113. Voilà donc une exposition succinte de tout ce qui regarde les images d'un objet représenté par un nombre quelconque de surfaces sphériques réfringentes, qu'on suppose disposées sur le même axe; dont chacune peut être douée d'une réfraction quelconque tant par rapport aux rayons moyens, qu'à la différente réfrangibilité des rayons; de sorte que cette théorie est suffisante pour tous les cas qu'on puisse imaginer, soit qu'il s'agisse de Télescopes ou de Microscopes.

VII^ème Considération.

Sur les Télescopes et Microscopes en général.

114. Quelque grand que soit le nombre des surfaces réfringentes, c'est toujours la dernière image qui devient l'objet immédiat de la vision. Or tout oeil ayant une certaine distance à laquelle il voit le plus distinctement les objets, il faut bien qu'il soit placé sur l'axe à cette même distance derrière la dernière image. Quoique cette distance souffre une très grande latitude, je la regarderai comme fixe pour chaque oeil, et je l'indiquerai par la lettre h.

115. Donc s'il n'y avait qu'une surface réfringente aAa, la distance de l'oeil derrière cette surface devrait être $= \alpha + h$, s'il y avait deux surfaces, elle devrait être $= \beta + h$; et en général si nous supposons que la dernière image tombe derrière la dernière surface à la distance $= \zeta$, la distance de l'oeil derrière cette surface doit être $= \zeta + h$.

116. On voit bien que cette distance de l'oeil après la dernière surface doit toujours être positive. Donc si la distance ζ était tellement négative, que la valeur de $\zeta + h$ devint négative, l'instrument ne serait pas propre pour la vision au moins à l'égard des yeux, dont la juste distance est $= h$ ou plus petite.

117. Mais cette seule condition ne suffit pas pour le lieu de l'oeil, et il est très essentiel que l'oeil se trouve dans un tel endroit, où il puisse recevoir tous les rayons transmis par les surfaces réfringentes; puisque sans cela il ne verrait que le centre de l'objet O, et les points tant soit peu éloignés de l'axe lui échapperaient entièrement.

118. Il est donc nécessaire que l'oeil se trouve dans le dernier point de vue du champ; et pour que ce lieu convienne avec celui de la première condition, les § 87 et 91 nous fournissent pour chaque nombre de surfaces Fig. 251 les déterminations suivantes:

Nombre des surfaces.	Lieu de l'oeil.	Condition à remplir.
I.	en E ou A	$AE = o = \alpha + h$ où $h = \frac{-a}{A}$;
II.	en F	$BF = \frac{\pi^I q}{\psi^I} = \beta + h$ où $h = \frac{-a\psi}{n^I AB\psi^I}$;
III.	en G	$CG = \frac{\pi^{II} r}{\psi^{II}} = \gamma + h$ où $h = \frac{-a\psi}{n^I n^{II} ABC\psi^{II}}$;
IV.	en H	$DH = \frac{\pi^{III} s}{\psi^{III}} = \delta + h$ où $h = \frac{-a\psi}{n^I n^{II} n^{III} ABCD\psi^{III}}$

etc.

119. Il faut donc avant toutes choses, que l'instrument dioptrique soit arrangé en sorte que pour chaque nombre de surfaces la distance juste de l'oeil h devienne égale à la formule ou du moins qu'elle n'en diffère pas énormement. Mais ensuite il est aussi absolument nécessaire que la dernière des formules:

$$\frac{\pi^I q}{\psi^I}, \quad \frac{\pi^{II} r}{\psi^{II}}, \quad \frac{\pi^{III} s}{\psi^{III}} \text{ etc.}$$

obtienne une valeur positive.

120. Cependant quoique la dernière de ces formules devienne négative comme — — l'instrument n'est pas absolument à rejetter. Il faut alors appliquer l'oeil immédiatement à la dernière surface, et l'ouverture de la prunelle recevra toujours une partie du champ, qui sera d'autant plus grande plus la distance ϖ et petite, et la prunelle plus ouverte; ce qui est le cas des petits perspectifs de poche, dont l'oculaire est concave.

121. Après ces remarques sur le lieu de l'oeil, qui renferment la principale condition pour tous les instruments dioptriques sans laquelle ils seraient destitués de tout usage, j'observe que pour bien traiter cette matière il faut la partager en deux parties: dans la première je regarderai l'instrument dioptrique comme donné, et je chercherai toutes les qualités, dont il sera doué; dans l'autre partie je regarderai les qualités comme données, et je chercherai la construction des instruments dioptriques, qui soient doués de ces qualités. On voit bien qu'il s'agira ici des moyens, de porter ces instruments au plus haut dégré de perfection, dont ils sont susceptibles.

I^ère PARTIE.

Examen d'un instrument Dioptrique proposé.

122. Connaissant 1° la réfraction de chaque surface ou les lettres n, n^I, n^{II}, n^{III} etc.; 2° le rayon de courbure de chacune ou les lettres p, q, r, s etc.; 3° les intervalles entre les surfaces AB, BC, CD etc. et 4° la distance de l'objet $OA = a$; on en tirera les lieux des images principales P, Q, R, S etc.:

$$AP = \alpha = \frac{nap}{(n-1)a - p}; \qquad A = \frac{a}{\alpha} \quad \text{et} \quad BP = b = AB - \alpha;$$

$$BQ = \beta = \frac{n^I bq}{(n^I - 1)b - q}; \qquad B = \frac{b}{\beta} \quad \text{et} \quad CQ = c = BC - \beta;$$

$$CR = \gamma = \frac{n^{II} cr}{(n^{II} - 1)c - r}; \qquad C = \frac{c}{\gamma} \quad \text{et} \quad DR = d = CD - \gamma$$

etc.

