devenir l'objet immédiat de notre vision. Dans l'un et l'autre cas on atteindrait le plus
de perfection, s'il était possible de réduire à rien cet espace de diffusion; de sorte qu'il

$$\mathfrak{A} + \mathfrak{B} + \mathfrak{C} + \mathfrak{D} + \text{etc.} = o.$$

69. A moins qu'on ne trouve moyen de rendre cette diffusion assez petite, la représ
de l'objet tant dans la chambre obscure que dans la vision devient confuse; et cette confusio
d'autant plus grande, plus on donne d'ouverture à la première surface aAa. Pour diminuer
cette confusion, et pour la rendre même insensible, on n'aurait qu'à rétrécir l'ouverture de la
mière surface, s'il n'y avait point d'autres inconvéniens qui en résulteraient.

70. Je nommerai donc cette confusion *celle qui provient de l'ouverture* de la première
pour la distinguer de celle qui est causée par la différente réfraction des rayons, que je
perai dans la suite. Mais avant que d'entreprendre cette recherche, il est nécessaire de
aussi la route des rayons, qui venant de l'extrémité de l'objet ω, sont transmis par toutes
faces réfringentes.

71. Cette considération nous fera voir l'étendue de l'objet, dont l'image sera représentée
toutes les réfractions; c'est en quoi consiste le champ apparent, dont la connaissance est de la
nière importance dans tous les instrumens dioptriques; mais cette même considération nous
aussi à d'autres articles également essentiels.

V^ème^ Considération.

Sur la route des rayons moyens, qui venant de l'extrémité de l'objet, passent par le milieu de la première surface.

72. Je considère donc ici le rayon ωA (Fig. 250.), qui venant de l'extrémité de l'objet ω,
par le milieu A de la première surface réfringente, pour en déterminer la route $A\beta\gamma\delta$
les réfractions successives lui feront prendre, en supposant que ce rayon soit transmis par
les surfaces réfringentes. Car si quelqu'une des surfaces n'avait pas assez d'ouverture pour le
mettre, il faudrait prendre le point ω plus près de l'axe, ce qui diminuerait le champ apparent.

73. Je suppose donc que ω est le point de l'objet le plus éloigné de l'axe dont les
soient encore transmis par toutes les surfaces réfringentes, et posant son éloignement de
$O\omega = z$, cette quantité z sera le demi-diamètre du champ apparent, ou si l'on aime mieux l'esti
par l'angle $OA\omega$, comme on fait dans les télescopes, et qu'on pose cet angle $OA\omega = \varphi$, on
$\varphi = \frac{z}{a}$ ou bien $z = a\varphi$.

74. Dans la route de ce rayon il s'agit premièrement de déterminer les points β, γ, δ
où il traverse les surfaces suivantes après avoir passé par le milieu A de la première, et ensu

déterminer les points F, G, H etc. où ce rayon coupe l'axe; l'une et l'autre de ces déterminations fournit des considérations de la plus grande importance.

75. La connaissance des intersections F, G, H etc. est d'abord de la dernière importance, puisque ce n'est que dans ces points, où un oeil placé peut découvrir le champ tout entier; car étant placé sur d'autres points de l'axe, il ne recevrait point ce rayon ωA, et ne verrait pas par conséquent l'extrémité ω de l'objet, au moins par des rayons transmis par A; mais comme ces rayons tiennent un milieu entre ceux qui passeraient par les bords a, a de la première surface, il y faut régler notre jugement sur la vue du champ.

Vue du champ.

76. C'est par cette raison que je nommerai chacun de ces points F, G, H etc. la *vue du champ*, puisque dans la suite, où il s'agira d'assigner à l'oeil son juste lieu, il faut absolument qu'il soit placé dans la dernière vue du champ. Comme le premier de ces points F ne se trouve qu'après la seconde surface, il est bon d'observer que le précédent tomberait précisément dans le milieu A de la première surface.

77. Pour détermtner ces points de vue du champ, il est clair que c'est là que tomberaient les images d'un point lumineux qui serait placé au point A; et partant nous aurons les formules suivantes, que fournit la réfraction de chaque surface:

$$\frac{n^I-1}{q}=\frac{1}{AB}+\frac{n^I}{BF};\qquad \frac{n^{II}-1}{r}=\frac{1}{FC}+\frac{n^{II}}{CG};\qquad \frac{n^{III}-1}{s}=\frac{1}{GD}+\frac{n^{III}}{DH}\quad \text{etc.}$$

en négligeant les aberrations qui pourraient provenir de l'éloignement des points β, γ, δ etc. à l'axe.

