XXI. Capitel.

Von den Gesetzen der Bewegung flüssiger Materien.

155) *Die Bewegung einer flüssigen Materie wird vollkommen erkannt, wenn man für jeglichen Zeitpunkt sowohl die Geschwindigkeit als die Richtung, womit ein jegliches Theilchen bewegt wird, anzuzeigen im Stande ist: zu welchem Ende die Bewegung am füglichsten nach drei gegebenen Richtungen, so unter sich winkelrecht sind, aufgelöst wird.*

Wir wollen sogleich die Bewegung der flüssigen Körper in dem weitesten Umfange betrachten, weil hiezu nicht viel schwerere Schlüsse erfordert werden, als wenn wir nur einen und den andern besondern Fall abhandeln wollten; und damit man überführt werde, dass die oben gegebenen Grundsätze nicht nur allgemein, sondern auch hinreichend sind alle möglichen Fälle, welche immer vorkommen können, zu erörtern. Um also diese Abhandlung ganz allgemein auszuführen, so wollen wir die flüssige Materie, wie in den letzten Sätzen des vorigen Capitels geschehn, nach drei auf einander rechtwinklichten Flächen AOB, AOC, BOC, und drei Axen OA, OB, OC in Erwägung ziehen. Wir nehmen daher einen in dem flüssigen Körper befindlichen Punkt M vor, dessen Stelle durch seine Entfernung von den obigen drei Flächen also bestimmt würde: $MX = x$, $MY = y$ und $MZ = z$. Nachdem nun von einem gewissen Zeitpunkte eine Zeit, welche wir durch t andeuten wollen, verstrichen ist, so wird das in M befindliche Theilchen der flüssigen Materie eine gewisse Bewegung haben, und diese mag beschaffen sein wie man will, so lässt sich dieselbe allezeit nach drei Richtungen MP, MQ und MR, welche mit den drei angenommenen Axen OC, OB und OA gleichlaufend sind, auflösen. Wir wollen also setzen: die Bewegung nach $MP = u$, nach $MQ = v$, nach $MR = w$, und auf der Bestimmung dieser drei Bewegungen beruht die ganze Erkenntniss der Bewegung der flüssigen Materie. Es kann sich aber in diesen drei Geschwindigkeiten u, v, w eine doppelte Veränderlichkeit befinden, davon die eine von dem Orte des Punktes M, d. i. von den drei Grössen x, y, z, die andere aber von der Zeit t abhängt Daher müssen dieselben als solche Quantitäten angesehn werden, welche aus den vier veränderlichen Grössen x, y, z und t zusammengesetzt sind, wo wir also wiederum die obige Art, den Zuwachs einer jeden, wenn nur eine von diesen um unendlich wenig wächst, auszudrücken, beibehalten wollen.

156) *Diese drei Bewegungen müssen mit der Dichtigkeit der flüssigen Materie und derselben Veränderlichkeit, sowohl nach dem Orte als der Zeit, in einem gewissen Verhältnisse stehn, woraus eine Gleichung erwächst, welche die möglichen Bewegungen von den unmöglichen unterscheidet. Diese Gleichung beruht auf dem Grundsatze des Stetigen.*

Die Dichtigkeit in M sei jetzt $= q$, welche sowohl mit der Zeit als dem Orte verändert werde. Es komme aber der Punkt M durch seine Bewegung nach der Zeit dt in M', dessen Ort durch drei Coordinaten bestimmt wird: $x + udt$, $y + vdt$, $z + wdt$, folglich wird alsdann die ... in M' sein:

$$q + dt\left(\frac{dq}{dt}\right) + udt\left(\frac{dq}{dx}\right) + vdt\left(\frac{dq}{dy}\right) + wdt\left(\frac{dq}{dz}\right).$$

... nun dem flüssigen Theilchen in M eine würfelförmige Figur $MPQRmpqr$, deren Inhalt ... und Masse $= qdxdydz$, welche durch die Bewegung in der Zeit dt in $M'P'Q'R'm'p'q'r'$ ... werde. Wenn die Bewegung des Punktes P mit M einerlei wäre, so würde $M'P' = MP$; ... die drei Bewegungen des Punktes P sind:

$$u + dx\left(\frac{du}{dx}\right), \quad v + dx\left(\frac{dv}{dx}\right) \quad \text{und} \quad w + dx\left(\frac{dw}{dx}\right),$$

wovon die beiden letztern die Weite $M'P'$ nicht verändern, weil sie darauf winkelrecht sind. Da ... nach der ersten der Punkt P geschwinder geht als M um $dx\left(\frac{du}{dx}\right)$, so wird $M'P'$ um $dxdt\left(\frac{du}{dx}\right)$ grösser sein als MP, also:

$$M'P' = dx + dxdt\left(\frac{du}{dx}\right) = dx\left(1 + dt\left(\frac{du}{dx}\right)\right).$$

