IVème Considération.

Sur la route des rayons moyens, qui venant du centre de l'objet, passent par les bords de la première surface réfringente.

60. La figure 249, présente la route d'un tel rayon, qui venant du centre de l'objet O pa[sse] par le bord a de la première surface réfringente, le demi-diamètre de son ouverture étant Aa = [...] et il est clair que les intersections avec l'axe p, q, r, s etc. donnent les extrémités de chaque assemblage d'images, les images principales étant $P\pi$, $Q\xi$, $R\varrho$, $S\sigma$ etc.

61. Considérons d'abord les points b, c, d etc. où ce rayon passe par chacune des surfaces suivantes, et posons leurs distances à l'axe:

$$Bb = x^{I},\quad Cc = x^{II},\quad Dd = x^{III} \text{ etc.}$$

qu'il faut envisager comme les demi-diamètres de l'ouverture de chacune de ces surfaces par rapport à ce rayon qui les traverse; comme ces quantités ne demandent point de précision, on pourra regarder comme evanouïssant les intervalles Pp, Qq, Rr etc. et de là on aura:

$$x^{I} = \frac{b}{\alpha}x;\quad x^{II} = \frac{bc}{\alpha\beta}x;\quad x^{III} = \frac{bcd}{\alpha\beta\gamma}x \text{ etc.}$$

62. Ensuite les angles dont cette route du rayon Oa par les réfractions est inclinée à l'axe aux points p, q, r, s etc., donnent les inclinaisons, que nous avons indiquées ci-dessus par les lettres ω, ω^{I}, ω^{II} etc. et puisque nous n'avons point ici besoin de précision, ces angles seront exprimés ensorte:

$$\omega = \frac{x}{a};\quad \omega^{I} = \frac{bx}{\alpha\beta};\quad \omega^{II} = \frac{bcx}{\alpha\beta\gamma};\quad \omega^{III} = \frac{bcdx}{\alpha\beta\gamma\delta} \text{ etc.}$$

63. Donc si nous introduisons ici les lettres A, B, C, D etc. expliquées ci-dessus (56), ces expressions se changeront dans les formules suivantes:

$$x^{I} = A\cdot\frac{bx}{a};\quad x^{II} = AB\cdot\frac{cx}{a};\quad x^{III} = ABC\cdot\frac{dx}{a};\quad x^{IV} = ABCD\cdot\frac{ex}{a} \text{ etc.}$$

$$\omega = A\cdot\frac{x}{a};\quad \omega^{I} = AB\cdot\frac{x}{a};\quad \omega^{II} = ABC\cdot\frac{x}{a};\quad \omega^{III} = ABCD\cdot\frac{x}{a}$$

où il est bon d'observer que $\frac{x}{a}$ exprime l'angle AOa, que fait avec l'axe le premier rayon Oa.

64. Passons maintenant à la détermination de chaque espace de diffusion $Pp = y$, $Qq = y^{I}$, $Rr = y^{II}$, $Ss = y^{III}$ etc. ce qui est l'article le plus essentiel. Or le premier Pp a été déterminé ensorte:

$$Pp = y = \frac{xx(a+\alpha)^2(a+n\alpha)}{2(n-1)^2a^3\alpha},$$

pond. Qq renferme deux parties, dont l'une dépend du précédent y, et l'autre de l'ouverture de la seconde surface:

$$Qq = y^I = \frac{\beta\beta}{n^I bb}\, y + \frac{x^I x^I (b+\beta)^2 (b+n^I\beta)}{2(n^I-1)^2 b^3 \beta}.$$

65. De la même manière sera déterminé l'espace de diffusion suivant Rr, et pareillement ceux qui suivent après celui-ci, desorte que nous n'aurons qu'à développer les formules suivantes:

$$Rr = y^{II} = \frac{\gamma\gamma}{n^{II} cc}\, y^I + \frac{x^{II} x^{II} (c+\gamma)^2 (c+n^{II}\gamma)}{2(n^{II}-1)^2 c^3 \gamma},$$

$$Ss = y^{III} = \frac{\delta\delta}{n^{III} dd}\, y^{II} + \frac{x^{III} x^{III} (d+\delta)^2 (d+n^{III}\delta)}{2(n^{III}-1)^2 d^3 \delta} \quad \text{etc.}$$

66. Introduisons d'abord les lettres A, B, C, D etc., et substituant pour x^I, x^{II}, x^{III} etc. les valeurs assignées ci-dessus, nous aurons les déterminations suivantes:

$$Pp = y = \frac{xx(1+A)^2(n+A)}{2(n-1)^2 AAa},$$

$$Qq = y^I = \frac{y}{n^I BB} + \frac{AAbxx(1+B)^2(n^I+B)}{2(n^I-1)^2 BBaa},$$

$$Rr = y^{II} = \frac{y^I}{n^{II} CC} + \frac{AABBcxx(1+C)^2(n^{II}+C)}{2(n^{II}-1)^2 CCaa}$$

$$Ss = y^{III} = \frac{y^{II}}{n^{III} DD} + \frac{AABBCCdxx(1+D)^2(n^{III}+D)}{2(n^{III}-1)^2 DDaa} \quad \text{etc.}$$