78. Or ces points β, γ, δ etc. ne méritent pas moins toute notre attention, puisqu'ils dépendent de l'ouverture de chaque surface. J'ai déjà remarqué (§ 49.), que le demi-diamètre de l'ouverture de chacune doit être la somme des intervalles $B\beta$, $C\gamma$, $D\delta$ etc. et de ceux Bb, Cc, Dd etc. (Fig. 249.) que j'ai déterminés dans la considération précédente, afin que tous les rayons du point ω qui passent par l'ouverture entière de la première surface aAa soient transmis par les suivantes.

79. Delà nous aurons pour la juste mesure du demi-diamètre de chaque ouverture, les formules suivantes:

de $aAa = x + o$; de $bBb = x^I + B\beta$; de $cCc = x^{II} + C\gamma$; de $dDd = x^{III} + D\delta$ etc.

On verra dans l'application aux instruments dioptriques, que pour les surfaces suivantes après la première, les intervalles $B\beta$, $C\gamma$, $D\delta$ etc. sont ordinairement beaucoup plus grands que les autres indiqués par les lettres x^I, x^{II}, x^{III} etc., de sorte que les ouvertures de ces surfaces dépendent principalement de ces intervalles $B\beta$, $C\gamma$, $D\delta$ etc. que nous considérons ici.

80. Or nous avons observé déjà au commencement, que l'ouverture de chaque surface ne dépend point de notre bon plaisir, mais qu'elle doit toujours se trouver dans un certain rapport

au rayon de sa courbure, dont elle ne saurait jamais surpasser une certaine partie, afin que
ture de chaque surface n'embrasse jamais un arc plus grand que d'environ 30°.

81. Cette condition est si essentielle, que nous ne saurions permettre la détermination
intervalles $B\beta$, $C\gamma$, $D\delta$ etc. à d'autres circonstances, qu'au rayons de courbure de chaque
Je poserai donc, sans avoir égard aux autres déterminations que j'ai déjà faites, pour ces interv
$B\beta$, $C\gamma$, $D\delta$ etc.

$$B\beta = \pi^I q; \quad C\gamma = \pi^{II} r; \quad D\delta = \pi^{III} s \quad \text{etc.}$$

où les lettres π^I, π^{II}, π^{III} etc. marquent de certaines fractions plus petites que $\frac{1}{4}$ ou $\frac{1}{5}$
peut prendre tant affirmativement que négativement, en observant pourtant, que pour en fixer
verture de chaque surface, il les faut toujours prendre affirmativement.

82. Posant donc comme ci-dessus l'angle $OA\omega = \varphi$, qui exprime le demi-diamètre du
apparent, la première réfraction donne d'abord l'angle $BA\beta = \frac{\varphi}{n}$, d'où l'on tire:

$$\frac{\pi^I q}{AB} = \frac{\varphi}{n}; \quad \text{ou} \quad \frac{1}{AB} = \frac{\varphi}{n\pi^I q};$$

et ensuite nous avons les égalités suivantes:

$$\frac{\pi^I q}{BF} = \frac{\pi^{II} r}{FC}; \quad \frac{\pi^{II} r}{CG} = \frac{\pi^{III} s}{GD}; \quad \frac{\pi^{III} s}{DH} = \frac{\pi^{IV} t}{HE} \quad \text{etc.}$$

$$\text{ou} \quad \frac{1}{FC} = \frac{\pi^I q}{\pi^{II} r \,.\, BF}; \quad \frac{1}{GD} = \frac{\pi^{II} r}{\pi^{III} s \,.\, CG}; \quad \frac{1}{HE} = \frac{\pi^{III} s}{\pi^{IV} t \,.\, DH} \quad \text{etc.}$$

83. Or en substituant ces valeurs dans les formules du § 77 nous trouverons:

$$\frac{n^I - 1}{q} = \frac{\varphi}{n\pi^I q} + \frac{n^I}{BF}; \quad \text{donc}$$

$$\frac{1}{BF} = \frac{n(n^I - 1)\pi^I - \varphi}{nn^I \pi^I q} \quad \text{et} \quad \frac{1}{FC} = \frac{n(n^I - 1)\pi^I - \varphi}{nn^I \pi^{II} r}.$$

