\tan n - \cos \alpha \tan m}.$$

Quia vero arcus m est minimus, et n ultra aliquot gradus non ascendit, erit sine errore $\tan m : \tan n = m : n$, hoc est ut motus horarius centri umbrae seu solis ad motum horarium

umbrae. Hac ergo ratione cognita erit

$$\tan x = \frac{\tan a (n \cos \alpha - m)}{n - m \cos \alpha} = \tan \Omega O.$$

§ 18. Est vero ex triangulo ΩCP ad P rectangulo $\tan \Omega P = \tan a \cos \alpha$; unde patet punctum O non in punctum P incidere, ideoque modum ante traditum, locum lunae tempore medio eclipsis investigandi, a veritate recedere. Ex formula autem inventa pro tempore mediae eclipsis locum lunae in orbita inveniatur, si modo constet distantia $\Omega C = a$ (quae obtinetur si locus nodi a eclipticae centri umbrae, quod centro solis est oppositum, subtrahatur, quae differentia argumen-

tum latitudinis appelletur) et ratio motuum horariorum m et n . Quia vero discrimen inter ΩC et $\Omega O = \alpha$ est minimum, hoc ipsum definiamus, ut pateat, quantum a longitudine centri subtrahi debeat, quo prodeat locus puncti O , seu locus centri lunae in sua orbita tempore eclipsis. Erit ergo

$$\text{tang}(\Omega C - \Omega O) = \frac{\text{tang } a - \text{tang } \alpha}{1 - \text{tang } a \text{ tang } \alpha}$$

et quia α proxime ipsi a aequalis est, neglecto discrimine minimo erit

$$\text{tang}(\Omega C - \Omega O) = \frac{\text{tang } a - \text{tang } \alpha}{1 - \text{tang}^2 a} = (\text{tang } a - \text{tang } \alpha) \cos^2 a.$$

§ 19. Substituto ergo valore pro $\text{tang } \alpha$ ante invento erit

$$\text{tang}(\Omega C - \Omega O) = \frac{(m+n)(1-\cos a)\text{tang } a \cos^2 a}{n-m \cos a}.$$

Jam ob $\text{tang } a = \frac{\sin a}{\cos a}$, $1 - \cos a = 2 \sin^2 \frac{1}{2} a$ et $\sin a \cos a = \frac{1}{2} \sin 2a$ erit

$$\text{tang}(\Omega C - \Omega O) = \frac{(n+m) \sin^2 \frac{1}{2} a \cdot \sin 2a}{n-m \cos a}$$

cui expressioni ipsa differentia arcuum $\Omega C - \Omega O$ erit aequalis, ita ut sit

$$\Omega C - \Omega O = \frac{(n+m) \sin^2 \frac{1}{2} a}{n-m \cos a} \cdot \sin 2a.$$

Si ergo haec particula a longitudine centri umbrae subtrahatur, prodibit locus lunae in orbita quo locum ex tabulis inventum pro medio eclipsis tempore comparari oportet, sicque ex dissensu locorum lunae ex tabulis inventorum et locorum modo hic exposito ex eclipsibus conclusorum correctio ante explicata tabularum erit instituenda.

§ 20. Cum jam angulus α sit $= 5^\circ 17'$, atque ob n prae m valde magnum, pro ratione $m:n$ ratio mediorum motuum solis et lunae tuto assumi queat, erit

$$m:n = 148'' : 1976'' \text{ et } m \cos \alpha = 147'',$$

unde $\frac{n+m}{n-m \cos \alpha} = \frac{2124}{1829}$, ejusque logarithmus: 0,0649408;

$$\text{addatur } 7,3271986 = 2l \sin \alpha$$

$$\text{prodit } 7,3921394 = l \frac{n+m}{n-m \cos \alpha} \sin^2 \alpha$$

ad quem logarithmum insuper addi debet $l \cdot \sin 2a$, ut prodeat logarithmus particulae $\Omega C - \Omega O$ quae ut in minutis secundis expressa prodeat, subtrahatur hic logarithmus: 4,6855749, seu ad $l \cdot \sin 2a$ addatur hic logarithmus: 2,7065645, prodibitque logarithmus correctionis quaesitae in minutis secundis expressae.

§ 21. Hinc igitur sequentem tabulam supputavi, cujus argumentum habetur, si a loco soli opposito subtrahatur longitudo nodi ascendentis: ex qua inventa aequatio loco soli opposito vel addi vel subtrahi debet, prout titulus monstrat, ut obtineatur verus lunae locus in sua orbita media eclipsis tempore

Tabula aequationis

loco soli opposito applicanda, ut prodeat lunae locus in orbita tempore medio eclipsis.

Subtrahatur longitudo nodi a longitudine solis.