Gleichergestalt wird

$$M'Q' = dy\left(1 + dt\left(\frac{dv}{dy}\right)\right) \quad \text{und} \quad M'R' = dz\left(1 + dt\left(\frac{dw}{dz}\right)\right).$$

Ungeachtet nun in dieser veränderten Figur die Winkel nicht mehr völlig recht sind, so ist doch der Unterschied unendlich klein und wird daher der Inhalt derselben durch $M'P'.M'Q'.M'R'$ richtig angezeigt. Dieser Inhalt ist demnach:

$$dxdydz\left(1 + dt\left(\frac{du}{dx}\right) + dt\left(\frac{dv}{dy}\right) + dt\left(\frac{dw}{dz}\right)\right),$$

welche mit der oben gegebenen Dichtigkeit multiplicirt die Masse giebt:

$$qdxdydz\left(1 + dt\left(\frac{du}{dx}\right) + dt\left(\frac{dv}{dy}\right) + dt\left(\frac{dw}{dz}\right)\right) + dxdydz\left(dt\left(\frac{dq}{dt}\right) + udt\left(\frac{dq}{dx}\right) + vdt\left(\frac{dq}{dy}\right) + wdt\left(\frac{dq}{dz}\right)\right),$$

welche aus dem Grundsatze des Stetigen der vorigen Masse $qdxdydz$ gleich sein muss. Wenn wir also durch $dtdxdydz$ dividiren, so erhalten wir diese Gleichung:

$$q\left(\frac{du}{dx}\right) + q\left(\frac{dv}{dy}\right) + q\left(\frac{dw}{dz}\right) + u\left(\frac{dq}{dx}\right) + v\left(\frac{dq}{dy}\right) + w\left(\frac{dq}{dz}\right) + \left(\frac{dq}{dt}\right) = 0,$$

welche sich in folgende zusammenziehen lässt:

$$\left(\frac{dq}{dt}\right) + \left(\frac{d.qu}{dx}\right) + \left(\frac{d.qv}{dy}\right) + \left(\frac{d.qw}{dz}\right) = 0,$$

wodurch ein gewisses Verhältniss angezeigt wird, in welchem die drei Bewegungen mit der Dichtigkeit stehen müssen.

157) *Was den Druck anlangt, so muss derselbe allenthalben so beschaffen sein, dass au selben mit den Kräften, welche auf jegliches Theilchen wirken, die Bewegung entstehe. Die Gleichung, so daher erhalten wird, dient also um den Druck de gen Materie aller Orten und zu allen Zeiten zu bestimmen.*

Wir wollen setzen, dass, wie im vorigen Capitel, das Theilchen, nach dem Verhältniss Masse, in M von drei Kräften P, Q, R nach den Richtungen MP, MQ, MR getrieben werd nun die Masse $= qdxdydz$, so sind diese drei Kräfte: nach $MP = Pqdxdydz$, nach $MQ = Qq$ nach $MR = Rqdxdydz$. Lasst uns ferner den Druck in M zur Zeit t durch die Höhe p andeu deren Veränderlichkeit ebenfalls sowohl von der Stelle als der Zeit abhängen wird. Was Druck auf das Theilchen $MPQRmpqr$ für eine Wirkung ausübe, ist schon oben (153) angezeig worden: dasselbe wird nämlich getrieben von folgenden Kräften

$$\text{nach } PM = dxdydz\left(\frac{dp}{dx}\right), \quad \text{nach } QM = dxdydz\left(\frac{dp}{dy}\right), \quad \text{nach } RM = dxdydz\left(\frac{dp}{dz}\right).$$