Ensuite
$$\frac{n^{II} - 1}{r} = \frac{n(n^I - 1)\pi^I - \varphi}{nn^I \pi^{II} r} + \frac{n^{II}}{CG} \quad \text{donc}$$

$$\frac{1}{CG} = \frac{nn^I(n^{II} - 1)\pi^{II} - n(n^I - 1)\pi^I + \varphi}{nn^I n^{II} \pi^{II} r} \quad \text{et}$$

$$\frac{1}{GD} = \frac{nn^I(n^{II} - 1)\pi^{II} - n(n^I - 1)\pi^I + \varphi}{nn^I n^{II} \pi^{III} s}.$$

Puis
$$\frac{n^{III} - 1}{s} = \frac{nn^I(n^{II} - 1)\pi^{II} - n(n^I - 1)\pi^I + \varphi}{nn^I n^{II} \pi^{III} s} + \frac{n^{III}}{DH}, \quad \text{donc}$$

$$\frac{1}{DH} = \frac{nn^I n^{II}(n^{III} - 1)\pi^{III} - nn^I(n^{II} - 1)\pi^{II} + n(n^I - 1)\pi^I - \varphi}{nn^I n^{II} n^{III} \pi^{III} s} \quad \text{et}$$

$$\frac{1}{HE} = \frac{nn^I n^{II}(n^{III} - 1)\pi^{III} - nn^I(n^{II} - 1)\pi^{II} + n(n^I - 1)\pi^I - \varphi}{nn^I n^{II} n^{III} \pi^{IV} t}.$$

84. On peut rendre ces formules plus simples en introduisant aussi dans le calcul les angles, que fait le rayon réfracté avec l'axe aux points de vue du champ A, F, G, H etc. Il est d'autant plus intéressant de connaître d'abord ces angles, puisqu'ils marquent la grandeur apparente, sous laquelle l'objet $O\omega$ serait vu dans les points A, F, G, H etc. Posons donc ces angles:

$$BA\beta = \psi; \quad BF\beta = CF\gamma = \psi^I; \quad CG\gamma = DG\delta = \psi^{II}; \quad DH\delta = EH\varepsilon = \psi^{III} \quad \text{etc.}$$

85. Or de ces angles nous tirons d'abord les déterminations suivantes:

$$\frac{1}{AB} = \frac{\psi}{\pi^I q}; \quad \frac{1}{BF} = \frac{\psi^I}{\pi^I q}; \quad \frac{1}{FC} = \frac{\psi^I}{\pi^{II} r}; \quad \frac{1}{CG} = \frac{\psi^{II}}{\pi^{II} r}; \quad \frac{1}{GD} = \frac{\psi^{II}}{\pi^{III} s} \quad \text{etc.}$$

qui étant substituées dans les formules du § 77 donnent:

$$\frac{n^I - 1}{q} = \frac{\psi}{\pi^I q} + \frac{n^I \psi^I}{\pi^I q}; \quad \frac{n^{II} - 1}{r} = \frac{\psi^I}{\pi^{II} r} + \frac{n^{II} \psi^{II}}{\pi^{II} r}; \quad \frac{n^{III} - 1}{s} = \frac{\psi^{II}}{\pi^{III} s} + \frac{n^{III} \psi^{III}}{\pi^{III} s} \quad \text{etc.}$$

où la première $\frac{\pi^I q}{AB} = \frac{\varphi}{n}$, fournit $\psi = \frac{\varphi}{n}$. Or les autres se réduisent à celles-ci:

$$(n^I - 1)\pi^I = \psi + n^I \psi^I; \quad (n^{II} - 1)\pi^{II} = \psi^I + n^{II} \psi^{II}; \quad (n^{III} - 1)\pi^{III} = \psi^{II} + n^{III} \psi^{III} \quad \text{etc.}$$

86. Les angles ψ, ψ^I, ψ^{II} etc. se trouveront donc déterminés ensorte par les seules fractions π^I, π^{II}, π^{III} etc. avec le demi-diamètre du champ φ:

$$\psi = \frac{\varphi}{n},$$

$$\psi^I = \frac{(n^I - 1)\pi^I}{n^I} - \frac{\varphi}{nn^I},$$

$$\psi^{II} = \frac{(n^{II} - 1)\pi^{II}}{n^{II}} - \frac{(n^I - 1)\pi^I}{n^I n^{II}} + \frac{\varphi}{nn^I n^{II}},$$

$$\psi^{III} = \frac{(n^{III} - 1)\pi^{III}}{n^{III}} - \frac{(n^{II} - 1)\pi^{II}}{n^{II} n^{III}} + \frac{(n^I - 1)\pi^I}{n^I n^{II} n^{III}} - \frac{\varphi}{nn^I n^{II} n^{III}}.$$