67. Posons pour abréger:

$$\frac{a(1+A)^2(n+A)}{(n-1)^2} = \mathfrak{A}; \qquad \frac{n^I A^4 b(1+B)^2(n^I+B)}{(n^I-1)^2} = \mathfrak{B};$$

$$\frac{n^I n^{II} A^4 B^4 c(1+C)^2(n^{II}+C)}{(n^{II}-1)^2} = \mathfrak{C}; \qquad \frac{n^I n^{II} n^{III} A^4 B^4 C^4 d(1+D)^2(n^{III}+D)}{(n^{III}-1)^2} = \mathfrak{D} \text{ etc.};$$

les formules pour les espaces de diffusion seront exprimées ensorte:

$$y = \frac{xx.\mathfrak{A}}{2AAaa},$$

$$y^I = \frac{xx(\mathfrak{A}+\mathfrak{B})}{2n^I AABBaa},$$

$$y^{II} = \frac{xx(\mathfrak{A}+\mathfrak{B}+\mathfrak{C})}{2n^I n^{II} AABBCCaa},$$

$$y^{III} = \frac{xx(\mathfrak{A}+\mathfrak{B}+\mathfrak{C}+\mathfrak{D})}{2n^I n^{II} n^{III} AABBCCDDaa} \quad \text{etc.}$$

68. Il est principalement nécessaire de déterminer cet espace de diffusion pour la dernière image, soit qu'on la veuille représenter sur une table blanche dans un lieu obscur, soit qu'elle doive

devenir l'objet immédiat de notre vision. Dans l'un et l'autre cas on atteindrait le plus ... de perfection, s'il était possible de réduire à rien cet espace de diffusion; de sorte qu'il ...

$$\mathfrak{A} + \mathfrak{B} + \mathfrak{C} + \mathfrak{D} + \text{etc.} = o.$$

69. A moins qu'on ne trouve moyen de rendre cette diffusion assez petite, la repré... de l'objet tant dans la chambre obscure que dans la vision devient confuse; et cette confusi... d'autant plus grande, plus on donne d'ouverture à la première surface aAa. Pour diminuer ... cette confusion, et pour la rendre même insensible, on n'aurait qu'à rétrécir l'ouverture de la pre... mière surface, s'il n'y avait point d'autres inconvéniens qui en résulteraient.

70. Je nommerai donc cette confusion *celle qui provient de l'ouverture* de la première su... pour la distinguer de celle qui est causée par la différente réfraction des rayons, que je dévelop... perai dans la suite. Mais avant que d'entreprendre cette recherche, il est nécessaire de consi... aussi la route des rayons, qui venant de l'extrémité de l'objet ω, sont transmis par toutes les ... faces réfringentes.

71. Cette considération nous fera voir l'étendue de l'objet, dont l'image sera représentée ... toutes les réfractions; c'est en quoi consiste le champ apparent, dont la connaissance est de la der... nière importance dans tous les instrumens dioptriques; mais cette même considération nous condui... aussi à d'autres articles également essentiels.

Vème Considération.

Sur la route des rayons moyens, qui venant de l'extrémité de l'objet, passent par le milieu de la première surface.

72. Je considère donc ici le rayon ωA (Fig. 250.), qui venant de l'extrémité de l'objet ω, passe par le milieu A de la première surface réfringente, pour en déterminer la route $A\beta\gamma\delta$ etc. que les réfractions successives lui feront prendre, en supposant que ce rayon soit transmis par toutes les surfaces réfringentes. Car si quelqu'une des surfaces n'avait pas assez d'ouverture pour le trans... mettre, il faudrait prendre le point ω plus près de l'axe, ce qui diminuerait le champ apparent.

73. Je suppose donc que ω est le point de l'objet le plus éloigné de l'axe dont les rayons soient encore transmis par toutes les surfaces réfringentes, et posant son éloignement de l'a... $O\omega = z$, cette quantité z sera le demi-diamètre du champ apparent, ou si l'on aime mieux l'estimer par l'angle $OA\omega$, comme on fait dans les télescopes, et qu'on pose cet angle $OA\omega = \varphi$, on aur... $\varphi = \frac{z}{a}$ ou bien $z = a\varphi$.

74. Dans la route de ce rayon il s'agit premièrement de déterminer les points β, γ, δ etc. où il traverse les surfaces suivantes après avoir passé par le milieu A de la première; et ensuite ...