- par les surfaces réfringentes. Cela dépend principalement de l'inclinaison des rayons autépont car cette inclinaison étant déterminée par l'angle $\omega^{(m)}$, il sera transmis vers l'ocil en O un dumineux, dont le demi-diamètre de la base à l'entrée dans l'ocil sera $= l\omega^{(m)}$; où il faut remaine que lorsque ce demi-diamètre est égal ou plus grand que celui de la prunelle, la vision sera que claire qu'il est possible, ou bien l'objet paraîtra aussi clairement qu'à la vue simple. D'où il évident que plus ce demi-diamètre $l\omega^{(m)}$ se trouve au-dessous de celui de la prunelle, plus aux la clarté de la vision en sera diminuée. Nous verrons dans la suite que ce degré de clarté est raison directe de l'ouverture de la première surface, dont le demi-diamètre est posé $= \omega$, et raison inverse du grossissement.
- 43. III em Réflexion. L'espace de confusion de la dernière image, qui est $Mm = 10^{-10}$ causera nécessairement une confusion dans la représentation, qui se fait sur le fond de l'oeil. Casi les rayons, qui partent de chaque point de l'image principale $M\mu$, se réunissent sur la rétine même ceux qui viennent de chaque point de l'image extrême en m se réuniront ou en deçà ou au den d'où il arrive, que chaque point de l'objet sera représenté sur la rétine par un petit cercle, dont le diamètre sera la juste mesure de la confusion vue. Or je ferai voir dans la suite, que confusion est proportionnelle à l'espace de confusion Mm, multiplié par l'inclinaison des rayons, en m ou bien à l'expression $y^{(m)}$, $\omega^{(m)}$.

Cole

analui

désigné les demi-diamètres par les lettres x, x^{I} , x^{III} etc., les valeurs que j'en ai données déterminées par celui de la première surface =x, ne se rapportent qu'aux rayons, qui viennent du centre de l'objet E, ou de son point situé dans l'axe. Je n'avais ici en vue, que de donner surfaces suivantes autant d'ouverture, qu'il faut pour transmettre tous les rayons du centre de l'objet E, qui tombent sur l'ouverture de la première surface PAP; de sorte que si cette ouverture s'évanouissait, celles de toutes les suivantes s'évanouissaient aussi. Mais dès que nous avons égard l'objet tout entier $E\varepsilon$, afin que les rayons de son extrémité ε soient transmis par les surfaces suivantes, il est bien clair que quoique l'ouverture de la première fût infiniment petite, célles suivantes pourrait devenir très considérable. C'est donc réciproquement de l'ouverture des surfaces suivantes que dépend la grandeur de l'objet vu, ou le champ apparent, dont la détermination étant de la dernière importance, le chapitre suivant y est destiné, où nous découvrirons encore d'autres articles également intéressants pour la construction des instruments dioptriques.

Chapitre M.

Recherches sur le champ apparent par un nombre quelconque de surfaces réfringente

45. Problème 7. Autant de surfaces réfringentes étant disposées sur le même axe (Fig. 259) déterminer la route d'un rayon venant de l'extremité de l'objet qui passe par le milieux de la première surface réfringente.

$$EA = a$$
, $AF = \alpha$, $FB = b$, $BG = \beta$, $GC = c$, $CH = \gamma$, $HD = d$ etc.

 $E_{
m c}$

Fig.
$$F\zeta = rac{a}{na}z$$
, $G\eta = rac{aeta}{nn^Iab}z$, $H\theta = rac{aeta\gamma}{nn^In^{II}abc}z$, $J\iota = rac{aeta\gamma\delta}{nn^In^{III}abcd}z$ etc.

présent εA un rayon qui passe de l'extrémité de l'objet ε par le milieu A de la première réfringente, et il est clair que ce rayon étant réfracté, passera successivement par les extréparations des images ζ , η , θ , ι etc.; il coupera donc la seconde surface en b, la troisième en c, la prime en d etc. et partant l'axe même aux points q, r, s etc. Pour trouver ces derniers points, primarque que si A était un point lumineux pour la seconde surface QBQ, son image tomberait q, et celle-ci considérée comme un objet, jetterait son image en r par la troisième surface, et appear de suite, d'où nous aurons les équations suivantes:

$$\frac{n^{I}-1}{g} = \frac{1}{AB} + \frac{n^{I}}{Bq} = \frac{1}{b} + \frac{n^{I}}{\beta},$$

$$\frac{n^{II}-1}{h} = \frac{1}{Cq} + \frac{n^{II}}{Cr} = \frac{1}{c} + \frac{n^{II}}{\gamma},$$

$$\frac{n^{III}-1}{i} = \frac{1}{Dr} + \frac{n^{III}}{Ds} = \frac{1}{d} + \frac{n^{III}}{\delta}$$
etc.

