## VII. Capitel.

### Von der Wirkung der Kräfte auf die Geschwindigkeit der Körper.

51) *Um die Geschwindigkeit eines Körpers allein zu verändern wird eine Kraft erfordert, welche auf den Körper nach seiner eigenen Richtung wirket, und denselben entweder vorwärts oder rückwärts stösst, im ersteren Falle wird seine Geschwindigkeit vermehret, im anderen aber vermindert werden.*

Wir haben gesehen, dass alle Kräfte, welche aus der Undurchdringlichkeit entspringen in Druck bestehen, wodurch die Körper an dem Orte ihrer Berührung auf einander wirken und den andern gleichsam von sich wegzustossen bemühet ist. Bei einer jeglichen Kraft kommen zwei Stücke zu betrachten vor: erstlich ihre Grösse, und hernach ihre Richtung: weil eine jede Kraft mit einer gewissen Gewalt nach einer gewissen Gegend stösst. Wir sehen hier erstlich die Richtung der Kraft in Ansehung der Richtung des bewegten Körpers, auf welchen dieselbe wirket. Lasst uns also setzen, der Körper $A$ (Fig. 220.) bewege sich nach der Richtung $CE$ mit einer gewissen Geschwindigkeit, und werde von einer Kraft nach eben dieser Gegend $CE$ gestossen, so ist klar dass dadurch seine Geschwindigkeit müsse vermehret werden, ohne seine Richtung zu verändern und in diesem Falle sagt man, der Körper werde vorwärts gestossen. Sollte aber die Kraft den Körper rückwärts nach $CF$ stossen, so würde er dadurch ebenfalls in seiner Richtung keine Aenderung leiden, seine Geschwindigkeit aber würde vermindert werden. Hieraus begreift man, dass wenn die Kraft den Körper $A$ so seitwärts nach der Gegend $CG$ stösst, dass die Linie $CG$ auf $CE$ winkelrecht ist: alsdann die Geschwindigkeit des Körpers daher zum wenigsten im ersten Augenblicke keine Veränderung leiden, sondern die Richtung des Körpers allein von $AE$ seitwärts gegen $CG$ gelenket werden müsse. Wenn aber die Kraft den Körper nach einer schiefen Richtung $CI$ stösst, so ist aus der Lehre von dem Gleichgewicht bekannt, dass eine solche schiefe Kraft $CI$ eben die Wirkung hervorbringe als zwei andere $CG$ und $CH$, aus welchen ein solches rechtwinklichtes Viereck $CGIH$ gemacht werden kann, davon $CI$ die Querlinie vorstellt. Von der Kraft $CH$ wird nun allein die Geschwindigkeit, von der Kraft $CG$ aber die Richtung des Körpers allein verändert werden.

52) *Wenn ein bewegter Körper von einer Kraft vorwärts getrieben wird, so ist der Zuwachs der Geschwindigkeit um so viel grösser, je länger diese Kraft auf den Körper wirket, und ebenso verhält es sich mit dem Verlust der Geschwindigkeit, wenn die Kraft rückwärts auf den Körper wirket.*

Hier muss die Zeit, so lang der Körper von der Kraft gedrückt wird nothwendig in Betrachtung gezogen werden, denn wenn ein Druck eine Wirkung hervorbringen soll, so muss derselbe von einiger Dauer sein, so kurz dieselbe auch sein mag. Je länger also ebendieselbe Kraft auf den Körper wirket, je grösser muss die Veränderung sein, welche in dem Zustande desselben hervorgebracht wird; in einer doppelten Zeit wird nämlich die Veränderung zweimal, in einer dreifachen Zeit dreimal so gross sein und so fort. Da wir nun setzen dass der Körper von der Kraft vorwärts