123. De là on déduit aussi aisément la grandeur de chaque image principale; en regardant l'objet comme un cercle posé perpendiculairement sur l'axe dont le rayon $O\omega = z$; les demi-diamètres des images principales seront déterminés en sorte:

$$P\pi = z^I = \frac{z}{nA}; \qquad Q\xi = z^{II} = \frac{z}{nn^I AB}; \qquad R\varrho = z^{III} = \frac{z}{nn^I n^{II} ABC} \quad \text{etc.}$$

où il faut remarquer, que la première est représentée renversée, la seconde debout, la troisième renversée, la quatrième debout et ainsi de suite.

124. Considérant la route du rayon Oa (Fig. 249.), qui venant du centre de l'objet O passe par les bords de la première surface a, en supposant le demi-diamètre de l'ouverture de cette surface $Aa = x$, on trouvera les éléments suivants:

$$Bb = x^I = \frac{Abx}{a}; \quad Cc = x^{II} = \frac{ABcx}{a}; \quad Dd = x^{III} = \frac{ABCdx}{a} \text{ etc.}$$

$$Apa = \omega = \frac{Ax}{a}; \quad Bqb = \omega^I = \frac{ABx}{a}; \quad Crc = \omega^{II} = \frac{ABCx}{a} \text{ etc.}$$

Il faut bien que les demi-diamètres d'ouverture des surfaces suivantes surpassent les espaces marqués ici, Bb, Cc, Dd etc.

125. Or la route du rayon ωA (Fig. 250.), qui venant de l'extrémité de l'objet ω passe par le milieu A de la première surface, donne d'abord les points de vue du champ F, G, H etc. le premier E tombant en A:

$$BF = \frac{n^I q \,.\, AB}{(n^I - 1) \,.\, AB - q}; \quad CF = BC - BF;$$

$$CG = \frac{n^{II} r \,.\, BC}{(n^{II} - 1) \,.\, BC - r}; \quad DG = CD - CG;$$

$$DH = \frac{n^{III} s \,.\, CD}{(n^{III} - 1) \,.\, CD - s}; \quad EH = DE - DH$$

etc.

Ces intervalles doivent être bien remarqués, quoique je ne les aie point désignés par des lettres particulières.

126. Cette même route découvre les angles marqués ψ, ψ^I, ψ^{II} etc. Car posant l'angle $OA\omega = \varphi$, qui exprime le demi-diamètre du champ apparent, on a d'abord $BA\beta = \psi = \frac{\varphi}{n}$, et ensuite:

$$BF\beta = \psi^I = \frac{AB \,.\, \psi}{BF}; \quad CG\gamma = \psi^{II} = \frac{FC \,.\, \psi^I}{CG}; \quad DH\delta = \psi^{III} = \frac{GD \,.\, \psi^{II}}{DH} \text{ etc.}$$

d'où l'on voit que tous ces angles sont proportionels au demi-diamètre de l'ouverture $OA\omega = \varphi$, et partant je les désignerai en sorte:

$$BA\beta = \psi = \lambda\varphi; \quad BF\beta = \psi^I = \lambda^I\varphi; \quad CG\gamma = \psi^{II} = \lambda^{II}\varphi; \quad DH\delta = \psi^{III} = \lambda^{III}\varphi \text{ etc.}$$

127. Ensuite ayant posé les espaces $B\beta = \pi^I q$, $C\gamma = \pi^{II} r$, $D\delta = \pi^{III} s$ etc. ces coëfficients π^I, π^{II}, π^{III} etc. qui sont toujours des fractions plus petites que $\frac{1}{4}$ ou même $\frac{1}{5}$, dépendent en sorte des angles ψ, ψ^I, ψ^{II} etc. et partant aussi du champ apparent, comme les formules suivantes font voir:

$$(n^I - 1)\,\pi^I = (\lambda + \lambda^I n^I)\varphi; \quad (n^{II} - 1)\,\pi^{II} = (\lambda^I + \lambda^{II} n^{II})\varphi; \quad (n^{III} - 1)\,\pi^{III} = (\lambda^{II} + \lambda^{III} n^{III})\varphi \text{ etc.}$$

128. Réciproquement donc ces mêmes formules serviront à déterminer le champ apparent, qu

l'instrument proposé est capable de découvrir, on n'a pour cet effet qu'à mesurer les ouvertures de chaque surface réfringente à l'exception de la première; je désignerai donc les demi-diamètres de ces ouvertures par les lettres u^I, u^{II}, u^{III}, u^{IV} etc. et l'on aura:

$$\pi^I q = u^I - x^I; \quad \pi^{II} r = u^{II} - x^{II}; \quad \pi^{III} s = u^{III} - x^{III} \text{ etc.}$$

d'où l'on connaîtra les fractions π^I, π^{II}, π^{III} etc.

Champ apparent.

129. Ayant tiré de là les valeurs des ces fractions, on aura pour le demi-diamètre du champ apparent φ les déterminations suivantes:

$$\varphi = \frac{(n^I - 1)\pi^I}{\lambda + \lambda^I n^I}; \quad \varphi = \frac{(n^{II} - 1)\pi^{II}}{\lambda^I + \lambda^{II} n^{II}}; \quad \varphi = \frac{(n^{III} - 1)\pi^{III}}{\lambda^{II} + \lambda^{III} n^{III}} \text{ etc.}$$

dont la plus petite donne le vrai champ apparent; et l'on comprend de là, que les surfaces qui montrent un plus grand champ sont trop ouvertes, et qu'on en peut rétrécir l'ouverture sans aucune diminution du champ.

130. Ce n'est que de cette plus petite étendue du champ, qu'il faut prendre le demi-diamètre φ, pour en déterminer les fractions π^I, π^{II}, π^{III} etc. par les formules du § 127; puisque dans les équations trouvées ci-dessus, j'ai supposé partout, que ces fractions sont réglées sur le véritable champ apparent.

Grossissement.

131. Voilà donc déjà expédié un article très important sur l'instrument proposé, qui nous conduit d'abord à un autre également intéressant, qui est celui du grossissement, que le dernier des angles ψ, ψ^I, ψ^{II} etc. qui soit Ψ nous donne à connaître. Car puisque l'oeil doit être placé dans le point de vue du champ où tombe cet angle, on verra le demi-diamètre de l'objet Oo sous cet angle Ψ, pendant qu'à la vue simple il paraîtrait à un oeil placé en A sous l'angle OAo, de sorte que le rapport entre ces deux angles Ψ et φ nous fournit l'estime du grossissement.