fishité pour les points b, c, d etc. qui déterminent les ouvertures des faces réfringentes après la

$$Bb = \frac{AB}{BF} F\zeta = \frac{a+b}{a} \cdot \frac{a}{na} z = \frac{a+b}{na} z,$$

gour les autres :

ment of

$$Cc = \frac{Cq}{Bq} Bb$$
, $Dd = \frac{Dr}{Cr} Cc$ etc.

on connaît la route entière du rayon en question, quelque grand que soit le nombre des surfaces.

Coroll. 1. De l'équation:
$$\frac{1}{a-b} \rightarrow \frac{n^I}{Bq} = \frac{1}{b} \rightarrow \frac{n^I}{\beta}$$
,

" tirons:

$$\frac{n^I}{Bq} = \frac{\alpha}{b(\alpha + b)} + \frac{n^I}{\beta} = \frac{\alpha\beta + n^Ib(\alpha + b)}{b\beta(\alpha + b)},$$

Partant:

$$Bq = \frac{n^I b \beta (a+b)}{a\beta + n^I b (a+b)};$$

Du il s'ensuit:

$$Cq = \beta + c - Bq = \frac{\alpha\beta (\beta + c) + n^{T}bc(\alpha + b)}{\alpha\beta + n^{T}b(\alpha + b)}$$

47. Coroll. 2. De la puisque:
$$\frac{n^{II}}{cr} = \frac{1}{c} + \frac{n^{II}}{\gamma} - \frac{1}{c_q},$$

nous aurons:
$$\frac{n^{II}}{Cr} = \frac{\alpha\beta\beta\gamma - n^{II}\alpha\beta c (\beta - c) + n^{I}n^{II}bcc (\alpha - b)}{\alpha\beta\gamma c (\beta - c) + n^{I}bcc (\alpha - b)},$$

d'où l'on voit que les valeurs suivantes pour les intervalles Dr, Ds, Es etc. deviennent trop de pliquées, pour que nous en puissions tirer quelques éclaircissements dans les recherches suivantes

- 48. Coroll. 3. Il en est de même des autres formules, que la solution nous fournit pour les ouvertures des surfaces, ou les espaces Bb, Cc, Dd etc., et partant il serait inutile de les de lopper, surtout puisque dans chaque cas proposé il est aisé de déterminer tous ces éléments les équations trouvées dans la solution.
- 49. Le Réflexion. La considération de ce problème me fournit cette réflexion bien important sur le lieu, où il faut placer l'oeil derrière les surfaces réfringentes, pour qu'il puisse voir le lieu, où il faut placer l'oeil derrière les surfaces réfringentes, pour qu'il puisse voir le la circonference de l'objet & lui resterait invisible. Comme donc la même raison que pour toute la circonférence de l'objet, il faut absolument, que l'oeil soit placé dans une intersection de la dite route avec l'axe. Ainsi s'il n'y avait que deux surfaces, l'oeil devrait être placé en s'il y avait trois en r, et pour quatre en s etc. Il est aussi évident que l'oeil étant placé dans me tel lieu, découvre le plus grand champ, qu'il est possible de voir par les surfaces proposées. Il donc de la dernière importance de bien déterminer ce lieu de l'oeil pour chaque cas; et pusque nous avons observé ci-dessus, que l'oeil doit aussi se trouver à une certaine distance dernière image, il faut toujours arranger les surfaces en sorte, que ces deux lieux se réunisseu dans un seul.
- 50. III Réflexion. Les rayons des extrémités ε de l'objet ne sauraient donc être transme par les surfaces, à moins que les demi-diamètres de leur ouverture ne surpassent les limites Bollo Dd etc., déterminées dans la solution du problème; ces limites sont ouvertement proportionelles demi-diamètre de l'objet Eε = z; donc plus on pourrait augmenter les ouvertures des surfaces apres la première PAP, plus le champ apparent en serait aggrandi. Mais les premièrs fondements de Dioptrique nous prescrivent des bornes, que les ouvertures des surfaces ne doivent jamais passent ayant fixé le demi-diamètre de l'ouverture de chaque surface au-dessous de la quatrième partit de son rayon de courbure. Cette circonstance établit donc un certain rapport entre l'ouverture et l'ayon de chaque surface, auquel il faut absolument avoir égard dans ces recherches; et partant développement de notre solution, si difficile déjà en elle même, scrait absolument inutile, si nous ne restions pas les maîtres de mettre d'accord chaque ouverture avec son rayon de courbure per sera donc bon d'introduire d'abord cet accord nécessaire dans le calcul, ce qui fera le suje suivant.
 - 51. Problème S. Les mêmes choses étant proposées comme dans le problème précédént si outre cela le rapport entre l'ouverture de chaque surface et son rayon de courbine est prescrit, trouver la solution du problème.