87. Or ayant déterminé ces angles, on aura pour les points de vue du champ, (en concevant pour l'analogie le point E marqué en A, où l'on peut aussi imaginer la lettre α, d'où résulte la fraction $\pi = o$) les formules suivantes très simples:

$$AE = o; \quad BF = \frac{\pi^I q}{\psi^I}; \quad CG = \frac{\pi^{II} r}{\psi^{II}}; \quad DH = \frac{\pi^{III} s}{\psi^{III}};$$

$$EB = \frac{\pi^I q}{\psi}; \quad FC = \frac{\pi^{II} r}{\psi^I}; \quad GD = \frac{\pi^{III} s}{\psi^{II}} \quad \text{etc.}$$

88. Maintenant il ne reste qu'à comparer ces nouvelles dénominations avec celles que nous avons établies auparavant, où nous ferons d'abord usage des lettres A, B, C, D etc., introduites § 56, d'où l'on a:

$$\alpha = \frac{a}{A}; \quad \beta = \frac{b}{B}; \quad \gamma = \frac{c}{C}; \quad \delta = \frac{d}{D};$$

$$p = \frac{(n-1)\,a}{1+nA}; \quad q = \frac{(n^I-1)\,b}{1+n^IB}; \quad r = \frac{(n^{II}-1)\,c}{1+n^{II}C}; \quad s = \frac{(n^{III}-1)\,d}{1+n^{III}D}.$$

89. Pour cet effet nous n'avons qu'à considérer les intervalles entre les surfaces, et leurs valeurs exprimées par les dénominations précédentes § 85 avec celles que fournissent les présentes, d'où résultent les équations suivantes:

$$AB = \frac{a}{A} + b = \frac{(n^I-1)\,\pi^I b}{(1+n^IB)\,\psi} = \frac{b\,(\psi + n^I\psi^I)}{(1+n^IB)\,\psi},$$

$$BC = \frac{b}{B} + c = \frac{b\,(\psi + n^I\psi^I)}{(1+n^IB)\,\psi^I} + \frac{c\,(\psi^I + n^{II}\psi^{II})}{(1+n^{II}C)\,\psi^I},$$

$$CD = \frac{c}{C} + d = \frac{c\,(\psi^I + n^{II}\psi^{II})}{(1+n^{II}C)\,\psi^{II}} + \frac{d\,(\psi^{II} + n^{III}\psi^{III})}{(1+n^{III}D)\,\psi^{II}},$$

ayant mis d'abord pour les formules $(n^I-1)\,\pi^I$, $(n^{II}-1)\,\pi^{II}$, $(n^{III}-1)\,\pi^{III}$ etc. les valeurs données ci-dessus § 85.

90. Or ces équations se réduisent aisément aux suivantes:

$$\frac{a}{A} = \frac{n^Ib\,(\psi^I - B\psi)}{(1+n^IB)\,\psi},$$

$$\frac{b\,(\psi^I - B\psi)}{B\,(1+n^IB)\,\psi^I} = \frac{n^{II}c\,(\psi^{II} - C\psi^I)}{(1+n^{II}C)\,\psi^I} = \frac{a\psi}{n^IAB\,\psi^I},$$

$$\frac{c\,(\psi^{II} - C\psi^I)}{C\,(1+n^{II}C)\,\psi^{II}} = \frac{u^{III}d\,(\psi^{III} - D\psi^{II})}{(1+n^{III}D)\,\psi^{II}} = \frac{a\psi}{n^In^{II}ABC\psi^{II}},$$

d'où l'on tire les déterminations suivantes:

$$b = \frac{a\,(1+n^IB)\,\psi}{n^IA\,(\psi^I - B\psi)}; \qquad q = \frac{(n^I-1)\,a\psi}{n^IA\,(\psi^I - B\psi)};$$

$$c = \frac{a\,(1+n^{II}C)\,\psi}{n^In^{II}AB\,(\psi^{II} - C\psi^I)}; \qquad r = \frac{(n^{II}-1)\,a\psi}{n^In^{II}AB\,(\psi^{II} - C\psi^I)};$$

$$d = \frac{a\,(1+n^{III}D)\,\psi}{n^In^{II}n^{III}ABC\,(\psi^{III} - D\psi^{II})}; \qquad s = \frac{(n^{III}-1)\,a\psi}{n^In^{II}n^{III}ABC\,(\psi^{III} - D\psi^{II})}.$$