132. Mais dans les microscopes la distance AO est trop petite, pour qu'un oeil placé en A le puisse voir, et partant on choisit une certaine distance, qu'on suppose ordinairement de 8 pouces, à laquelle le même objet étant vu, est comparé avec l'angle Ψ. Pour cet effet je prends en général une distance $= k$, pour y rapporter le grossissement, en disant que l'instrument grossit autant de fois, que l'angle Ψ surpasse celui, sous lequel le même objet serait vu à la distance $= k$.

Grossissement rapporté à la distance k.

133. Or l'objet paraissant à la distance $OA = a$, sous l'angle φ il paraîtrait à la distance k sous l'angle $= \frac{a\varphi}{k}$; et partant par l'instrument il sera vu grossi autant de fois, que cette fraction $\frac{k\Psi}{a\varphi}$ contient d'unités; ou bien le grossissement sera estimé égal à cette fraction. Alors pour les microscopes on mettra selon la coutume $k = 8$ pouces, et pour les télescopes $k = a$.

134. On jugera aussi aisément, si l'objet sera vu renversé ou debout, en examinant si l'angle Ψ tombe au dessous de l'axe ou au dessus. On n'a qu'à considérer les formules données au § 86 pour chaque nombre de surfaces, et qu'à les substituer à la place de l'angle Ψ.

Nombre des surfaces.	Grossissement.
I.	$\frac{k}{a\varphi} \cdot \frac{\varphi}{n}$ debout
II.	$\frac{k}{a\varphi}\left(\frac{(n^I-1)\pi^I}{n^I} - \frac{\varphi}{nn^I}\right)$ renversé
III.	$\frac{k}{a\varphi}\left(\frac{(n^{II}-1)\pi^{II}}{n^{II}} - \frac{(n^I-1)\pi^I}{n^I n^{II}} + \frac{\varphi}{nn^I n^{II}}\right)$ debout
IV.	$\frac{k}{a\varphi}\left(\frac{(n^{III}-1)\pi^{III}}{n^{III}} - \frac{(n^{II}-1)\pi^{II}}{n^{II}n^{III}} + \frac{(n^I-1)\pi^I}{n^I n^{II} n^{III}} - \frac{\varphi}{nn^I n^{II} n^{III}}\right)$ renversé
	etc.

Explication du nombre m pour marquer le grossissement.

135. Prenant donc le nombre m pour marquer le grossissement lorsque l'objet est vu debout, de sorte que lorsqu'il paraît renversé, il faut prendre le nombre m négativement; cela posé on aura pour un nombre quelconque de surfaces, cette formule:

$$\frac{ma\varphi}{k} \cdot nn^I n^{II} n^{III} \text{ etc.} = \varphi - n(n^I-1)\pi^I + nn^I(n^{II}-1)\pi^{II} - nn^I n^{II}(n^{III}-1)\pi^{III} + \text{etc.}$$

où il faut remarquer que la raison $nn^I n^{II} n^{III}$ etc. : 1 exprime la réfraction, si les rayons de l'objet passaient immédiatement dans le milieu où se trouve l'oeil.

136. On peut encore d'une autre manière déterminer le grossissement, en considérant le demi-diamètre de la dernière image, qui devient l'objet immédiat de la vision; or ce dernier demi-diamètre, en posant $nn^I n^{II} n^{III}$ etc. $= N$, de sorte que $N : 1$ exprime la raison de réfraction des rayons moyens de l'objet, s'ils passaient immédiatement dans le milieu, où se trouve l'oeil, est trouvé:

$$= \frac{z}{N \cdot ABCD \text{ etc.}} \qquad (123.)$$

Autre formule pour le grossissement.

137. Supposant maintenant que l'oeil soit placé derrière cette dernière image à sa juste distance $= h$, et il le verra sous l'angle $= \frac{z}{Nh \cdot ABCD \text{ etc.}}$, pendant que le demi-diamètre de l'objet $= z$ serait vu à la distance $= k$ sous l'angle $= \frac{z}{k}$; d'où le grossissement sera $m = \pm \frac{k}{Nh \cdot ABCD \text{ etc.}}$; il faut remarquer que le signe $+$ a lieu, si le nombre des surfaces est impair et le signe $-$ s'il est pair.

138. La comparaison de ces deux expressions trouvées pour le grossissement, en posant Ψ pour le dernier des angles, nous fournit d'abord à cause de $\psi = \frac{\varphi}{n}$ cette équation:

*

$$h = \frac{-a\varphi}{N\Upsilon \cdot ABCD \text{ etc.}} \quad \text{ou} \quad ABCD \text{ etc.} = \frac{-a\varphi}{N\Upsilon h},$$

qui est la même que la situation de l'oeil nous a déjà donnée ci-dessus (118.).

139. Ou bien puisqu'il faut placer l'oeil dans le dernier des points de vue du champ G, H etc. déterminés dans le § 125, la formule $h = \frac{-a\varphi}{N\Upsilon \cdot ABCD \text{ etc.}}$ nous donne à connaître à quelle espèce d'yeux l'instrument proposé est ajusté. Cependant on sait que changeant un peu la position de la dernière surface réfringente, il est aisé d'ajuster le même instrument à toutes sortes d'yeux.

140. Après le champ apparent, le grossissement et le lieu de l'oeil, il est très essentiel de définir le degré de clarté, dont l'instrument proposé présentera les objets. Cette clarté dépend de la force du cône lumineux, qui est transmis dans l'oeil de chaque point de l'objet, c'est donc du dernier des angles ω, ω^{I}, ω^{II} etc. déterminés dans le § 124, qu'il faut estimer le degré de clarté.

Degré de clarté.

