ou l'arc entier aAa ne saurait monter à 30 degrés. Cependant si l'on vouloit pousser plus l'approximation employée ci-dessus, on trouverait la diffusion:

$$Pp = y + \frac{xx\,(a+\alpha)^2\,(\alpha + n a)}{2\,(n-1)^2\,a^3\,\alpha}$$

$$+ \frac{x^4\,(a+\alpha)^2\,(\alpha+na)}{8\,(n-1)^4\,a^5\,\alpha^3}\left((nn+n-1)\,aa - (nn-4n+1)\,a\alpha - (nn-n-1)\,\alpha\alpha\right).$$

II^de Considération.

Sur le passage des rayons par deux surfaces sphériques réfringentes.

31. Considérons maintenant deux surfaces sphériques aAa et bBb (Fig. 247.) disposées sur le même axe, en sorte que leurs convexités soient tournées en même sens vers l'objet $O\omega$. Soit le rayon de courbure de la première $aAa = p$, et de la seconde $bBb = q$. Posons ensuite la raison de la réfraction pour les rayons moyens en passant par la première, $n:1$ et en passant par la seconde, $= n':1$.

32. Devant la première surface aAa soit exposé sur l'axe l'objet $O\omega$ à la distance $AO = a$, dont le demidiamètre soit $O\omega = z$; cela posé examinons d'abord les images principales représentées par les rayons moyens de l'objet, qui passent par le milieu A de la première surface, et soit $P\pi$ celle qui est formée par la première réfraction, et $Q\xi$ celle qui est formée par la seconde.

33. De ces images, comme elles sont représentées dans la figure, la première $P\pi$ est renversée, et la seconde $Q\xi$ debout; pour leurs lieux posons les distances $AP = \alpha$, $BP = b$ et $BQ = \beta$, et leurs demidiamètres $P\pi = z'$ et $Q\xi = z''$. Or pour la première nous venons de trouver:

$$\frac{n-1}{p} = \frac{1}{a} + \frac{n}{\alpha} \quad \text{et} \quad P\pi = z' = \frac{\alpha z}{na}.$$

34. Cette première image principale $P\pi$ tenant lieu de l'objet à l'égard de la seconde réfraction par la surface bBb, nous aurons de la même manière pour le lieu et le demidiamètre de la seconde image $Q\xi$ ces deux équations:

$$\frac{n'-1}{q} = \frac{1}{b} + \frac{n'}{\beta} \quad \text{et} \quad Q\xi = z'' = \frac{\beta z'}{n'b} = \frac{\alpha\beta z}{nn'ab}$$

[illegible] il faut remarquer, que si la valeur de z'' devient négative l'image $Q\xi$ est renversée, dont le contraire arrive dans la première image, que les valeurs positives de z' marquent renversée, et les négatives debout.

35. Pour cet effet il est bon de remarquer, que les deux quantités a et z sont nécessairement positives, puisque l'objet ne saurait jamais exister derrière les surfaces réfringentes; mais que les quantités α, b, β, avec les rayons de courbure p et q, peuvent selon les circonstances devenir

négatives. Cependant il est absolument nécessaire que la distance entre les surfaces AB = demeure toujours positive.

36. De là résulte une différence très essentielle entre l'objet et les images, car quoique l'image $P\pi$ tienne lieu de l'objet par rapport à la surface bQb, rien n'empêche qu'elle ne soit derrière cette surface, puisque les rayons qui vont la former, y passent également. La réfraction dépend uniquement de la route des rayons et l'idée de l'image lui est étrangers.

37. Après ces observations sur les images principales je passe à considérer leur diffusion qui provient des rayons de l'objet qui passent par les bords ou la circonférence aa de la première surface réfringente, où je pose comme auparavant le demidiamètre de son ouverture $Aa = x$, et borne mes recherches aux seuls rayons, qui viennent du milieu ou du centre de l'objet O.

38. Soit donc Oa un tel rayon, qui passe par le bord a de la première surface et son rayon réfracté ap donnera sur l'axe le point p, où tous les rayons du point O, qui passent par la circonférence entière de la première surface, se réunissent. L'intervalle Pp sera donc la diffusion de l'image, que j'ai nommée ci-dessus $Pp = y$, dont la valeur a été trouvée:

$$Pp = y = \frac{xx\,(a+\alpha)^2\,(a+n\alpha)}{2\,(n-1)^2\,a^3\,\alpha} = \frac{\alpha\alpha xx}{2\,(n-1)^2}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{\alpha}\right)^2\left(\frac{n}{a}+\frac{1}{\alpha}\right).$$

39. Comme ces rayons, qui concourent au point p, forment une surface conique, leur inclinaison à l'axe étant l'angle Apa, il est important d'introduire cet angle dans le calcul en le nommant $Apa = \omega$. Or puisque l'espace Pp est très petit, il sera permis d'estimer cet angle

$$\omega = \frac{Aa}{AP} = \frac{x}{\alpha}.$$

40. C'est cet angle qui nous déterminera sur la seconde surface bBb le cercle, par la circonférence duquel le cone lumineux du point p traverse la seconde surface. Posant donc le demidiamètre de ce cercle $Bb = x'$, puisqu'il est permis de confondre les points P et p nous aurons $x' = \frac{bx}{\alpha}$; on comprend aisément, que l'ouverture de cette surface ne saurait être plus petite.