Diese Kräfte von den obigen abgezogen, müssen die Vermehrungen der Geschwindigkeiten in der Zeit dt, innerhalb welcher der Punkt M in M' kommt, bestimmt werden. Die Grössen t, x, y, z, von welchen die drei Bewegungen abhängen, erhalten bei dieser Veränderung folgende Zuwachse: dt, udt, vdt und wdt, daher der Zuwachs der Geschwindigkeiten sein wird:

$$\text{von } u = dt\left(\frac{du}{dt}\right) + udt\left(\frac{du}{dx}\right) + vdt\left(\frac{du}{dy}\right) + wdt\left(\frac{du}{dz}\right) = Xdt$$

$$\text{von } v = dt\left(\frac{dv}{dt}\right) + udt\left(\frac{dv}{dx}\right) + vdt\left(\frac{dv}{dy}\right) + wdt\left(\frac{dv}{dz}\right) = Ydt$$

$$\text{von } w = dt\left(\frac{dw}{dt}\right) + udt\left(\frac{dw}{dx}\right) + vdt\left(\frac{dw}{dy}\right) + wdt\left(\frac{dw}{dz}\right) = Zdt$$

woraus man ersieht, was wir, um abzukürzen, durch X, Y und Z verstehen. Nun aber ist der Zuwachs einer jeden Geschwindigkeit mit der Masse $qdxdydz$ multiplicirt gleich der ganzen nach ihrer Richtung treibenden Kraft mit der Zeit dt multiplicirt, wie oben erwiesen worden. Demnach bekommen wir folgende drei Gleichungen, nachdem wir eine jegliche durch $dtdxdydz$ dividirt haben

$$Xq = Pq - \left(\frac{dp}{dx}\right), \quad Yq = Qq - \left(\frac{dp}{dy}\right), \quad Zq = Rq - \left(\frac{dp}{dz}\right).$$

Weil nun

$$dx\left(\frac{dp}{dx}\right) + dy\left(\frac{dp}{dy}\right) + dz\left(\frac{dp}{dz}\right)$$

das Differential von p ausdrückt, wenn alle drei Coordinaten x, y, z als veränderlich, die Zeit als unveränderlich angenommen wird, so wollen wir, wie gewöhnlich, für dieses Differential schlechtweg dp schreiben, und dadurch werden diese drei Gleichungen in folgende eine vereinigt

$$\frac{dp}{q} = Pdx + Qdy + Rdz - Xdx - Ydy - Zdz$$

in welcher Differentialgleichung folglich die Zeit t als unveränderlich angesehn werden muss. P, Q, R sind die Kräfte, und die Werthe von X, Y, Z sind oben angezeigt worden.

(58) *In diesen zwei Gleichungen sind alle mögliche Bewegungen, welche auch immer in flüssigen Materien Statt finden können, enthalten; die flüssigen Materien mögen sich zusammendrücken lassen, oder nicht, und wie auch immer die Kräfte, welche auf dieselben wirken, beschaffen sein mögen.*

Wenn wir alles zusammenziehen, was bisher gesagt worden, so kommt die ganze Sache auf folgende Punkte an. Erstlich muss der Zustand der flüssigen Materie nach drei auf einander winkelrechten Flächen AOB, AOC, BOC und drei Axen OA, OB, OC beurtheilt werden, welche nach Willkühr angenommen werden können. Zweitens betrachte man auf eine seit einem gewissen Anfange verflossene Zeit t, ein Theilchen der flüssigen Materie in M, dessen Ort durch die Coordinaten $XM = x$, $YM = y$ und $ZM = z$ bestimmt werde. Drittens werden die Kräfte, welche darauf nach dem Verhältnisse der Massen wirken, nach den drei Richtungen MP, MQ, MR aufgelöst, und durch die Buchstaben P, Q, R dergestalt angedeutet, dass dieselben mit der Masse multiplicirt die Kräfte selbst ausdrücken. Viertens setze man auf die Zeit t die Dichtigkeit der flüssigen Materie in $M = q$, und den Druck gleich der Höhe p. Fünftens, die Bewegung dieses Theilchens selbst deute man nach den drei Richtungen MP, MQ, MR durch die drei Geschwindigkeiten u, v, w an: so muss in diesen Grössen p, q, u, v, w eine doppelte Veränderlichkeit betrachtet werden, wovon die eine blos von der Zeit t, die andere aber blos von dem Orte, oder den drei Coordinaten x, y und z abhängt. Sechstens setze man, nur um die Rechnung abzukürzen:

$$\left(\frac{du}{dt}\right) + u\left(\frac{du}{dx}\right) + v\left(\frac{du}{dy}\right) + w\left(\frac{du}{dz}\right) = X$$

$$\left(\frac{dv}{dt}\right) + u\left(\frac{dv}{dx}\right) + v\left(\frac{dv}{dy}\right) + w\left(\frac{dv}{dz}\right) = Y$$

$$\left(\frac{dw}{dt}\right) + u\left(\frac{dw}{dx}\right) + v\left(\frac{dw}{dy}\right) + w\left(\frac{dw}{dz}\right) = Z.$$