Solution. Outre les dénominations employées dans la solution précédente, introduisons dans la rapport du demi-diamètre de chaque ouverture au rayon de courbure de chaque sur-

$$Bb \stackrel{\cdot}{=} \pi^I g$$
, $Cc = \pi^{II}h$, $Dd = \pi^{III}i$ etc.

Faut remarquer que les lettres π' , π'^{II} , π'^{III} etc. expriment des fractions moindres que $\frac{1}{4}$, tant times que négatives. Cela posé les images principales étant $F\zeta = z^I$, $G\eta = z'^I$, $H\theta = z'^{III}$ etc. les distances AF = a, $BF = \alpha$, BG = b, $GC = \beta$, CH = c, $HD = \gamma$ etc., le triangle ABb fournit:

$$\alpha: z^I = \alpha + b: \pi^I g$$
, donc $(\alpha + b) z^I = \pi^I g \alpha$ on $\alpha + b = \frac{\pi^I g \alpha}{z^I}$.

nonte bgc donne ces deux proportions:

$$\pi^I g + z^{II}$$
: $\beta = \pi^I g : Bq$ donc $Bq = \frac{\pi^I g \beta}{\pi^I g + z^{II}}$

$$\pi^{II}h - z^{II} : c = \pi^{II}h : Cq \text{ donc } Cq = \frac{\pi^{II}hc}{\pi^{II}h - x^{II}}$$

$$Bq - Cq = BC = \beta - c$$
.

 $m{r}$ la même manière on tire de la route cd:

$$\pi^{II}h \rightarrow z^{III}: \gamma = \pi^{II}h: Cr \text{ donc } Cr = \frac{\pi^{II}h\gamma}{\pi^{II}h + x^{III}},$$

$$\pi^{III}i-z^{III}:d=\pi^{III}i:Dr$$
 donc $Dr=rac{\pi^{III}id.}{\pi^{III}i-z^{III}}$

 $p_{r}^{\prime}+Dr=CD=\gamma+d$ et ainsi de suite.

Mairenant considérons aussi ces relations:

$$\frac{n^I-1}{g}=\frac{1}{AB}+\frac{n^I}{Bg}=\frac{1}{b}+\frac{n^I}{\beta},$$

$$\frac{n^{II}-1}{h}=\frac{1}{Cq}-\frac{n^{II}}{Cr}=\frac{1}{c}-\frac{n^{II}}{\gamma},$$

$$\frac{n^{III}-1}{i} = \frac{1}{Dr} + \frac{n^{III}}{Ds} = \frac{1}{d} + \frac{n^{III}}{\delta}$$

..

première à cause de $\frac{1}{AB} = \frac{z^I}{\pi^I g a} = \frac{z}{n \pi^I g a},$

$$\frac{1}{Bq} = \frac{n^I - 1}{n^I g} = \frac{z}{nn^I \pi^I ga} = \frac{n(n^I - 1) \pi^I a - z}{nn^I \pi^I ga}.$$

puisque $Bq: Cq = \pi'g: \pi''h$, nous tirons d'abord:

$$\frac{1}{cq} = \frac{n(n^I-1)\pi^I a - z}{nn^I \pi^{II} b a}.$$

Cette valeur étant substituée dans la seconde relation, donne:

$$\frac{1}{Cr} = \frac{n^{II} - 1}{n^{II}h} - \frac{n(n^{I} - 1)\pi^{I}a + z}{nn^{I}n^{II}\pi^{II}ha} = \frac{nn^{I}(n^{II} - 1)\pi^{II}a - n(n^{I} - 1)\pi^{I}a + z}{nn^{I}n^{II}\pi^{II}ha}$$

et puisque: $\mathit{Cr}:\mathit{Dr}=\mathit{Cc}:\mathit{Dd}=\pi^{II}h:\pi^{III}i$,

nous aurons:
$$\frac{1}{Dr} = \frac{nn^{I} (n^{II} - 1) \pi^{II} a - n (n^{I} - 1) \pi^{I} a + x}{nn^{I} n^{II} \pi^{III} ia}.$$