*

fortgestossen werde, so besteht die Veränderung seines Zustandes in der Vermehrung seiner Geschwindigkeit, und also muss von ebenderselben Kraft die Geschwindigkeit in einer doppelten Zeit einen zweimal so grossen Zuwachs erhalten, in einer dreifachen Zeit einen dreimal so grossen und so fort: das ist, der Zuwachs der Geschwindigkeit, so von ebenderselben Kraft in dem Körper gewirket wird, muss sich wie die Zeit verhalten. Wenn wir demnach die Geschwindigkeit, welche der Körper jetzt hat durch $v$ andeuten, und den Zuwachs derselben durch $dv$ welcher in der Zeit $dt$ gewirket wird, so verhält sich $dv$ wie $dt$: nämlich in einer anderen Zeit $ndt$, wird der Zuwachs der Geschwindigkeit sein $ndv$, und dieses ist wahr, man mag die Zeit $dt$ nebst dem inzwischen gewirkten Zuwachs der Geschwindigkeit $dv$ als unendlich kleine Grössen ansehen oder als endliche, wenn nur die Kraft die ganze Zeit über einerlei Grösse behält. Da nun der Zuwachs der Geschwindigkeit, welche in einer endlichen Zeit hervorgebracht wird, nicht anders als endlich sein kann, so muss der Zuwachs der Geschwindigkeit $dv$, so in einem unendlich kleinen Zeitpunkt $dt$ gewirket wird, unendlich klein sein. Eine gleiche Bewandniss hat es mit dem Verluste der Geschwindigkeit, wenn der Körper von der Kraft rückwärts gedrückt wird: alsdann aber wird derselbe Verlust durch $-dv$ ausgedruckt, und verhält sich also $-dv$ wie $dt$.

53) *Wenn ein bewegter Körper vorwärts gestossen wird, so ist der Zuwachs der Geschwindigkeit, welcher in einer gewissen Zeit hervorgebracht wird, um so viel grösser oder kleiner, je grösser oder kleiner die Kraft ist, welche auf den Körper wirket: und ebenso verhält es sich mit dem Verlust der Geschwindigkeit, wenn der Körper von der Kraft rückwärts gestossen wird.*

Eine doppelte Kraft muss in einerlei Zeit eine doppelte Wirkung hervorbringen, denn eben deswegen halten wir sie für doppelt so gross. Wenn also eine Kraft, deren Grösse durch $p$ ausgedrückt wird, den Körper fortstösst, und die Zeit, so lang der Stoss dauert, wie vorher durch $dt$ angedeutet wird, so verhält sich der Zuwachs der Geschwindigkeit, welcher $dv$ sein soll, wie die Kraft $p$, wenn die Zeit $dt$ einerlei ist. Wir haben aber gesehen, dass wenn die Kraft einerlei, die Zeit $dt$ aber als veränderlich angesehen wird, der Zuwachs der Geschwindigkeit $dv$ sich wie die Zeit $dt$ verhalten müsse: woraus folget, dass sich $dv$ verhalten müsse wie $pdt$; nämlich der Zuwachs der Geschwindigkeit verhält sich wie die Kraft $p$ mit der Zeit $dt$ multiplicirt. Hieraus sehen wir dass auch die kleinste Kraft vermögend sei den Zustand eines Körpers zu verändern: denn da von einer grossen Kraft gewiss ist, dass dieselbe in einem Körper eine gewisse Aenderung wirken müsse, so wird eine Kraft die tausendmal kleiner ist, in gleicher Zeit eine tausendmal kleinere Wirkung hervorbringen: und wenn diese eine tausendmal längere Zeit auf den Körper wirken sollte, so würde sie sogar ebendieselbe Veränderung verursachen, als die grosse Kraft. Also ist es ungegründet, wenn einige vorgeben, dass eine Kraft von einer gewissen Grösse sein müsse, ehe sie vermögend sei den Zustand eines Körpers zu verändern.

Endlich begreift man von selbst, dass wenn eben die Kraft $p$ den Körper rückwärts stossen sollte, der daher in der Zeit $dt$ erlittene Verlust der Geschwindigkeit $-dv$ sich wie $pdt$ verhalten müsse.

254) *Wenn ein bewegter Körper von einer gewissen Kraft vorwärts gestossen wird, so ist der Zuwachs der Geschwindigkeit, welche in einer gewissen Zeit hervorgebracht wird, um so viel grösser, je kleiner die Standhaftigkeit des Körpers ist: oder dieser Zuwachs verhält sich umgekehrt wie die Standhaftigkeit.*