Ist dieses geschehen, so wird die Bewegung, dieselbe mag auch beschaffen sein wie sie immer will, durch folgende zwei Gleichungen ausgedrückt:

$$\text{I.}\quad \left(\frac{dq}{dt}\right) + \left(\frac{d\,.\,qu}{dx}\right) + \left(\frac{d\,.\,qv}{dy}\right) + \left(\frac{d\,.\,qw}{dz}\right) = 0$$

$$\text{II.}\quad \frac{dp}{q} = Pdx + Qdy + Rdz - Xdx - Ydy - Zdz$$

Wobei zu merken, dass in dieser zweiten Differentialgleichung die Zeit t als beständig, und nur die drei Coordinaten x, y, z als veränderlich angesehn werden müssen. Hiernach muss man sich also in der Integration richten, weil die beständige Grösse, so dadurch hinzukommt, die Zeit in sich fassen kann. Und auf diese Art werden alle äusserlichen Umstände, als, wenn die flüssige Materie von aussen gedrückt wird, in die Rechnung gebracht. In allen Fällen kommt es also darauf an, dass man finde, wie die drei Geschwindigkeiten u, v, w von den Grössen x, y, z und der Zeit t abhängen müssen, damit erstlich der erstern Gleichung ein Genüge geschehe, und hernach die zweite Gleichung sich integriren lasse. Hier fehlt es aber an der Auflösungskunst, in welcher man es noch nicht so weit gebracht hat, dass man dieses allgemein leisten könnte.

159) *Fast alle Bewegungen flüssiger Körper, welche man völlig zu bestimmen im Stande, werden auf diesen Fall eingeschränkt, da sich eine flüssige Materie durch eine bewegt, und wenn die daher geleiteten Bestimmungen nach aller Schärfe richtig sollen, so muss die Röhre gleichsam unendlich lang sein. Findet dieser Umstand Platz, so sind auch die Schlüsse nicht völlig der Wahrheit gemäss.*

Man beziehe die Röhre HMN (Fig. 241.) auf unsere drei Flächen AOB, AOC und BOC betrachte den Durchschnitt derselben H in der Fläche AOB. Es sei nun die Weite der Röhre $H = cc$, und für den Ort des Punktes H daselbst $OG = g$ und $GH = h$. Nach der Zeit Geschwindigkeit der flüssigen Materie in $H = \omega$, und die Dichtigkeit derselben $= \theta$ und der $= \pi$, so werden die Grössen ω, θ und π nur allein von der Zeit t abhängen. Für einen andern Punkt der Röhre M, dessen Ort durch die drei Coordinaten $OV = x$, $VZ = y$, ZM bestimmt wird, sei zu eben der Zeit die wahre Geschwindigkeit in M nach der Richtung der $Mm = \upsilon$, die Dichtigkeit $= q$, der Druck $= p$, die Weite der Röhre $= rr$, und die Kräfte vorher $MP = P$, $MQ = Q$, $MR = R$, welche nach dem Verhältnisse der Massen wirken. Weil die Figur der Röhre als bekannt angesehn wird, deren Länge HM sein soll $= s$, so werden und rr durch s gegeben. Aus der wahren Geschwindigkeit υ und der Richtung $Mm = ds$ folgen die drei Geschwindigkeiten

$$u = \frac{\upsilon dx}{ds}, \quad v = \frac{\upsilon dy}{ds}, \quad w = \frac{\upsilon dz}{ds},$$

daher $udy = vdx$, $udz = wdx$, $vdz = wdy$ und $uu + vv + ww = \upsilon\upsilon$. Folglich wird

$$Xdx + Ydy + Zdz = + dx\left(\frac{du}{dt}\right) + udx\left(\frac{du}{dx}\right) + udy\left(\frac{du}{dy}\right) + udz\left(\frac{du}{dz}\right)$$

$$+ dy\left(\frac{dv}{dt}\right) + vdx\left(\frac{dv}{dx}\right) + vdy\left(\frac{dv}{dy}\right) + vdz\left(\frac{dv}{dz}\right)$$

$$+ dz\left(\frac{dw}{dt}\right) + wdx\left(\frac{dw}{dx}\right) + wdy\left(\frac{dw}{dy}\right) + wdz\left(\frac{dw}{dz}\right).$$