Maintenant la troisième relation:
$$\frac{1}{Ds} = \frac{n^{III} - 1}{n^{III}i} - \frac{1}{n^{III}Dr},$$

donnera:

$$\frac{1}{Ds} = \frac{nn^{I}n^{II} (n^{III} - 1) \pi^{III} a - nn^{I} (n^{II} - 1) \pi^{II} a + n (n^{I} - 1) \pi^{I} a - z}{nn^{I} n^{II} n^{III} \pi^{III} ia}, \quad \text{and so that}$$

et de là:
$$\frac{1}{Es} = \frac{nn^{I}n^{II}(n^{III}-1)\pi^{III}a-nn^{I}(n^{II}-1)\pi^{II}a+n(n^{I}-1)\pi^{I}a-z}{nn^{I}n^{II}n^{III}\pi^{IV}ka},$$

où la loi de progression est évidente. Au reste il est bien remarquable que tous ces intervale sont exprimés par les seules lettres n, π , α , z et les rayons des surfaces.

des intervalles Bq, Cq; Cr, Dr; Ds, Es etc., lesquelles, quoique très différentes, se rédusent le unes aux autres par les rapports trouves ci-dessus:

$$z^{I} = \frac{\alpha z}{na}, \quad z^{II} = \frac{\pi a \beta z}{nn^{I}ab}, \quad z^{III} = \frac{\pi a \beta \gamma z}{nn^{I}n^{II}abo}$$
 etc.

et ceux qui ont été établis entre les distances a, α ; b, β ; c, γ ; d, δ etc. et les rayons de conbure f, g, h, i etc. Cependant les dernières valeurs méritent à tous égards la préférence, par qu'elles ne renferment que les éléments n, n^I etc., π^I , π^{II} etc. et l'angle $\frac{z}{a}$ avec les rayons de courbure, circonstance, qui nous abbrégera très considérablement le calcul dans la suite.

Coroll. 1. Puisque $Bq + Cq = \beta + c$, les valeurs posterieures trouvées pour BqCq nous conduisent à cette équation

$$\frac{nn^{I}(\pi^{I}g + \pi^{II}h)a^{-1}}{n(n^{I} - 1)\pi^{I}a - z} = \beta + c,$$

qui se réduit à cette forme:

$$nn^{I}\pi^{IJ}h - n\left(n^{I} - 1\right)\pi^{I}c + \frac{cz}{a} = \pi^{I}\left(n\left(n^{I} - 1\right)\beta - nn^{I}g\right) - \frac{n}{a}$$

Or l'équation:

$$\frac{n^{I}-1}{g} = \frac{1}{b} + \frac{n^{I}}{\beta} \quad \text{donne} \quad \min(n^{I}-1)\beta - n^{I}g = \frac{\beta g}{b},$$

d'où nous tirons:

$$nn^{t}\pi^{II}h - n\left(n^{I} - 1\right)\pi^{I}c + \frac{ez}{a} = \frac{n\pi^{I}\beta g}{b} - \frac{\beta z}{a} = \frac{\beta}{b}\left(n\pi^{I}g - \frac{bz}{a}\right).$$

Coroll. 2. De la même manière l'équation $Cr + Dr = \gamma + d$ donne:

$$\frac{nn^{I}n^{II}\left(\pi^{II}h + \pi^{III}i\right)a}{nn^{I}\left(n^{II} - 1\right)\pi^{II}a - n\left(n^{I} - 1\right)\pi^{I}a + z} = \gamma + d,$$

cause de $(n^{II}-1) \gamma - n^{II} h = \frac{\gamma h}{c}$ nous tirons:

$$\pi^{II} \pi^{III} i - n n^{I} (n^{II} - 1) \pi^{II} d + n (n^{I} - 1) \pi^{I} d - \frac{dz}{a} = \frac{7}{c} \left(n n^{I} \pi^{II} h - n (n^{I} - 1) \pi^{I} c - \frac{cz}{a} \right)$$

la surface suivante on aura pareillement:

$$\frac{nn^{I}n^{III}\pi^{III}\pi^{III}h - nn^{I}n^{III}(n^{III} - 1)\pi^{III}e + nn^{I}(n^{II} - 1)\pi^{II}e - n(n^{I} - 1)\pi^{I}e - \frac{ez}{a} = \frac{\delta}{a} \left(nn^{I}n^{III}\pi^{III}i - nn^{I}(n^{II} - 1)\pi^{II}d + n(n^{I} - 1)\pi^{I}d - \frac{dz}{a}\right).$$