Weil es vermöge der Standhaftigkeit ist, dass ein Körper sich bemühet in seinem Zustande unverrückt zu verharren, so widersetzt sich die Standhaftigkeit aller Veränderung, und eben deswegen werden Kräfte erfordert, um eine Veränderung hervorzubringen. Je grösser also die Standhaftigkeit ist, je eine grössere Kraft ist nöthig, wenn ebendieselbe Veränderung in ebenderselben Zeit gewirkt werden soll, und hieraus begreift man dass die Standhaftigkeit in das Geschlecht der Grössen gehöre, und sich ausmessen lasse. Weil demnach eine doppelte Standhaftigkeit eine doppelte Kraft erfordert, wenn die Wirkung einerlei sein soll, so wird eine einfache Kraft nur eine halb so grosse Wirkung hervorbringen: das ist, die Wirkung ebenderselben Kraft in einerlei Zeit wird um so viel kleiner sein, je grösser die Standhaftigkeit ist. In unserm Falle aber bestehet die Wirkung in dem Zuwachs der Geschwindigkeit; wenn derhalben die Kraft durch $p$, die Zeit durch $dt$, der Zuwachs der Geschwindigkeit durch $dv$, und die Standhaftigkeit des Körpers durch $M$ angedeutet wird, so verhält sich $dv$ umgekehrt wie $M$, oder $dv$ ist wie $\frac{1}{M}$, wenn die Kraft $p$ und Zeit $dt$ einerlei ist. Lasst uns nun dasjenige, was vorher von dem Verhältniss des Zuwachses der Geschwindigkeit $dv$ gegen die Zeit $dt$ und die Kraft $p$ erwiesen worden, zusammen nehmen, so wird sich finden, dass der Zuwachs der Geschwindigkeit $dv$ sich verhalten müsse wie $\frac{pdt}{M}$: derselbe ist nämlich wie die Kraft $p$ multiplicirt mit der Zeit $dt$ dividirt durch die Standhaftigkeit $M$. Wenn die Kraft den Körper zurückstossen sollte, so würde der Verlust der Geschwindigkeit, nämlich $-dv$, ebenfalls sich verhalten wie $\frac{pdt}{M}$.

255) *Die Grösse der Standhaftigkeit in einem jeglichen Körper, wird seine Masse, oder Menge der Materie, woraus er bestehet, genannt; und also muss die Masse eines Körpers mit in Betrachtung gezogen werden, wenn man die Veränderung, so eine gegebene Kraft in dem Zustand desselben hervorbringt, bestimmen will.*

Auf diese Art gelangen wir zu einem deutlichen Begriffe von demjenigen, was die Masse oder Menge der Materie eines jeden Körpers genannt zu werden pflegt. Man unterscheidet deswegen die Masse eines Körpers von der Grösse seiner Ausdehnung, weil öfters ein kleiner Körper eine ebenso grosse Kraft erfordert, um in seinem Zustande eine gewisse Aenderung hervorzubringen als ein grösser, und hieraus hat man geschlossen dass man die Menge der Materie, woraus ein Körper besteht, nicht aus der Grösse seiner Ausdehnung urtheilen müsse. Einige schätzen die Masse aus dem Gewicht; da aber das Gewicht von einer äusserlichen Ursache herkommt, und nach Verschiedenheit des Orts und der Umstände verschieden sein kann, so kann dasselbe nicht füglich zu Ausmessung einer wesentlichen Eigenschaft aller Körper gebraucht werden. Nur alsdann wenn die Körper an ebendemselben Orte auf der Erde gewogen werden, und das in einem luftleeren Raume, so kann man zuverlässig sagen, dass ihre Massen sich wie ihre Gewichte verhalten, sonst nicht.

Andere schätzen die Masse eines Körpers aus der sogenannten Kraft der Trägheit, welches mit gegenwärtigem Begriffe vollkommen übereinstimmt, indem wir an die Stelle dieser unbequemen Benennung, die Standhaftigkeit setzen. Hier äussert sich gleich eine unrichtige Folge dieser Benennung, da einige behaupten, keine Kraft sei vermögend einen Körper in Bewegung zu setzen, wofern dieselbe nicht grösser sei als seine Kraft der Trägheit. Ausserdem aber dass gezeigt worden, dass diese Eigenschaft auf keinerlei Weise als eine Kraft angesehen und folglich mit den wahren Kräften in keine Vergleichung gezogen werden könne; so erkennen wir aus dem Vorhergehenden, dass auch die kleinste Kraft vermögend ist den grössten Körper in Bewegung zu setzen, oder sonst seinen Zustand zu verändern. Denn da sich verhält $dv$ wie $\frac{pdt}{M}$, so sieht man dass die Standhaftigkeit oder Masse $M$ nicht so mit der Kraft $p$ in Vergleichung stehe, das $p$ grösser sein müsse als $M$, sondern, dass so klein auch $p$, und so gross hingegen $M$ sein mag, dennoch allezeit Mitwirkung erfolgen müsse.