91. Il convient aussi de remarquer que la route du rayon ωA passe par les extrémités de toutes les images principales; et partant les intervalles entre chaque vue du champ et l'image correspondente, seront exprimés ensorte; premièrement $AP = \frac{a}{A}$ et ensuite:

$$FQ = \frac{b\,(\psi^I - B\psi)}{B\,(1+n^IB)\,\psi^I} = \frac{a\psi}{n^IAB\psi^I};$$

$$GR = \frac{c\,(\psi^{II} - C\psi^{I})}{C\,(1 + n^{II}C)\,\psi^{II}} = \frac{a\psi}{n^{I}n^{II}ABC\psi^{II}};$$

$$HS = \frac{d\,(\psi^{III} - D\psi^{II})}{D\,(1 + n^{III}D)\,\psi^{III}} = \frac{a\psi}{n^{I}n^{II}n^{III}ABCD\psi^{III}}$$

etc.

VI^ème^ Considération.

Sur les changements causés dans les images principales par la différente réfraction des rayons.

92. Il ne s'agit ici que de regarder les nombres n, n^{I}, n^{II} etc. comme variables, et de déterminer les changements qui en résultent tant dans le lieu que dans la grandeur de chaque image principale. Il serait bien superflu, si l'on voulait étendre cette recherche aux assemblages d'images tout entiers, qui sont formés par chaque réfraction, vu qu'on tomberait d'un côté, dans des calculs extrêmement embrouillés, et que de l'autre côté, on n'en saurait tirer aucun usage.

93. D'abord il faut bien distinguer les quantités qui dépendent de la réfraction, de celles, qui demeurent inaltérables; à cette dernière espèce appartient la distance de l'objet $OA = a$ (Fig. 251.), avec son demi-diamètre $O\omega = z$, et ensuite les rayons de courbure des surfaces p, q, r, s etc. Les autres quantités α, b, β, c, γ, d, δ etc. sont toutes variables, mais pourtant en sorte, que les intervalles entre les surfaces, savoir $\alpha + b$, $\beta + c$, $\gamma + d$, $\delta + e$ etc. demeurent invariables, d'où nous aurons: $db = -d\alpha$, $dc = -d\beta$, $dd = -d\gamma$, $de = -d\delta$ etc.

94. Maintenant les lettres α, β, γ, δ etc. marquant les distances des images principales AP, BQ, CR, DS etc., leurs différentiels donneront les variations dans le lieu des images, et exprimeront par conséquent la diffusion de chaque image, causée par la différente réfrangibilité des rayons; et de ces mêmes différentiels on pourra conclure ensuite les changements, qui seront causés dans la grandeur de chaque image ou bien dans les quantités z^{I}, z^{II}, z^{III}, z^{IV} etc.

95. Conformément à ces remarques, différentions premièrement les équations, trouvées ci-dessus pour les lieux des images principales:

Équations.	Différentiels.
$\frac{n-1}{p} = \frac{1}{a} + \frac{n}{\alpha}$,	$\frac{dn}{p} = \frac{dn}{\alpha} - \frac{n\,d\alpha}{\alpha\alpha}$,
$\frac{n^{I}-1}{q} = \frac{1}{b} + \frac{n^{I}}{\beta}$,	$\frac{dn^{I}}{q} = \frac{d\alpha}{bb} + \frac{dn^{I}}{\beta} - \frac{n^{I}d\beta}{\beta\beta}$,
$\frac{n^{II}-1}{r} = \frac{1}{c} + \frac{n^{II}}{\gamma}$,	$\frac{dn^{II}}{r} = \frac{d\beta}{cc} + \frac{dn^{II}}{\gamma} - \frac{n^{II}d\gamma}{\gamma\gamma}$,
$\frac{n^{III}-1}{s} = \frac{1}{d} + \frac{n^{III}}{\delta}$.	$\frac{dn^{III}}{s} = \frac{d\gamma}{dd} + \frac{dn^{III}}{\delta} - \frac{n^{III}d\delta}{\delta\delta}$.