Grad.	Subtrah.		
0	0' 0''	30	0' 0''
1	1 11	29	0 18
2	2 22	28	0 35
3	3 33	27	0 35
4	4 43	26	1 11
5	5 53	25	1 28
6	7 2	24	1 45
7	8 11	23	2 3
8	9 20	22	2 20
9	10 28	21	2 37
10	11 35	20	2 54
11	12 41	19	3 10
12	13 46	18	3 26
13	14 51	17	3 43
14	15 54	16	3 58
15	16 55	15	4 14
16	17 56	14	4 29
17	18 55	13	4 44
18	19 54	12	4 58
19	20 51	11	5 13
20	21 46	10	5 26

0 } Sig.
VI }

adde Grad.
V } Sig.
XI }

§ 22. Pro mediis igitur eclipsis momentis omnium observationum, quae in hunc finem sunt collectae, computentur loca solis vera, simulque tam lunae quam nodi loca media, quibus ob rationibus post indicandas adjiciantur quoque ex tabulis anomaliae lunae mediae. Tum locus nodi per aequationes tabularum imprimis II et III corrigatur, hicque a loco solis subtrahatur, ut habeatur argumentum praecedentis tabulae, cujus ope ex loco soli opposito reperietur locus lunae in orbita. Deinde loca lunae media corrigantur per aequationem ab anomalia media solis pendentem, ut supra etiam si huic aequationi nondum fidem plenam adhibeamus, atque ubique notentur differentiae inter haec lunae loca et ea, quae ex observationibus sunt deducta. Quo facto eligantur duae observationes, quibus maximae differentiae deprehenduntur, altera in excessu, altera in defectu, et cum

hujusmodi plures occurrant, ejusmodi duae eligantur, quae fere aequalem aequationem ab anomalia solis pendentem habeant.

§ 23. Quoniam vero in his observationibus temere assumeretur, ipsam aequationem ab anomalia lunae pendentem convenire, in hunc finem anomalias quoque lunae medias non tantum venit; cum enim eae vix unum gradum a vero errare queant, ex his facile patebit, quantum illis observationibus conveniens a maxima differat. Etsi enim aequatio maxima ipsa nondum cognita, tamen differentiae inter aequationes maximae proximas eadem erunt; quae in tabulis habentur. Ita si pro altera observatione reperta fuerit anomalia lunae media $= 3^{\circ} 10'$, aequatio conveniens minor erit quam maxima $1' 38''$. Hic ergo defectus ad utramque differentiam addatur, tum earum summa aequabitur aequationi maximae bis sumtae, hocque pacto aequatio maxima accuratius innotescet.

§ 24. Hinc igitur pro utraque observatione facile colligetur aequatio conveniens, siquidem lunae hactenus per solam aequationem solarem correctam emendari poterunt. Praeterea autem tabula aequationum lunarium ex cognita aequatione maxima facile corrigetur. Deinde, ut jam meminimus, quaerantur ejusmodi observationes, quibus differentia minima respondet, et quae aequalem habeant aequationem solarem iis, quae binis prioribus observationibus competebant; locum lunae ante computato per correctionem modo memoratam correcto, ipsa differentia a loco observationis aequationem convenientem indicabit, unde simul anomalia media huic loco debita cognoscetur. hocque pacto tam tabula anomaliarum mediarum, quam aequationum ipsis respondentium condatur. Denique hoc negotio expedito, aequatio maxima ab anomalia media solis pendens investigetur, modo ante exposito, atque ad correctionem tabularum motuum mediorum lunae hinc facile pervenietur.

§ 25. Quodsi correctiones hoc modo inventae satis fuerint notabiles, eae nondum justae censeri poterunt. Sed tabulis hoc modo correctis, conveniet omnes hactenus expositas operationes de novo repetere, qui labor jam erit perfacilis, siquidem hac secunda correctione adhibita dubium erit nullum quin tum tabulae proditurae sint accuratissimae, dummodo in observationibus nullus error reperitur. Hoc vero calculo ad finem perducto demum aequatio illa nobis etiam nunc incognita investigetur, supervacaneum enim foret hoc negotium suscipere antequam altera correctio, siquidem necessaria videatur, fuerit peracta. Atque his expeditis singulae tabularum nearum partes non solum corrigentur, sed etiam illa tabula, quae adhuc deest, levi opera adjicietur, ut nihil amplius praeter desiderari queat.

§ 26. Maxima difficultas in hoc correctionis negotio in electione binarum illarum observationum quae vel eadem anni tempestate, vel cum aequatio solaris fuerit fere eadem, erit posita, quae enim est probabile hunc casum in tempore unius vel sesquiseculi ita commode usu venire, ut accepta ante tradita sine ullo impedimento sequi possimus. Si igitur huic conditioni satisfieri nequeat, tum primo quidem tabula aequationum ab anomalia media solis pendentium pro certa habentur, atque ex maximis differentiis, in quaecumque etiam tempora incidant, tam maxima aequatio quae correctio motus medii investigetur. Deinde considerentur observationes, quibus minima aequatio

completur, ex iisque correctio anomaliae mediae exploratur, quae si perpetuo eadem resultet, neque observationes adhibeantur, sive circa aequinoctium vernum sive autumnale factae, hoc indicium tabulam nostram aequationum solarium esse veritati consentaneam.