141. Or le dernier de ces angles étant $= \frac{x}{a} \cdot ABCD$ etc. qui détermine le cône lumineux qui est renvoyé de chaque point de la dernière image dans l'oeil, qu'on suppose en être éloigné à sa juste distance $= h$, le demi-diamètre de la base de ce cône à l'entrée dans l'oeil sera $= \frac{hx}{a} \cdot ABCD$ etc. qui nous peut servir de mesure de la clarté, dont l'objet sera vu.

142. Sur ce demi-diamètre j'observe d'abord, que s'il était égal ou plus grand que le demi-diamètre de la prunelle, l'oeil jouirait de la plus grande clarté, relativement à la propre clarté de l'objet et à l'affaiblissement des rayons, qu'ils souffrent nécessairement en passant par plusieurs surfaces réfringentes. Mais ordinairement ce demi-diamètre est beaucoup plus petit que celui de la prunelle, ce qui est la raison qu'on peut prendre l'expression $\frac{hx}{a} \cdot ABCD$ etc. pour la juste mesure du degré de clarté.

143. Il est remarquable que ce degré de clarté est très étroitement lié avec le grossissement m. Car ayant trouvé ci-dessus (138.), $ABCD$ etc. $= \frac{-a\varphi}{N\Upsilon h}$, le degré de clarté devient d'abord $= \frac{x\varphi}{N\Upsilon}$, le signe — ne changeant rien dans l'intensité. Or nous avons vu que $\frac{k\Upsilon}{a\varphi}$ donne le grossissement m, d'où ayant $\frac{\varphi}{\psi} = \frac{k}{ma}$, le degré de clarté sera $= \frac{kx}{Nma}$, qui est par conséquent proportionel a l'ouverture de la première surface aAa, divisée par le grossissement.

144. On estime communement le demi-diamètre de la prunelle à $\frac{1}{12}$ pouce, donc si la quantité $\frac{kx}{Nma}$ se trouvait égale à $\frac{1}{12}$ pouce ou encore plus grande, la clarté serait quasi complète et ne saurait être augmentée au de là. Mais on a remarqué que pourvu que cette quantité $\frac{kx}{Nma}$ ne soit plus petite que $\frac{1}{50}$ pouce, la clarté est encore suffisante pour les objets terrestres dans les beaux jours; d'où l'on jugera aisément des objets plus ou moins brillants d'eux mêmes.

145. Ensuite il est encore très essentiel de connaître le degré de distinction, dont les objets seront vus par l'instrument proposé. Or nous avons vu, qu'il y a deux causes, qui troublent la dernière image et en doivent rendre la vision confuse; l'une venant de l'ouverture des surfaces réfringentes, et l'autre de la diverse réfrangibilité des rayons; il convient donc d'examiner l'une et l'autre séparément.

Confusion causée par l'ouverture des surfaces.

146. Pour la première espèce de confusion il faut considérer la diffusion de la dernière image, ou bien le dernier assemblage d'images, et voir quel effet en doit résulter dans la vision. Soit donc $Vv\varrho$ (Fig. 252.) le dernier assemblage d'images, que l'oeil placé en Ω à sa juste distance $V\Omega = h$ regarde; dans cet assemblage il faut avoir égard: 1° à l'image principale Vv, 2° à l'espace de diffusion $V\varrho$ exprimé par la dernière des lettres y, y^I, y^{II} etc. que je nommerai $= Y$, et 3° à l'inclinaison des rayons jettés au point ϱ, laquelle sera exprimée par la dernière des lettres ω, ω^I, ω^{II} etc. que je poserai Ω.

147. Prenant donc l'angle $\Omega\varrho\omega = \Omega$, la ligne $\varrho\omega$ représentera un des rayons du point ϱ, qui traversant l'image principale en m de sorte que $Vm = Y\Omega$, produira dans l'oeil le même effet que s'il venait du point m; donc puisque toute la ligne $V\varrho$ répond au centre de l'objet, ce centre sera vu comme une tache ronde dont le demi-diamètre serait $= Vm$, qui paraîtra à l'oeil sous l'angle $V\Omega m = \frac{Y\Omega}{h}$; qui nous fournit donc la juste mesure de la confusion causée par l'ouverture des surfaces réfringentes.

148. J'ai supposé ici que le rayon $\varrho\omega$ entre encore dans l'oeil, car s'il en était exclu, la confusion deviendrait plus petite. Mais il y a encore un autre moyen de rendre cette confusion plus petite en plaçant l'oeil en sorte, que non pas l'image principale Vv, mais une autre Uu, en prenant $\varrho U = \frac{1}{4}\varrho V$, en soit éloignée de sa juste distance $= h$; alors le demi-diamètre apparent des taches rondes, que l'oeil verra pour chaque point de l'objet, se réduira au quart $\frac{Y\Omega}{4h}$.

149. Or nous avons déjà vu que le dernier des angles ω, ω^I etc. et partant $\Omega = \frac{x}{a} ABCD$ etc. et par le § 67, il paraît que le dernier des espaces de diffusion y, y^I, y^{II} etc. est exprimé en sorte:

$$Y = \frac{nxx\,(\mathfrak{A} + \mathfrak{B} + \mathfrak{C} + \mathfrak{D} + \text{etc.})}{2Naa\,.\,AABBCCDD \text{ etc.}};$$

donc la confusion cherchée sera:

$$= \frac{nx^3\,(\mathfrak{A} + \mathfrak{B} + \mathfrak{C} + \mathfrak{D} + \text{etc.})}{8Na^3h\,.\,ABCD \text{ etc.}},$$

et en introduisant le grossissement m, à cause de

$$ABCD \text{ etc.} = \frac{-a\varphi}{NYh} = \frac{k}{Nmh}, \quad \text{devient} = \frac{mnx^3\,(\mathfrak{A} + \mathfrak{B} + \mathfrak{C} + \mathfrak{D} \text{ etc.})}{8a^3k}.$$

150. Nous n'avons donc qu'à substituer pour les lettres $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$, $\mathfrak{D}$ etc. leurs valeurs supposées, pour avoir la juste mesure de la confusion que nous cherchons:

$$\frac{mx^3}{8a^3k}\left\{\begin{array}{l}\dfrac{na(1+A)^2(n+A)}{(n-1)^2}+\dfrac{nn^IA^4b(1+B)^2(n^I+B)}{(n^I-1)^2}+\\[2ex] \dfrac{nn^In^{II}A^4B^4c(1+C)^2(n^{II}+C)}{(n^{II}-1)^2}+\dfrac{nn^In^{II}n^{III}A^4B^4C^4d(1+D)^2(n^{III}+D)}{(n^{III}-1)^2}+\text{etc.}\end{array}\right\}$$

où il est bon de remarquer, que pourvu que cet angle ne surpasse point 2 secondes, la confusion n'est presque point sensible.