41. Maintenant, pour la réfraction de la seconde surface, il faut considérer p comme un point lumineux, dont les rayons passent par la seconde surface à la distance $Bb = x'$, qu'on regarde par conséquent comme le demidiamètre de son ouverture; et il s'agit de déterminer le point q, où ces rayons seront réunis après la réfraction, pour connaître l'espace Qq, qui sera la diffusion de la seconde image.

42. Posons cet espace $Qq = y'$ et pour le trouver je remarque que si l'inclinaison des rayons en φ s'évanouissait, et que le point p se trouvât en P, l'image tomberait en Q, de sorte que BQ = Je recule donc le point lumineux de P et p par l'espace $Pp = y$ et l'image sera reculée en φ, de sorte que $Q\varphi = \frac{\beta\beta}{n'bb}\cdot y$ (§ 14.).

43. Puisque donc le point p, s'il jettait des rayons selon la direction de l'axe, aurait son image en φ, les rayons qui en passent par les points b, b de l'axe à la distance $Bb = x'$, se

au point q, en sorte que comme nous avons trouvé pour la première surface, qu'il soit:

$$\varphi q = \frac{x'x'(b+\beta)^2(b+n'\beta)}{2(n'-1)^2 b^3 \beta} = \frac{xx(b+\beta)^2(b+n'\beta)}{2(n'-1)^2\,aab\beta}.$$

Donc la diffusion entière sera:

$$Qq = y' = \frac{\beta\beta}{n'bb}\cdot y + \frac{xx(b+\beta)^2(b+n'\beta)}{2(n'-1)^2\,aab\beta}.$$

14. Remettons pour y sa valeur trouvée ci-dessus pour avoir:

$$Qq = y' = \frac{xx(a+\alpha)^2(a+n\alpha)\beta\beta}{2(n-1)^2 n' a^3 abb} + \frac{xx(b+\beta)^2(b+n'\beta)}{2(n'-1)^2\,aab\beta},$$

à quoi il faut ajouter l'angle Bqb, dont les rayons, qui forment le point q sont inclinés à l'axe, qui est ouvertement $= \frac{x'}{\beta} = \frac{bx}{a\beta}$.

15. Or pour se former une juste idée de la confusion de ces images dont la raison est la même de l'une et de l'autre, il faut considérer trois choses: 1° l'image principale $P\pi$ ou $Q\xi$, dont il est aisé d'assigner tant le lieu que le demidiamètre; 2° l'espace de diffusion Pp ou Qq que nous venons de déterminer et 3° l'inclinaison des rayons en p ou en q à l'axe.

16. Une telle représentatian entière sera nommée dans la suite un *assemblage d'images*, et s'il y a plusieurs surfaces réfringentes, chacune aura son propre *assemblage d'images*. Là-dessus il est bon d'observer, que l'image principale n'est formée que par les rayons moyens de l'objet, qui passent par le milieu A de la première surface réfringente, qui dans les autres surfaces peuvent bien s'éloigner considérablement de l'axe, d'autant plus, plus l'objet $O\omega$ aura d'étendue.

17. On ne considére ici que l'extrémité π ou ξ de l'image principale, pour les autres qui sont formées par les rayons qui passent par la première surface à toute autre distance, on se contente de considérer seulement les images du milieu de l'objet O; qui sont disposées toutes dans l'axe par l'espace de diffusion, en marquant pour chacune l'inclinaison des rayons qui la forment.

18. Ici cette inclinaison n'est marquée que pour la dernière p ou q, mais il est aisé de la marquer pour chaque point moyen comme φ. Car puisque l'espace Qq a été trouvé proportionel au quarré xx, pendant que l'inclinaison en q en suit la raison simple, on voit que l'inclinaison en φ sera proportionelle à la racine quarrée de l'espace $Q\varphi$; puisqu'on pourroit diminuer l'ouverture de la première surface ou le rayon x, jusqu'à ce que le point φ devint le bout de l'image diffuse.

19. Comme l'extrémité ξ de l'image principale $Q\xi$ est formée par le rayon $\beta\xi$, qui traverse au point β la seconde surface, celle des autres images, que nous ne considérons qu'en gros, sera formée par des rayons, qui passent en-deça et en-delà du point β; et ceux qui forment la dernière en seront éloignés à peu près de l'espace Bb. Donc pour que tous ces rayons soient transmis par la seconde surface, le demidiamètre de son ouverture ne saurait être plus petit que la somme des deux quantités $B\beta + Bb$; c'est par cette règle, que l'ouverture de chaque surface doit être déterminée dans la suite.