III$^{\text{ème}}$ Considération.

Sur le passage des rayons moyens par plusieurs surfaces réfringentes en général.

50. Soient donc plusieurs surfaces sphériques réfringentes disposées sur le même (Fig. 248.), qui tournent toutes leur convexité aAa, bBb, cCc, dDd etc. vers l'objet $O\omega$, et les rayons de courbure de chacune de ce surfaces:

$$\text{de } aAa = p;\ \text{de } bBb = q;\ \text{de } cCc = r;\ \text{de } dDd = s \text{ etc.,}$$

les centres de toutes ces surfaces étant situés dans l'axe OV.

51. Soit ensuite la raison de réfraction des rayons moyens de l'objet au passage par chacune de ces surfaces, ou bien la raison du Sinus d'incidance à celui de réfraction:

$$\text{en } aAa = n:1;\ \text{en } bBb = n^{I}:1;\ \text{en } cCc = n^{II}:1;\ \text{en } dDd = n^{III}:1,$$

pour les rayons plus ou moins réfrangibles on n'a qu'à ajouter à ces nombres n, n^{I}, n^{II} leurs différentiels, et les déterminer conformement à l'expérience.

52. L'objet, dont les rayons passent par ces surfaces, étant constitué en $O\omega$, soient $P\pi$, $Q\xi$, $R\varrho$, $S\sigma$ etc. les images principales successivement formées par les rayons moyens, qui passent par le milieu A de la première surface aAa; ces images sont répresentées dans la figure alternativement renversées et debout, et c'est à cette circonstance que les déterminations suivantes se rapportent.

53. Nommons à présent les distances de l'objet et des images principales, relatives aux surfaces réfringentes:

$$OA = a,\ AP = \alpha;\ PB = b,\ BQ = \beta;\ QC = c,\ CR = \gamma;\ RD = d,\ DS = \delta \text{ etc.}$$

d'où l'on a les intervalles entre les surfaces:

$$AB = \alpha + b;\ BC = \beta + c;\ CD = \gamma + d \text{ etc.,}$$

qui sont nécessairement positifs aussi bien que la distance de l'objet $OA = a$, les autres peuvent être tant négatives que positives.

54. De là on aura d'abord les équations suivantes, tirées de la nature de la réfraction:

$$\frac{n-1}{p} = \frac{1}{a} + \frac{n}{\alpha};\quad \frac{n^{I}-1}{q} = \frac{1}{b} + \frac{n^{I}}{\beta};\quad \frac{n^{II}-1}{r} = \frac{1}{c} + \frac{n^{II}}{\gamma};\quad \frac{n^{III}-1}{s} = \frac{1}{d} + \frac{n^{III}}{\delta} \text{ etc.}$$

d'où l'on déterminera toutes les distances α, b, β, c, γ, d, δ etc., celle de l'objet $OA = a$, les rayons de courbure p, q, r, s etc. et les intervalles entre les surfaces réfringentes AB, BC, CD etc. étant données.

55. Pour la grandeur de ces images, qui dependent de la grandeur de l'objet $O\omega$, posons le demidiamètre de l'objet $O\omega = z$, et celui des images:

$$P\pi = z^{I},\ Q\xi = z^{II},\ R\varrho = z^{III},\ S\sigma = z^{IV} \text{ etc.}$$

la considération des §§ 33 et 34 nous fournit les déterminations suivantes:

$$z^{I} = \frac{\alpha z}{na}; \quad z^{II} = \frac{\alpha\beta z}{nn^{I}ab}; \quad z^{III} = \frac{\alpha\beta\gamma z}{nn^{I}n^{II}a\,c}; \quad z^{IV} = \frac{\alpha\beta\gamma\delta z}{nn^{I}n^{II}n^{III}abcd} \quad \text{etc.}$$

d'où l'on peut juger de la grandeur de chaque image.

56. Comme ces expressions ne renferment que les rapports entre les distances $\alpha : a$, $\beta : b$, etc. on les abrégera en y introduisant les dénominations suivantes:

$$\alpha = \frac{a}{A}; \quad \beta = \frac{b}{B}; \quad \gamma = \frac{c}{C}; \quad \delta = \frac{d}{D} \quad \text{etc.}$$

d'où nous tirons d'abord:

$$p = \frac{(n-1)a}{1+nA}; \quad q = \frac{(n^{I}-1)b}{1+n^{I}B}; \quad r = \frac{(n^{II}-1)c}{1+n^{II}C}; \quad s = \frac{(n^{III}-1)d}{1+n^{III}D} \quad \text{etc.}$$

et ensuite pour la grandeur des images:

$$z^{I} = \frac{z}{nA}; \quad z^{II} = \frac{z}{nn^{I}AB}; \quad z^{III} = \frac{z}{nn^{I}n^{II}ABC}; \quad z^{IV} = \frac{z}{nn^{I}n^{II}n^{III}ABCD} \quad \text{etc.}$$

57. Il est bon de remarquer ici, que comme $n:1$ exprime la réfraction des rayons moyens, qui passent du milieu où est l'objet $O\omega$ dans celui où est marquée l'image $P\pi$, que j'indiquerai simplement par la lettre P; ainsi $nn^{I}:1$ exprimera la réfraction des rayons moyens, s'ils entraient immédiatement dans le milieu Q, et $nn^{I}n^{II}:1$ celle, s'ils entraient immédiatement dans le milieu R, et ainsi de suite.

58. Or donnant à la première surface aAa une ouverture dont le rayon $Aa = x$, la réfraction ne représentera plus des images simples, mais des assemblages d'images, pour la connaissance desquelles je nommerai les espaces de diffusion de chacune:

$$Pp = y, \quad Qq = y^{I}, \quad Rr = y^{II}, \quad Ss = y^{III} \quad \text{etc.}$$

et les inclinaisons des rayons, qui concourent aux points p, q, r, s etc.

$$\text{en } p = \omega, \quad \text{en } q = \omega^{I}, \quad \text{en } r = \omega^{II}, \quad \text{en } s = \omega^{III} \quad \text{etc.}$$

59. La connaissance de ces assemblages d'images étant de la plus grande importance dans la Dioptrique, demande aussi des recherches plus profondes, dont nous avons déjà expliqué les fondements. Tout revient ici à la route des rayons, qui passent du centre de l'objet O par les bords de la première surface réfringente aAa; comme je ferai voir plus amplement dans la Considération suivante.