55. Coroll. 3. Comme il est aisé de voir ici la continuation de ces équations, on en peut metre celle qui les précède, en remarquant que selon l'hypothèse pour la première surface il faut $\pi=0$, puisque son ouverture s'évanouit. Et partant cette première équation sera:

$$n\pi^I g - \frac{bz}{a} = + \frac{a}{a}z$$
 ou $n\pi^I g = \frac{a+b}{a}z$,

pronvient avec celle qui a été trouvée d'abord:

$$\alpha + b = \frac{\pi^{I} g \alpha}{z^{I}}$$
 a cause de $z^{I} = \frac{\alpha z}{na}$.

56. I et Réflexion. Il est très important de considérer bien ces équations que nous venons le prouver dans les corollaires précédents, lesquelles se peuvent plus convenablement représenter sorte:

$$\frac{n\pi^{I}g}{b} - \frac{z}{a} = \frac{a}{b} \cdot \frac{z}{a} \lambda$$

$$\underbrace{\mathbb{I}}_{c} \cdot \frac{nn^{I}\pi^{II}h}{c} - n\left(n^{I} - 1\right)\pi^{I} + \frac{z}{a} = \frac{a\beta}{bc} \cdot \frac{z}{a},$$

III.
$$\frac{nn^{I}n^{II}\pi^{III}i}{d} - nn^{I}(n^{II} - 1)\pi^{II} + n(n^{I} - 1)\pi^{I} - \frac{z}{a} = \frac{a\beta\gamma}{bcd} \cdot \frac{z}{a},$$

IV.
$$\frac{nn^{I}n^{II}n^{III}\pi^{IIV}k}{a} - nn^{I}n^{II}(n^{III} - 1)\pi^{III} + nn^{I}(n^{II} - 1)\pi^{II} - n(n^{I} - 1)\pi^{I} + \frac{z}{a} = \frac{a\beta\gamma\delta}{bcde} \cdot \frac{z}{a}$$
etc.

quelles on n'a qu'à ajouter celles-ci:

$$\frac{1}{a} = \frac{1}{a} + \frac{n}{a}, \quad \frac{n^{I} - 1}{a} = \frac{1}{b} + \frac{n^{I}}{b}, \quad \frac{n^{II} - 1}{b} = \frac{1}{c} + \frac{n^{II}}{\gamma}, \quad \frac{n^{III} - 1}{i} = \frac{1}{d} + \frac{n^{III}}{\delta} \text{ etc.}$$

avoir tous les rapports, dont ces éléments dépendent les uns des autres.

57. INde Réflexion. En second lieu je remarque que la fraction $\frac{z}{a}$ exprime Pangle qui est nommé le demi-diamètre du champ apparent, lequel étant posé $= \varphi$, de sorte que les intervalles déterminés dans la solution du problème, seront exprimés plus élégamment en son

$$AB = \frac{nn^{I}g}{\varphi}$$

$$\begin{cases} Bq = \frac{nn^{I}\pi^{I}g}{n(n^{I}-1)\pi^{I}-\varphi}, \\ Cq = \frac{nn^{I}\pi^{II}h}{n(n^{I}-1)\pi^{I}-\varphi}, \\ \end{cases}$$

$$\begin{cases} Cr = \frac{nn^{I}n^{II}\pi^{II}h}{nn^{I}(n^{II}-1)\pi^{II}-n(n^{I}-1)\pi^{I}+\varphi}, \\ \end{cases}$$

$$Dr = \frac{nn^{I}n^{II}\pi^{III}i}{nn^{I}(n^{II}-1)\pi^{II}-n(n^{I}-1)\pi^{I}+\varphi}, \\ \begin{cases} Ds = \frac{nn^{I}n^{II}\pi^{III}\pi^{III}i}{nn^{I}(n^{II}-1)\pi^{II}-nn^{I}(n^{II}-1)\pi^{II}+n(n^{I}-1)\pi^{I}-\varphi}, \\ \end{cases}$$

$$\begin{cases} Es = \frac{nn^{I}n^{II}n^{III}\pi^{III}}{nn^{I}(n^{II}-1)\pi^{II}-nn^{I}(n^{II}-1)\pi^{II}+n(n^{I}-1)\pi^{I}-\varphi}, \\ \end{cases}$$
etc.