Confusion causée par la différente réfrangibilité des rayons.

151. Pour l'autre confusion causée par la diverse réfrangibilité des rayons, on examinera d'abord, si l'objet paraîtra environné d'une bordure colorée, ou non. Pour cet effet on n'a qu'à considérer cette formule tirée du § 111:

$$a\psi dn+nAb\left(\psi^I-\pi^I\right)dn^I+nn^IABc\left(\psi^{II}-\pi^{II}\right)dn^{II}+nn^In^{II}ABCd\left(\psi^{III}-\pi^{III}\right)dn^{III}+\text{etc.}$$

laquelle si elle s'évanouit, l'objet sera vu sans une telle bordure, mais plus cette formule sera grande, plus aussi la bordure sera considérable.

152. Mais quand même cette condition aurait lieu, la vision de l'objet ne serait pas pour cela tout à fait distincte, la diffusion de la dernière image produira dans l'oeil une confusion semblable à celle de l'espèce précédente. On n'a donc qu'à considérer le dernier espace de diffusion exprimé par le différentiel de la dernière des lettres α, β, γ, δ etc. Soit ζ cette dernière lettre, on aura par le § 97, en posant toujours $nn^In^{II}n^{III}$ etc. $=N$:

$$Nd\zeta\,.\,A^2B^2C^2D^2\,\text{etc.}=-\frac{adn(1+A)}{n-1}-\frac{nA^2bdn^I(1+B)}{n^I-1}-\frac{nn^IA^2B^2cdn^{II}(1+C)}{n^{II}-1}-\text{etc.}$$

153. Ce différentiel $d\zeta$ nous représentera donc l'espace $V\upsilon$ (Fig. 252.) qui a été nommé auparavant Y, mais ici chaque point envoie vers l'oeil un cône entier de rayons, dont le demi-angle au sommet est $=\Omega$. A cause de cette circonstance la confusion dans la vision deviendra la plus petite en plaçant l'image $U\mathfrak{z}$ sur le milieu de l'espace $V\upsilon$ et elle sera $=\frac{\Omega d\zeta}{2h}$, cet angle étant encore le demi-diamètre apparent des taches rondes, sous la forme desquelles tous les points de l'objet seront vus.

154. Or nous avons vu que $\Omega=\frac{x}{a}\cdot ABCD$ etc. et que $ABCD$ etc. $=\frac{k}{Nmh}$;

$$\text{donc } N\Omega d\zeta\,.\,ABCD\,\text{etc.}=\frac{x}{a}\left(-\frac{adn(1+A)}{n-1}-\text{etc.}\right)=\frac{k\Omega d\zeta}{mh}.$$

Par conséquent nous aurons pour la juste mesure de cette confusion:

$$\frac{\Omega d\zeta}{2h}=\frac{mx}{2ak}\left(\frac{adn(1+A)}{n-1}+\frac{nA^2bdn^I(1+B)}{n^I-1}+\frac{nn^IA^2B^2cdn^{II}(1+C)}{n^{II}-1}+\text{etc.}\right)$$

où j'ai changé les signes $-$ en $+$, puisque cela revient au même. Cette expression n'indique une confusion sensible, qu'en tant qu'elle surpasse un angle de 2^{II} ou bien la fraction $\frac{1}{100000}$.

II^{de}. PARTIE.

Construction des instruments dioptriques, les qualités qu'ils doivent avoir, étant présentes.

I^{ère} Qualité: *La nature de l'oeil.*

155. La première qualité, qu'on exige d'un instrument dioptrique, est sans doute qu'il con- a une certaine espèce d'yeux à l'usage desquels il est destiné. Il faut donc faire en sorte l'oeil puisse voir la dernière image représentée par les surfaces réfringentes, à une certaine distance $= h$, qui convient le mieux à sa nature. On suppose ordinairement cette distance h puisqu'il est aisé ensuite d'ajuster le même instrument à d'autres yeux; mais je laisserai ici distance h indéterminée.

II^{de} Qualité: *Le Grossissement.*

156. La seconde qualité regarde le grossissement, que je rapporte comme ci-dessus à une distance k, et posant le grossissement $= m$, il faut entendre, que l'angle optique sous on voit l'objet par l'instrument est m fois plus grand que celui sous lequel on le verrait à vue simple à la distance $= k$. Le nombre m étant positif marque, que l'objet est représenté et s'il est négatif, il marque le renversement de la représentation.

157. Or le grossissement m étant préscrit, on a d'abord le rapport entre l'angle φ et le des angles ψ, ψ^{I}, ψ^{II} etc. que je pose $= \Psi$, ce rapport étant $\frac{k\Psi}{a\varphi} = \pm m$, où le signe $+$ si le nombre des surfaces est pair, et $-$ s'il est impair, d'où nous tirons cette condition la construction de l'instrument $ABCD$ etc. $= \mp \frac{k}{Nmh}$; où le signe supérieur vaut pour les nombres pairs et l'inférieur pour les nombres impairs des surfaces réfringentes.