56) *Wenn also ein bewegter Körper von einer Kraft vorwärts angetrieben wird, so verhält sich der Zuwachs seiner Geschwindigkeit, welcher in einer gewissen Zeit hervorgebracht wird, wie die Kraft multiplicirt mit der Zeit und dividirt durch die Masse des Körpers.*

Dieses ist in dem Vorigen schon erwiesen worden, wenn man nur anstatt der Grösse der Standhaftigkeit die Masse setzet, und dieses ist der Grundsatz auf welchem die ganze Lehre von der Bewegung einzig und allein beruhet. Da nun diese Lehre durch die genauste Uebereinstimmung mit der Erfahrung in die grösste Gewissheit gesetzt worden, so könnte auch die Wahrheit dieses Grundsatzes im geringsten nicht in Zweifel gezogen werden, wenn derselbe gleich nicht durch solche unumstössliche Gründe wäre befestigt worden. Wer also die Stärke dieser Gründe einzusehen nicht im Stande ist, den verweisen wir auf die unstreitige Wahrheit der ganzen Lehre von der Bewegung, als welche in ihrem ganzen Umfange aus diesem einzigen Grundsatze hergeleitet worden. Setzt man nun die fortstossende Kraft $= p$; die Zeit, während welcher sie auf den Körper wirket $= dt$, den hervorgebrachten Zuwachs der Geschwindigkeit $= dv$ und die Masse des Körpers $= M$, so verhält sich wie schon gewiesen worden $dv$ wie $\frac{pdt}{M}$. Wenn man also in einem einzigen Falle weiss, einen wie grossen Zuwachs der Geschwindigkeit eine gegebene Kraft in einer gegebenen Zeit an einem gegebenen Körper hervorgebracht, so kann man durch Hülfe dieses Verhältnisses in allen andern Fällen die Wirkung bestimmen. Es kommt hier nur darauf an, dass man die verschiedenen Grössen welche hier vorkommen, als die Kraft, die Zeit, die Geschwindigkeit und die Masse auf eine bestimmte Art, welche willkührlich ist und auf eines jeden Belieben ankommt, durch Zahlen ausdrücke, und wenn man in allen andern Fällen eben diese Art auszudrücken beibehält, so kann man auch die Wirkung durch Hülfe dieser Verhältnisse anzeigen. Also wenn nach angenommenen gewissen Maassen in einem Falle gefunden wird $dv = \frac{npdt}{M}$, so muss auch in einem jeglichen anderen Falle sein $dv = \frac{npdt}{M}$.

57) *Wenn ein Körper $A$ (Fig. 221.), der bisher in $C$ geruhet, von einer beständigen Kraft nach der Gegend $CS$ fortgetrieben wird, so wird demselben eine Bewegung nach eben dieser Gegend eingedrückt werden, und nach einiger Zeit wird sich seine Geschwindigkeit verhalten wie die Kraft multiplicirt mit der Zeit und dividirt durch seine Masse.*

Weil der Körper anfänglich in Ruh gesetzet wird, so muss ihm von der Kraft, welche ihn nach der Gegend $CS$ stösst, sogleich eine Bewegung nach eben dieser Gegend eingedrückt werden, und weil die Kraft beständig nach eben dieser Gegend wirket, so wird auch der Körper in seiner Bewegung eben diese Richtung behalten, seine Geschwindigkeit aber wird immerfort vermehrt werden. Weil ferner auch die Kraft von gleicher Grösse bleibt, so wird der Zuwachs der Geschwindigkeit sich wie die Zeit verhalten: da aber der Körper anfänglich keine Geschwindigkeit gehabt, so wird nach Verfliessung einiger Zeit, seine ganze Geschwindigkeit dem während dieser Zeit erhaltenen Zuwachs gleich sein. Wenn wir also wie bisher die Kraft durch $p$, die Masse des Körpers durch $M$, und die in der Zeit $t$ erlangte Geschwindigkeit durch $v$ andeuten, so wird sich diese Geschwindigkeit $v$ verhalten wie $\frac{pt}{M}$. Eben dieses erhalten wir auch durch die Integralrechnung, wenn wir nur den in einem jeglichen unendlich kleinen Zeitpunkt gewirkten Zuwachs der Geschwindigkeit betrachten. Denn es sei die in der Zeit $t$ erlangte Geschwindigkeit $= v$, und der in dem Zeitpunkt $dt$ erzeugte Zuwachs derselben $= dv$, so muss aus dem Vorhergehenden sein $dv = \frac{npdt}{M}$, wenn nämlich die hier vorkommenden Grössen nach gewissen Maassen ausgedrückt werden und der Werth der Zahl $n$ aus einem bekannten Falle bestimmt worden ist. Nun aber sind hier $np$ und $M$ unveränderliche Grössen; und daher erhält man durch das integriren den ganzen in der Zeit $t$ erhaltenen Zuwachs, das ist die ganze Geschwindigkeit des Körpers $v = \frac{npt}{M}$. Aus dieser letzteren Berechnung sieht man zugleich, wie man verfahren müsse, wenn die Kraft $p$ von einer veränderlichen Grösse wäre, gleichwohl aber beständig einerlei Richtung behielte: da müsste bei der Integration der Formul $\frac{npdt}{M}$ zugleich die Veränderlichkeit der Kraft $p$, in Betrachtung gezogen werden; man würde nämlich erhalten $v = \frac{n}{M}\int pdt$. Was aber eine auf die Richtung des Körpers schief wirkende Kraft für eine Veränderung sowohl in der Geschwindigkeit als Richtung desselben hervorbringen müsse, wird im folgenden Capitel gezeigt werden.