Ces formules servent à déterminer le juste lieu de l'oeil, pour qu'il découvre le champ apparent tout entier. Ainsi pour une seule surface, l'oeil doit être placé en A ou appliqué immédiatement la surface; pour deux surfaces, il doit être placé en q; pour trois, en r; pour quatre, en s etc.

- 58. III en Réflexion. Cette considération nous fournit un autre moyen pour jugarent grossissement de la représentation; car l'objet $E\varepsilon$ étant vu à la distance =a sous l'angle $=\varphi$. Il paraîtra à une autre distance h sous un angle $=\frac{a}{h}\varphi$ à la vue simple. Or par les surfaces réflue gentes le même objet sera vu sous les angles suivants:
 - 1º Par une seule surface, l'oeil étant placé en A, l'objet paraîtra sous l'angle BAB.

 donc la raison du grossissement sera $=\frac{h}{na}$.
 - 2^o Par deux surfaces, l'oeil étant en q, l'objet sera vu sous l'angle:

$$Bqb = \frac{Bb}{Bq} = \frac{n(n^L - 1)\pi^L - \varphi}{nn^L},$$

qui étant divisé par $\frac{a\varphi}{h}$, donne le grossissement $=\frac{h}{a} \cdot \frac{n(n^T-1)\pi^T-\varphi}{nn^T\varphi}$.

 3° Par trois surfaces, l'ocil étant en r, le grossissement sera:

$$=\frac{h}{a}\cdot\frac{nn^{I}\left(n^{II}-1\right)\pi^{II}-n\left(n^{I}-1\right)\pi^{I}+\varphi}{nn^{I}n^{II}\varphi}.$$

Par quatre surfaces, l'oeil étant en s, le grossissement sera:

$$=\frac{h}{a}\cdot\frac{nn^{I}n^{II}\left(n^{III}-1\right)\pi^{III}-nn^{I}\left(n^{II}-1\right)\pi^{III}+n\left(n^{I}-1\right)\pi^{I}-\varphi}{nn^{I}n^{II}n^{III}\varphi}\cdot$$

Problème 9. Si tant les rapports entre les ouvertures et les rayons de courbure de chaque surface, que les rapports entre les distances de chaque surface aux deux images qui la précèdent et suivent, sont donnés, trouver toutes les formules, par lesquelles la route du rayon & Abede etc. est déterminée.

Solution. Conservant toujours les mêmes dénominations, soit le demi-diamètre du champ pirtent, ou l'angle $EA\varepsilon = \varphi$, la distance de l'objet étant EA = a, et posons les rapports entre distances de chaque surface aux images qui y appartiennent:

$$rac{EA}{AF} = A, \quad rac{BF}{BG} = B, \quad rac{CG}{CH} = C, \quad rac{DH}{DI} = D \quad ext{etc.}$$
 $lpha = rac{a}{A}, \quad eta = rac{b}{B}, \quad \gamma = rac{c}{C}, \quad \delta = rac{d}{D} \quad ext{etc.}$

ebien :

Dou la raison de réfraction de chaque surface donne pour les rayons de courbure les rapports

$$\frac{n-1}{t} = \frac{4n+1}{a}, \quad \frac{n^I-1}{y} = \frac{Bn^I+1}{b}, \quad \frac{n^{II}-1}{h} = \frac{Cn^{II}+1}{c}, \quad \frac{n^{III}-1}{i} = \frac{Dn^{III}+1}{d}$$
 etc.

Unsuite pour les rapports entre les ouvertures et les rayons de courbure de chaque surface posons comme ci-dessus:

$$Bb = \pi^I g$$
, $Cc = \pi^{II}h$, $Dd = \pi^{III}i$ etc.