158. On se souviendra ici, que $N:1$ marque la raison de réfraction, que les rayons moyens l'objet souffriraient, s'ils passaient immédiatement dans le milieu, où se trouve l'oeil, de sorte si l'un et l'autre était dans le même milieu, on aurait $N = 1$. Cela remarqué, la condition du grossissement m découvre d'abord la valeur du produit de toutes les lettres A, B, C, D etc. d'où est convenable de déterminer la dernière, qui devrait être $= o$ s'il'on supposait $h = \infty$.

III^{ème} Qualité: *Le degré de clarté.*

159. La troisième qualité regarde le degré de clarté que je mesure par le demi-diamètre du lumineux, qui est transmis de chaque point de l'objet par les surfaces réfringentes dans l'oeil, entrée dans l'oeil. Or nous avons vu, que ce diamètre est $= \frac{kx}{Nma}$, et que pour un degré sant de clarté, cette valeur ne devrait pas être au dessous de $\frac{1}{50}$ pouce; comme elle ne saurait surpasser $\frac{1}{12}$ pouce.

Remarque sur la distance de l'objet.

160. La lettre a marque ici la distance de l'objet devant la première surface réfringente qu'on de toujours comme connue. Car s'il agit de télescopes, cette distance a est quasi infinie et

on lui suppose égale la distance k. Pour les microscopes la distance a dépend bien de la volonté, mais on voit que plus elle est grande plus la clarté en est diminuée; on la prend aussi petite, que les circonstances le permettent.

161. La condition de la clarté nous fournit donc la détermination de l'ouverture de la première surface, dont le demi-diamètre est supposé $= x$; donc pour augmenter la clarté on n'a qu'à amplifier l'ouverture de la première surface, mais d'autres raisons en exigent le rétrécissement, de sorte qu'il est souvent difficile de procurer à l'instrument un assez grand degré de clarté sans porter atteinte aux autres qualités, qu'on exige avec autant de droit d'un bon instrument.

162. Surtout dans les microscopes qui doivent grossir beaucoup, on est obligé de renoncer à un juste degré de clarté, mais on est aussi en état de remédier à ce défaut, en éclairant l'objet même avec une forte lumière. Dans ces cas donc on se contente du degré de clarté, que la formule $\frac{kx}{Nma}$ donne, en regardant la quantité x comme déjà donnée par les autres circonstances.

IV^ème^ Qualité: *Le Champ apparent.*

163. La quatrième qualité des instruments dioptriques consiste dans le champ apparent, dont je pose le demi-diamètre $= \varphi$; qui par le § 135 se détermine par cette formule:

$$\left(\frac{Nma}{k} - 1\right) \varphi = - n (n^{I} - 1) \pi^{I} + nn^{I} (n^{II} - 1) \pi^{II} - nn^{I}n^{II} (n^{III} - 1) \pi^{III} + \text{etc.}$$

où les lettres π^{I}, π^{II}, π^{III} etc. marquent, comme nous avons vu, des fractions plus petites que $\frac{1}{4}$ ou même $\frac{1}{5}$, tant positives que négatives, et les nombres n, n^{I}, n^{II} etc. sont tantôt plus grands tantôt plus petits que l'unité.

164. Les nombres n, n^{I}. n^{II} etc. étant donnés par la nature des différentes matières transparentes qu'on veut employer, la détermination du champ dépend principalement des fractions π^{I}, π^{II}, π^{III} etc. et pour rendre le champ aussi grand qu'il est possible, on n'a qu'à donner aux lettres π^{I}, π^{II}, π^{III} etc. des valeurs ou positives ou négatives, de sorte que tous les termes de notre expression deviennent ou positifs pour la représentation erecte, ou négatifs pour la renversée.

165. De là il est clair que plus le nombre des surfaces réfringentes est grand, plus on est le maître d'augmenter le champ apparent, qu'on ne saurait pas pourtant porter au delà de certaines bornes; car dès que l'angle $m\varphi$ surpasserait 45°, l'oeil ne serait plus capable de l'embrasser, outre qu'alors il ne serait plus permis de prendre les angles mêmes ψ, ψ^{I}, ψ^{II} etc. pour leur tangentes. Mais les autres circonstances, aux quelles il faut avoir égard, mettent ordinairement des bornes beaucoup plus étroites au champ apparent.

166. On voit donc en général, que le champ apparent doit être d'autant plus petit, plus le grossissement m est grand; cependant on lui peut donner une étendue très considérable en multipliant le nombre des surfaces réfringentes. C'est aussi principalement dans cette vue, qu'on met en usage plusieurs réfractions, qui d'ailleurs seraient plus nuisibles qu'avantageuses, puisque quantité de rayons y périssent.

Autre méthode pour déterminer le champ apparent.

167. Pour fixer le champ apparent, on peut aussi se servir de la formule $\frac{k\Psi}{a\varphi} = \pm m$, où Ψ marque le dernier des angles ψ, ψ^I, ψ^{II} etc.; on n'aura donc qu'à prendre l'angle Ψ aussi grand, que les circonstances le permettent. Du moins on en verra si la valeur de cet angle Ψ doit être prise positive ou négative, tant pour les valeurs positives que négatives, qu'on donnera au nombre m.

168. Ensuite on regardera la dernière surface refringente, dont le rayon de courbure soit posé $= \varrho$, et la dernière des fractions π^I, π^{II}, π^{III} etc. qui lui répond $= \Pi$, de sorte que le demi-diamètre de l'ouverture de cette surface soit $= \Pi\varrho$, pris au dessous de l'axe, si le nombre des surfaces est pair, et au dessus s'il est impair. Alors la formule $\frac{\Pi\varrho}{\Psi}$ donnera la distance du dernier point de vue du champ, derrière la dernière surface.

Condition pour le lieu de l'oeil.

169. Or nous avons remarqué, que cette distance doit toujours être positive, à moins qu'on ne veuille rien perdre sur le champ, et partant puisque $\Psi = \pm \frac{ma\varphi}{k}$, la quantité $\pm \frac{\Pi k\varrho}{ma\varphi}$ doit être positive, d'où l'on jugera aisément si le rayon de courbure ϱ doit être positif ou négatif; en supposant qu'on donne à Π une telle valeur, dont le champ apparent soit augmenté. Pour l'ambiguité du signe $\pm$ il faut se souvenir que le supérieur a lieu, quand le nombre des surfaces est pair, et l'intérieur, quand il est impair.