Weil nun $\frac{dx}{ds}$, $\frac{dy}{ds}$, $\frac{dz}{ds}$ nicht von der Zeit abhängen, so ist $\left(\frac{du}{dt}\right) = \frac{dx}{ds}\left(\frac{d\upsilon}{dt}\right)$ etc., und wenn in den übrigen Gliedern t als beständig angenommen wird, weil $\frac{dx^2 + dy^2 + dz^2}{ds} = ds$, so wird

$$Xdx + Ydy + Zdz = ds\left(\frac{d\upsilon}{dt}\right) + udu + vdv + wdw = ds\left(\frac{d\upsilon}{dt}\right) + \upsilon d\upsilon.$$

Unsere Differentialgleichung wird daher diese Gestalt erhalten:

$$\frac{dp}{q} = Pdx + Qdy + Rdz - ds\left(\frac{d\upsilon}{dt}\right) - \upsilon d\upsilon.$$

Man setze die Wirksamkeit der Kräfte $= V$, so wird $Pdx + Qdy + Rdz = dV$, woraus folgende Gleichung entsteht:

$$\frac{dp}{q} = dV - ds\left(\frac{d\upsilon}{dt}\right) - \upsilon d\upsilon$$

welcher die Zeit t als beständig angenommen wird. Also ist

$$\int \frac{dp}{q} = V - \tfrac{1}{2} vv - \int ds \left(\frac{dv}{dt}\right) + \text{Const.},$$

... Constante noch die Zeit t in sich schliessen kann.

160) *Ausser dieser Gleichung aber, wodurch der Druck der flüssigen Materie in der Röhre bestimmt wird, muss auch der Grundsatz des Stetigen in Betrachtung gezogen werden, woraus man eine neue Gleichung erhält, welche mit der vorigen die ganze Bewegung enthält.*

Wir finden diese neue Gleichung am füglichsten aus der Betrachtung, dass die flüssige Materie, welche jetzt den Theil der Röhre HM, nach der Zeit dt aber den Theil der Röhre hm einnimmt, in beiden Fällen einerlei Masse haben muss. Weil nun die Weite der Röhre in $M = rr$, so ist jetzt die Masse der in der Röhre HM befindlichen flüssigen Materie $= \int qrrds$, nach der Zeit dt aber wird die daselbst befindliche Materie der Masse nach sein $= \int qrrds + dt \int rrds \left(\frac{dq}{dt}\right)$. In der Zeit dt aber fliesst dieselbe von H in h und M in m, so dass $Hh = \omega dt$ und $Mm = vdt$; daher die in Hh enthaltene Masse sein wird $= \theta cc\omega dt$, und in $Mm = qrrvdt$, deren jene von der obigen abgezogen, diese aber hinzugethan werden muss. Folglich wird die nach der Zeit dt in dem Theile der Röhre hm befindliche Masse der flüssigen Materie sein $\int qrrds + dt \int rrds \left(\frac{dq}{dt}\right) - \theta cc\omega dt + qrrvdt$, welche der erstern, so vorher den Theil HM eingenommen, gleich sein muss. Wenn wir nun durch dt dividiren, so erhalten wir daher diese Gleichung: $\theta cc\omega = qrrv + \int rrds \left(\frac{dq}{dt}\right)$, wo das Integral $\int rrds \left(\frac{dq}{dt}\right)$ so genommen werden muss, dass dasselbe verschwinde, wenn man den Punkt M in H, oder $x = o$, $y = g$ und $z = h$ annimmt, in welchem Falle $rr = cc$, $q = \theta$ und $v = \omega$ wird. Es ist aber zu merken, dass hier nur zweierlei veränderliche Grössen, nämlich s und t vorkommen; denn rr hängt allein von der Figur der Röhre oder dem s ab; θ und ω allein von der Zeit t, und q von beiden zugleich.