27. Sin autem aliae anomaliae mediae correctiones inveniantur, prout aliae observationes in tabulam ducantur, tabula nostra aequationum solarium data sui parte vel augeatur vel diminuatur, singulae aequationes hujus tabulae parte sua quarta diminuatur, cum probabile sit si errent, in excessu peccare: eademque operationes hac facta mutatione repetantur, sicque patebit, utrum minor consensus sit proditurus? Ex ipsa autem dissensuum inaequalitate non solum utraque ad veritatem propius accedat, intelligitur, sed etiam vera quantitas aequationum solarium colligi poterit. Quae nisi adhuc satis certa videatur, novis hypothesis propioribus fingendis, iterumque operationibus denuo instituendis, multo certior veritatis conformis obtinebitur. Quin etiam quo minor dubitandi locus relinquatur, postquam hoc modo omnes tabulae fuerint correctae, has insae iisdem operationibus denuo subjici, atque altera vice emendari poterunt.

28. Quodsi autem aliis atque aliis observationibus ad hoc negotium adhibendis diversae correctiones inveniantur, neque eae ad consensum perducere queant, hinc manifesto liquebit, in ipsis observationibus errores latere, qui nisi detegi, atque observationes certiores a minus certis dignosci queant: correctiones ex singulis repertae seorsim notentur, moreque Astronomis satis solenni inter omnes has correctiones diversas medium capiatur, ut sic correctiones tabularum, quae omnibus observationibus simul sumtis quam proxime satisfaciant, obtineantur. Cum autem tanta eclipsium lunarium multitudo, tanta opus est, fuerit collecta, calculusque primum instituendus absolutus, levi attentione adhibita pariter offerrent subsidia calculique compendia, ut superfluum foret plura hic praecepta tradere, quae vel inutilia sint futura, vel sponte occurrura.

29. Si quis igitur hoc calculi onus in se suscipere velit, is non solum de theoria lunae, quae ab omnibus astronomis tantopere adhuc est desiderata, maxime merebitur; sed etiam nodum in astronomia maximi momenti tam feliciter resolvit, ut nulla alia via aequae accurata solutio expectari queat. Parallaxis scilicet solis horizontalis, qua ejus vera a terra distantia determinatur, tam exacte hinc cognosci poterit, ut error ne quidem ad semissem minuti secundi assurgere possit. Cum enim a parallaxi solis horizontali, quam $12\frac{1}{2}''$ assumeram, maxima lunae aequatio solaris pro syzygiis prodidisset $13'12''$, si ista aequatio calculo evoluto major minorve reperiatur, in eadem ratione parallaxis solis horizontalis augeri minuique debet. Si igitur in determinatione hujus maximae aequationis solaris error supra dimidium minutum primum committi nequeat, multo minorem autem esse futurum puto; parallaxin solis horizontalem tam accurate hinc cognoscere licebit, ut error ne dimidium quidem minutum secundum attingat. Ponamus enim inveniri maximam aequationem solarem in syzygiis $12'30''$, haec analogia institui debet:

$$13'12'' : 12'30'' = 12'30'' : 11'50''$$

unde patet parallaxin solis horizontalem futuram esse $11'50''$.

30. Contra calculum hic praeceptum jure objici potest, quod tabulis lunariis ad statum

syzygiarum accomodatis uti jubeam, cum tamen in observationibus ad medium cujusque eclipsis institutis centra solis et lunae non in vera oppositione secundum longitudinem versentur, hanc autem objectionem nihil aliud habeo quod respondeam, nisi quod errores calculi ex hoc oriri tam sint parvi, ut ratione ad alios errores prorsus inevitabiles habita tuto negligantur. Si enim eclipsis fuerit minima, quod evenit si centrum solis 18° fere a nodo distet, differentia longitudinum centri lunae et centri umbrae minor est $5'$: cui differentiae ex tabula variationis $6''$ minor respondet, neque ex tabula IV error ultra $7''$ oriri potest, qui adeo illum saepe desunt. Interim tamen si jam tabulae neglectis his erroribus, qui, si eclipses sint notabiles, nullius sunt momenti, fuerint plane correctae, non difficile erit etiam harum minimarum aberrationum neminem in calculum introducere, atque tabulas a vitiis quoque inde ortis penitus purgare.



[The text in this section is extremely faint and largely illegible due to the quality of the scan. It appears to be a continuation of the mathematical or astronomical treatise.]