170. On pourra donc commencer par établir les angles ψ, ψ^I, ψ^{II} etc. en observant en même temps, que les fractions π^I, π^{II}, π^{III} etc. qui en dépendent par les formules:

$$(n^I - 1)\,\pi^I = \psi + n^I\psi^I; \quad (n^{II} - 1)\,\pi^{II} = \psi^I + n^{II}\psi^{II} \text{ etc.}$$

ne surpassent point la limite $\pm\frac{1}{5}$, et qu'elles concourent en même temps à augmenter le champ apparent autant qu'il est possible.

Conditions à remplir pour rendre positifs les intervalles entre les surfaces réfringentes.

171. Mais dans cette operation il faut principalement avoir égard, que les intervalles entre les surfaces réfringentes deviennent tous positifs. Pour cette effet on considérera les formules du § 87 d'où ces intervalles résultent:

$$AB = \frac{\pi^I q}{\psi}; \quad BC = \frac{\pi^I q + \pi^{II} r}{\psi^I}; \quad CD = \frac{\pi^{II} r + \pi^{III} s}{\psi^{II}} \text{ etc.}$$

d'où l'on jugera si les rayons de courbure des surfaces doivent être pris positifs ou négatifs; ou si ces surfaces doivent tourner leur convexité ou leur concavité vers l'objet.

172. Ayant fixé les valeurs des rayons de courbure q, r, s etc. avec les angles ψ, ψ^I, ψ^{II} etc. on en tirera aisément les valeurs des lettres B, C, D, E etc. par les formules du § 90, le rapport entre p et A étant renfermé dans la formule $p = \frac{(n-1)a}{1+nA}$; et de là on aura aussi les distances

b, c, d etc., de même que les autres α, β, γ, δ etc. Où l'on ne perdra point de vue que le produit $ABCD$ etc. est déjà déterminé ci-dessus.

Ouverture de chaque surface.

173. Après ces déterminations on sera en état de fixer à chaque surface sa juste ouverture. Celle de la première, dont le demi-diamètre est $= x$, étant déjà déterminée par le degré de clarté, le demi-diamètre de l'ouverture de chacune des surfaces suivantes doit être la somme de deux quantités, savoir $B\beta + Bb$ pour la seconde, $C\gamma + Cc$ pour la troisième etc. (voyez les figures 249 et 250.).

174. L'une et l'autre de ces deux parties doit ici être prise positivement, quand même sa véritable valeur serait négative; de là nous aurons pour chaque surface:

Surface.	Demi-diamètre de son ouverture.
aAa	x;
bBb	$x^I + \pi^I q = \frac{Abx}{a} + \frac{(n^I - 1)\pi^I b}{1 + n^I B}$,
cCc	$x^{II} + \pi^{II} r = \frac{ABcx}{a} + \frac{(n^{II} - 1)\pi^{II} b}{1 + n^{II} C}$,
dDd	$x^{III} + \pi^{III} s = \frac{ABCdx}{a} + \frac{(n^{III} - 1)\pi^{III} c}{1 + n^{III} D}$

etc.

175. On voit bien que quand on emploie plusieurs surfaces réfringentes, on peut remplir ces conditions en sorte que plusieurs des éléments, dont nos formules sont composées, restent encore indéterminés, ce qui est absolument nécessaire pour satisfaire encore à d'autres conditions, qui sont requises pour rendre plus parfaits les instruments dioptriques, en rendant la représentation aussi distincte qu'il est possible.

V^ème^ Qualité: *Rendre insensible la confusion causée par l'ouverture des surfaces.*

176. La cinquième qualité regarde la confusion causée par l'ouverture, qu'on est obligé de donner aux surfaces réfringentes. A cause de cette confusion chaque point de l'objet est représenté sous la forme d'une tache, dont le demi-diamètre apparent nous donne la plus juste mesure de cette confusion, qu'il s'agit donc de rendre si petit, que la vision n'en soit plus incommodée, ce qui arrive, quand on le réduit au dessous de 2 secondes. Mais le meilleur moyen serait sans doute de le faire évanouir tout à fait, quand les circonstances le permettent.

177. Or nous avons vu que ce demi-diamètre de la confusion est exprimé par la formule suivante:

$$\frac{mx^3}{8a^3k}\left\{\begin{array}{l}\frac{na(1+A)^2(n+A)}{(n-1)^2} + \frac{nn^I A^4 b(1+B)^2(n^I+B)}{(n^I-1)^2} + \\ \frac{nn^I A^4 B^4 c(1+C)^2(n^{II}+C)}{(n^{II}-1)^2} + \frac{nn^I n^{II} A^4 B^4 C^4 d(1+D)^2(n^{III}+D)}{(n^{III}-1)^2} + \text{etc.}\end{array}\right\}$$

faut donc réduire la valeur au-dessous de $\frac{1}{100000}$, à moins qu'il ne soit pas possible de le s'évanouir entièrement.

178. De là on voit que cette confusion est proportionelle d'abord au grossissement, et ensuite au cube du demi-diamètre de l'ouverture de la première surface; or à ces deux choses on ne saurait toucher pour les diminuer, puisque l'une et l'autre est déjà déterminée. Tout revient donc à l'autre membre de notre expression qu'il faut ou faire évanouir, ou rendre assez petit.