Ist die Dichtigkeit allezeit und beständig einerlei, so hat man $\left(\frac{dq}{dt}\right) = o$ und $q = \theta$, folglich $cc\omega = rrv$, d. i. die Geschwindigkeiten verhalten sich umgekehrt wie die Weiten, da nun $v = \frac{cc\omega}{rr}$ und $\left(\frac{dv}{dt}\right) = \frac{ccd\omega}{rrdt}$, so findet man aus der ersten Gleichung

$$\frac{p}{\theta} = V - \frac{c^4 \omega\omega}{2r^4} - \frac{d\omega}{dt} \int \frac{ccds}{rr} + C,$$

welche fast alles, was bisher von der Bewegung flüssiger Materien gehandelt worden, in sich begreift.

161) *Wenn sich die flüssige Materie in einem Gefässe bewegt, so leidet dasselbe davon einen Gegendruck, welcher gefunden wird, wenn man von allen Kräften, welche auf die flüssige Materie wirken, diejenigen Kräfte abzieht, welche zu der in allen Theilchen vorgehenden Veränderung erfordert werden.*

Wenn eine flüssige Materie durch eine Röhre fliesst, oder sonst aus einem Gefässe herausspringt,

so übt dieselbe auf das Gefäss eine andere Wirkung aus, als wenn sie in Ruhe wäre, und
Wirkung wird die *Reaction* oder *Gegendruck* genannt, dessen Bestimmung in der Lehre von
Bewegung flüssiger Materien von der grössten Wichtigkeit ist. Ungeachtet aber dieser Punkt
niglich auf eine mit den grössten Schwierigkeiten verknüpfte Art abgehandelt zu werden
so kann derselbe doch nach der gegebenen Regel sehr leicht ausgemacht werden. Wir wollen
Kräfte, welche auf die flüssige Materie wirken durch den Buchstaben F anzeigen; diejenigen
aber, welche um die in der Bewegung jeglicher Theilchen vorgehenden Veränderungen hervor-
bringen, erfordert werden, durch den Buchstaben G, und endlich soll H den gesuchten Gegendruck
auf das Gefäss bedeuten. Da nun hier F als die Ursache, die beiden Grössen aber G und H zusam-
men als die völlige Wirkung angesehn werden müssen, so muss die Kraft F den Kräften G und H
gleichgeltend sein, d. i. $F = G + H$, woraus sogleich gefunden wird $H = F - G$, wie die gegebene
Regel anzeigt. Die Abziehung der Kräfte G geschieht aber am füglichsten auf diese Art, dass
man bei allen Theilchen der flüssigen Materie die zu der in ihrer Bewegung vorgehenden Verände-
rung erforderten Kräfte verkehre, d. i. nach der entgegengesetzten Richtung zu wirken sich vor-
stelle, und diese verkehrten Kräfte werden nebst den wirklichen Kräften F, zusammen den Gegen-
druck ausmachen. Nach demjenigen, was oben § 157 ausgeführt worden, setze man die Masse des
Theilchens $MPQRmpqr = dM$, so werden diese verkehrten Kräfte sein:

$$\text{nach } PM = XdM, \quad \text{nach } QM = YdM, \quad \text{nach } RM = ZdM.$$

Wegen eines jeglichen Theilchens der flüssigen Materie dM wirken demnach auf das Gefäss folgende
drei Kräfte

$$\text{I. nach } MP = (P - X)\,dM, \quad \text{II. nach } MQ = (Q - Y)\,dM, \quad \text{III. nach } MR = (R - Z)\,dM.$$

Diese aus dem Theilchen dM auf das Gefäss entspringenden Kräfte können auch unmittelbar aus
dem daselbst befindlichen Drucke p nach den § 157 gegebenen Formeln also bestimmt werden:

$$\text{I. Kraft nach } MP = \frac{dM}{q}\left(\frac{dp}{dx}\right), \quad \text{II. Kraft nach } MQ = \frac{dM}{q}\left(\frac{dp}{dy}\right), \quad \text{III. Kraft nach } MR = \frac{dM}{q}\left(\frac{dp}{dz}\right).$$

Alle diese Kräfte zusammengenommen geben den ganzen Gegendruck, welchen das Gefäss von der
darin enthaltenen flüssigen Materie auszustehen hat, wenn man zu diesen nämlich noch diejenigen
hinzusetzt, welche von aussen unmittelbar auf die flüssige Materie drücken.