58) *Unter eben diesen Umständen wird der Weg $CS$, durch welchen der Körper $A$ in einer gewissen Zeit fortbeweget worden, sich verhalten wie die Kraft multiplicirt mit dem Quadrat der Zeit und dividirt durch die Masse des Körpers.*

Da der Körper in der graden Linie $CS$ fortläuft, so sei $CS = s$ der Weg, welchen derselbe in der Zeit $t$ zurücklegt, und am Ende desselben $S$ seine Geschwindigkeit $= v$. Wenn nun die Kraft $= p$ und die Masse des Körpers $= M$ gesetzt wird, so ist aus dem Vorigen: $v = \frac{npt}{M}$; und mit dieser Geschwindigkeit würde er in dem Zeitpunkt $dt$ den unendlich kleinen Weg $Ss = ds$ gleichförmig durchlaufen, weil der inzwischen erzeugte Zuwachs der Geschwindigkeit unendlich klein und folglich für nichts zu achten. Wir haben aber oben gesehen dass bei einer gleichförmigen

Bewegung die Geschwindigkeit gefunden wird, wenn man den Weg durch die Zeit dividirt, ist hier $v = \frac{ds}{dt}$, und demnach $\frac{ds}{dt} = \frac{npt}{M}$ oder $ds = \frac{nptdt}{M}$; daher man durch die Integration $s = \frac{nptt}{2M}$, weil $\frac{np}{M}$ eine beständige Grösse ist; und also verhält sich der Weg $s$ wie $\frac{ptt}{M}$, das ist wie die Kraft $p$ mit dem Quadrat der Zeit $tt$ multiplicirt und durch die Masse des Körpers dividirt. Die vollständige Erkenntniss dieser Bewegung ist also in diesen zwei Gleichungen enthalten,

$$v = \frac{npt}{M} \quad \text{und} \quad s = \frac{nptt}{2M},$$

woraus man auf eine jegliche Zeit, sowohl die Geschwindigkeit des Körpers als den inzwischen durchlaufenen Weg anzeigen kann. Wenn man die letztere Gleichung durch die erstere dividirt, so bekommt man

$$\frac{s}{v} = \frac{t}{2} \quad \text{oder} \quad s = \tfrac{1}{2}\, tv.$$

Nun aber drückt $tv$ den Weg aus, welchen ein Körper mit der Geschwindigkeit $v$ gleichförmig in der Zeit $t$ durchlaufen würde; welcher folglich just zweimal so gross sein wird, als der im gegenwärtigen Falle beschriebene Weg $CS = s$. Ferner da $t = \frac{2s}{v}$, wenn man diesen Werth für $t$ in die erste Gleichung setzt, so bekommt man

$$v = \frac{2nps}{Mv} \quad \text{oder} \quad vv = \frac{2nps}{M}.$$

Also verhält sich in dieser Bewegung das Quadrat der Geschwindigkeit wie die Kraft $p$ multiplicirt mit dem durchlaufenen Weg $s$ und dividirt durch die Masse des Körpers $M$. Dieser Umstand kann aber unmittelbar aus dem folgenden Satz hergeleitet werden.