179. Or pour réduire cette expression à zero, il est d'abord clair que la chose est impossible puisque tous les termes sont affectés des mêmes signes. Il faudrait faire en sorte que quelques-uns de ces termes deviennent négatifs, pendant que les autres seraient positifs, mais comme chaque terme a des facteurs qui sont nécessairement positifs, il sera bon d'en séparer ceux qui peuvent devenir négatifs, en sorte:

$$\frac{n(1+A)^2}{(n-1)^2} \cdot a(n+A) + \frac{nn^I A^4 (1+B)^2}{(n^I-1)^2} \cdot b(n^I+B)$$

$$+ \frac{nn^I n^{II} A^4 B^4 (1+C)^2}{(n^{II}-1)^2} \cdot c(n^{II}+C)$$

$$+ \frac{nn^I n^{II} n^{III} A^4 B^4 C^4 (1+D)^2}{(n^{III}-1)^2} \cdot d(n^{III}+D)$$

etc.

180. Toute l'adresse consistera donc en ce qu'on rende un ou quelques uns des facteurs $a(n+A)$, $b(n^I+B)$, $c(n^{II}+C)$ etc. négatifs, pendant que les autres seraient positifs, et ensuite qu'on fasse les termes négatifs précisements égaux aux affirmatifs; ce qui est toujours possible à exécuter, quand on emploie un nombre suffisant de surfaces réfringentes, où il est bon de remarquer, que dés qu'on en admet plus que deux, la chose devient possible.

181. Mais quand le nombre des surfaces est trop petit, ou que d'autres circonstances s'opposent à l'anéantissement entier de notre expression, il y a toujours encore moyen de la rendre aussi petite qu'on voudra. Car en mettant pour A sa valeur $\frac{a}{\alpha}$, on voit aisément, qu'en augmentant la distance α, les termes après le premier peuvent être diminués a volonté, et c'est la raison, pourquoi les instruments dioptriques deviennent souvent trop longs et partant incommodes.

182. Pour les télescopes la chose est évidente; car puisqu'on a alors $a = \infty$, et qu'on prend $= a$, en posant $A = \frac{a}{\alpha}$, notre expression se change en celle-ci:

$$\left\{\frac{n}{(n-1)^2} + \frac{nn^I b(1+B)^2(n^I+B)}{\alpha(n^I-1)^2} + \frac{nn^I n^{II} B^4 c(1+C)^2(n^{II}+C)}{\alpha(n^{II}-1)^2} + \frac{nn^I n^{II} n^{III} B^4 C^4 d(1+D)^2(n^{III}+D)}{\alpha(n^{III}-1)^2} + \text{etc.}\right\}$$

où l'augmentation de la distance α sert ouvertement à diminuer la confusion, qu'on peut même par ce moyen rendre aussi petite qu'on voudra.

183. Pour les microscopes, où a est ordinairement une quantité très petite, et $k = 8$ pouces, j'ai déjà remarqué, qu'on est ordinairement obligé de se contenter d'un très petit degré de clarté,

*

ce qui contribue beaucoup à diminuer cette confusion, puisque la quantité x est d'autant plus... Cependant en prenant A en sorte que le premier terme $\frac{na(1+A)^2(n+A)}{(n-1)^2}$ s'évanouisse presque, ... moyen de diminuer la confusion, sans porter atteinte au degré de clarté.

VI$^{\text{ème}}$ Qualité: *Délivrer les objets de la bordure colorée.*

184. La sixième qualité exige, que les objets paraissent bien terminés sans aucune bordure colorée, qui est communément causée par la différente réfrangibilité des rayons. Or nous avons ... que pour arriver à ce but on n'a qu'à satisfaire à cette équation:

$$o = a\psi dn + nAb(\psi^I - \pi^I)\,dn^I + nn^I ABc(\psi^{II} - \pi^{II})\,dn^{II} + nn^I n^{II} ABCd(\psi^{III} - \pi^{III})\,dn^{III} \ldots$$

ou bien à celle-ci du § 112 divisée par $\frac{dn}{n}$:

$$o = 1 + \frac{ndn^I}{n^I dn} \cdot \frac{(1+n^I B)(\psi^I - \pi^I)}{(1+n^I B)\psi^I - (n^I - 1)B\pi^I} + \frac{ndn^{II}}{n^{II} dn} \cdot \frac{(1+n^{II}C)(\psi^{II} - \pi^{II})}{(1+n^{II}C)\psi^{II} - (n^{II}-1)C\pi^{II}} \text{ etc.}$$

où les différentiels dn, dn^I, dn^{II} etc. dépendent de la nature des milieux réfringents.

185. Sur cette formule j'observe qu'il est aussi possible de la faire évanouir, dès qu'on admet plus que deux surfaces réfringentes; et par ce moyen on détruit déjà pour la plupart les fâcheux effets de la diverse réfrangibilité des rayons; car puisque l'oeil est situé en sorte, que toutes les images différemment colorées lui paraissent se couvrir parfaitement les unes les autres, on n'a donc à craindre d'autres inconvients, que ceux qui viennent de la distance entre ces différentes images.

VII$^{\text{ème}}$ Qualité: *Délivrer de toute confusion causée par la différente réfrangibilité des rayons.*

186. La septième qualité enfin aboutit à faire entièrement évanouir toute confusion, qui peut naître de la différente réfrangibilité des rayons, en tant que les images qui en sont formées se trouvent dispersées par un certain espace. De là vient aussi que chaque point de l'objet paraît à l'oeil comme une tache ronde, dont le demi-diamètre transparent a été trouvée au § 154:

$$\frac{mx}{2ak}\left(\frac{adn(1+A)}{n-1} + \frac{nA^2bdn^I(1+B)}{n^I-1} + \frac{nn^IA^2B^2cdn^{II}(1+C)}{n^{II}-1} + \text{ etc.}\right)$$

187. Sur cette formule j'observe qu'il est fort difficile de la rendre égale à zéro, et même impossible, quand on n'emploie que deux milieux transparents comme de l'air et du verre. Mais en se servant de plusieurs milieux différents, on peut les arranger en sorte, que cette expression devienne $= o$, ce qui depend du rapport, que les différentiels dn, dn^I, dn^{II} etc. tiennent aux nombres n, n^I, n^{II} etc. en vertu de la nature de la réfraction; sur quoi il faut ou recourir aux expériences, ou consulter une Théorie bien fondée.