59) *Wenn ein bewegter Körper von einer Kraft vorwärts getrieben wird, so verhält sich der Zuwachs des Quadrats der Geschwindigkeit, wie die Kraft multiplicirt mit dem Weg, den der Körper inzwischen durchlaufen und dividirt durch die Masse desselben.*

Es sei $M$ die Masse des Körpers, und $v$ seine gegenwärtige Geschwindigkeit mit welcher derselbe in dem Zeitpunkt $dt$ den unendlich kleinen Weg $ds$ durchlaufe, inzwischen aber von der Kraft $p$ vorwärts getrieben werde: und also wird man haben $dv = \frac{npdt}{M}$. Weil nun aus der Bewegung durch $ds$, als welche für gleichförmig gehalten werden kann, folget

$$v = \frac{ds}{dt} \cdot \text{so ist } ds = vdt;$$

man multiplicire also obige Gleichung mit $2v$ und schreibe in dem letztern Glied $ds$ für $vdt$, so bekommt man:

$$2vdv = \frac{2npvdt}{M} = \frac{2npds}{M}.$$

Allhier drückt aber $2vdv$ den Zuwachs des Quadrats der Geschwindigkeit aus, weil es das differentiale ist von $vv$, und daher verhält sich der Zuwachs des Quadrats der Geschwindigkeit wie $\frac{pds}{M}$.

wie die Kraft $p$ multiplicirt mit dem Weg $ds$ und dividirt durch die Masse des Körpers. Behält die Kraft $p$ immer einerlei Grösse und Richtung, so erhält man durch die Integration $vv = \frac{2nps}{M}$ wie vorher, wenn nämlich der Körper anfänglich in $C$ in Ruhe gewesen. Wenn aber die Kraft $p$ veränderlich sein sollte, so kann man doch für einen jeglichen Zeitpunkt die in dem Zustand des Körpers erzeugte Veränderung durch die Differential-Gleichung $2vdv = \frac{2npds}{M}$ ausdrücken, und für diesen Fall haben wir also zweierlei Formeln, nachdem man die Veränderung entweder aus der Zeit $dt$ oder aus dem durchlaufenen Weg $ds$ bestimmen will. Wir haben nämlich:

$$dv = \frac{npdt}{M} \quad \text{und} \quad 2vdv = \frac{2npds}{M},$$

welche zwar in dem Grunde einerlei, darin aber unterschieden sind, dass die erstere den Zuwachs der Geschwindigkeit selbst, die andere aber den Zuwachs des Quadrats der Geschwindigkeit anzeiget. Wenn aber die Kraft den Körper zurück drückte, so hätte man diese Gleichungen:

$$-dv = \frac{npdt}{M} \quad \text{und} \quad -2vdv = \frac{2npds}{M}.$$

60) *Wenn ein in Ruhe befindlicher Körper durch eine beständige Kraft in Bewegung gebracht wird, so verhält sich erstlich die Masse des Körpers mit der Geschwindigkeit multiplicirt, wie die Kraft multiplicirt mit der Zeit; hernach verhält sich die Masse mit dem Quadrat der Geschwindigkeit multiplicirt, wie die Kraft multiplicirt mit dem durchlaufenen Weg.*

Die Wahrheit dieser beiden Verhältnisse fliesset unmittelbar aus unsern beiden Gleichungen

$$v = \frac{npt}{M} \quad \text{und} \quad vv = \frac{2nps}{M},$$

welche mit $M$ multiplicirt geben:

$$Mv = npt \quad \text{und} \quad Mvv = 2nps$$

durch die erstere wird also das Product der Masse mit der Geschwindigkeit selbst, durch die andere aber das Product der Masse mit dem Quadrat der Geschwindigkeit bestimmt. Weil nun diese Producte auf eine solche vorzügliche Art in Betrachtung kommen, so pflegen denselben besondere Namen beigelegt zu werden. Das erstere wird nämlich die Grösse der Bewegung, das andere aber die lebendige Kraft genannt. Ob nun gleich dergleichen Benennungen willkührlich sind, so kann doch die letztere hier nicht füglich stattfinden, nachdem wir einmal für das Wort Kraft einen bestimmten Begriff festgesetzet haben. Denn erstlich kann das Product $Mvv$, so wenig als das andere an und für sich selbst nicht als eine Kraft angesehen werden, und insofern dasselbe dem Producte $2nps$ gleich ist, wo $p$ eine wahre Kraft andeutet, so kann dasselbe auch nicht schlechtweg mit einer Kraft in Vergleichung gezogen, sondern muss vielmehr mit dem Product einer Kraft durch einen Weg, das ist durch eine Linie verglichen werden, gleichwie die Grösse der Bewegung mit dem Product der Kraft durch die Zeit in Vergleichung steht. Wenn man also für ein solches Product einen schicklichen Namen erwählte, so könnte derselbe auch wohl dem Producte $Mvv$ beigelegt werden: wobei doch wohl in Acht zu nehmen, dass dieses eigentlich nur insofern geschehen könnte, als man sich vorstellt dass dieses Product $Mvv$ in einem ruhenden Kör eine Kraft hervorgebracht worden. In diesem Falle sieht man also dass die Kraft $p$ mit $t$ multiplicirt, die erzeugte Grösse der Bewegung, hingegen aber die Kraft $p$ mit dem We plicirt die sogenannte lebendige Kraft anzeige. Im übrigen aber, wenn man sich an den benen bestimmten Begriff einer Kraft fest hält, so fallen alle Schwierigkeiten, welche sich Streite über die lebendigen Kräfte ereignen, von selbst weg: und die beiden gefundenen müssen in allen Fällen die Wahrheit anzeigen.

61) *Ein in Bewegung befindlicher Körper wird wiederum zu Ruhe gebracht, wenn eine Kraft rückwärts auf denselben wirket und ebenso lange Zeit, als nöthig wäre Körper, wenn er geruhet hätte, seine Bewegung einzudrücken.*

Es sei $M$ die Masse des Körpers und $v$ seine Geschwindigkeit, ferner $p$ die Kraft rückwärts auf denselben wirket und also seine Geschwindigkeit nach und nach vermindert Zeit in welcher der Körper völlig zu Ruhe gebracht wird, und $s$ der Weg den derselbe durchläuft. Dieses vorausgesetzt, weil eine rückwärts wirkende Kraft der Geschwindigkeit viel abnimmt, als sie derselben zusetzen würde, wenn sie vorwärts auf den Körper wirkte, würden die zwei folgenden Gleichungen Statt finden:

$$Mv = npt \text{ und } Mvv = 2nps.$$

Wenn also zwei verschiedene bewegte Körper in einerlei Zeit zu Ruhe gebracht werden sollen, müssen sich die dazu erforderten Kräfte verhalten, wie $Mv$, das ist, wie die Grösse der Bewegung der Körper. Wenn aber dieselben Körper nicht in gleichen Zeiten, sondern indem sie gleiche Wege $s$ durchlaufen, zu Ruhe gebracht werden sollen, so müssen die Kräfte sich verhalten wie $Mvv$, das ist, wie die Massen mit dem Quadrat der Geschwindigkeit multiplicirt, oder wie ihre sogenannten lebendigen Kräfte Hierauf beruhet nun der Grund des Streits da einige behaupten, dass die Kraft eines bewegten Körpers aus dem Product der Masse mit der Geschwindigkeit, andere aus dem Produckt der Masse mit dem Quadrat der Geschwindigkeit geschätzet werden müsse. Missverstand kommt aber augenscheinlich daher, dass man einem bewegten Körper eine eigentliche Kraft beilegen will, da doch weder $Mv$ noch $Mvv$ mit einer Kraft verglichen werden kann, bei jenem die Kraft noch mit der Zeit, bei diesem aber mit dem Weg verbunden werden Man kann auch nicht auf eine unbedingte Art sagen, wie eine grosse Kraft erfordert werde einen bewegten Körper in Ruhe zu bringen, indem eine jede Kraft dieses zu leisten im Stande soll es aber in einer gewissen und bestimmten Zeit geschehen, so haben die Recht, welche die Kraft müsse sich verhalten wie die Grösse der Bewegung: soll es aber in einem bestimmten Wege geschehen, so haben die andern Recht, und in dieser Absicht läuft die ganze Sache gänzlich auf einen blossen Wortstreit hinaus. Wenn man aber die Kraft $p$ für bekannt annimmt so verhält sich die Zeit, in welcher der Körper zu Ruhe gebracht wird, wie die Grösse der Bewegung: der Weg aber, welchen der Körper durchlaufen muss ehe er zu Ruhe kommt, wie die sogenannte lebendige Kraft, oder die Masse mit dem Quadrat die Geschwindigkeit multiplicirt.