Fant pour la première $Aa = \pi f = o$, puisque nous ne donnons à la première qu'une ouverture infipluent petite. Maintenant on verra que les lettres n, n^I , n^{II} etc. π^I , π^{II} etc. A, B, C etc. avec dingle φ et la distance EA = a suffisent pour déterminer tous les autres éléments. Car les formiles du \S 56 deviendront:

$$1. \frac{n(n^I-1)\pi^I}{Bn^I+1}-\varphi=\frac{a\varphi}{Ab},$$

11.
$$\frac{nn^{I}(n^{II}-1)\pi^{II}}{Cn^{II}+1}-n(n^{I}-1)\pi^{I}+\varphi=\frac{a\varphi}{ABc},$$

$$\prod_{nn^{I}n^{II}} \frac{nn^{I}n^{II} \left(n^{III}-1\right) \pi^{III}}{Dn^{III}+1} - nn^{I} \left(n^{II}-1\right) \pi^{II} + n \left(n^{I}-1\right) \pi^{I} - \varphi = \frac{a\varphi}{ABCd},$$

$$\frac{\ln^{I} n^{II} n^{III} (n^{IV} - 1) \pi^{IV}}{|E|^{IV} + 1} - n n^{I} n^{II} (n^{III} - 1) \pi^{III} + n n^{I} (n^{II} - 1) \pi^{II} - n (n^{I} - 1) \pi^{I} + \varphi = \frac{a \varphi}{ABCDe}$$
etc.

Fon tire successivement les distances b, c, d, e etc. et delà, par les formules précédentes, tant délistances β , γ , δ , ϵ etc. que les rayons de courbure g, h, i etc., le premier f étant déjà donné

par l'équation $\frac{n-1}{f} = \frac{An+1}{a}$, de même que $\alpha = \frac{a}{A}$. Ensuite on a aussi pour les injodu rayon réfracté avec l'axe les formules du § 57.

$$AB = \frac{n\pi^{I} g}{g},$$

$$\begin{cases} Bq = \frac{nn^{I} \pi^{I} g}{n(n^{I} - 1) \pi^{I} - \varphi}, \\ Cq = \frac{nn^{I} \pi^{II} h}{n(n^{I} - 1) \pi^{I} - \varphi}, \\ \end{cases}$$

$$\begin{cases} Cr = \frac{nn^{I} n^{II} h}{n(n^{I} - 1) \pi^{II} - n(n^{I} - 1) \pi^{I} + \varphi}, \\ \end{cases}$$

$$\begin{cases} Dr = \frac{nn^{I} n^{II} \pi^{III} i}{n(n^{I} - 1) \pi^{II} - n(n^{I} - 1) \pi^{I} + \varphi}, \\ \end{cases}$$

et de là les angles, que le rayon réfracté fait dans ces endroits avec l'axe:

$$BAb = rac{arphi}{a}$$
,
$$Bqb = Cqc = rac{n(n^T-1)\pi^T-arphi}{nn^T}$$
,
$$Crc = Drd = rac{nn^T(n^{TI}-1)\pi^{TI}-n(n^T-1)\pi^T+arphi}{nn^Tn^{TI}}$$
 where

Enfin pour la grandeur de chaque image, le demi-diamètre de l'objet étant $E\varepsilon = z = a\varphi$, et

$$F\zeta=rac{aarphi}{nA}$$
 image renversée, $G\eta=rac{aarphi}{nn^IAB}$ image directe, $H heta=rac{aarphi}{nn^In^{II}ABC}$ image renversée etc.

en observant lesquelles sont debout ou renversées.

blème 7, quelque grand que soit le nombre des surfaces réfringentes, ce qui parut d'abord assurer aux plus grandes difficultés, ces formules sont fort propres à procurer aux instruments de dioptique un aussi grand champ apparent, qu'il est possible, ce qui est sans doute un article de la denuire importance pour la perfection de ces instruments, et il est bien surprenant, que les grandes Géomètres, qui se sont appliquées depuis quelque temps à ces recherches, ayent presque entièrement négligé cet article essentiel, surtout depuis j'en avais indiqué la route dans le XIII Volume de Mémoires de l'Académie de Berlin. Or on verra dans la suite, que pour grossir le champ apparent

evient à rendre la valeur de cette expression:

$$n\left(n^{I}-1\right)\pi^{I}-nn^{I}\left(n^{II}-1\right)\pi^{II}+nn^{I}n^{II}\left(n^{III}-1\right)\pi^{III}-$$
 etc.

grande qu'il est possible, pour laquelle fin on n'a qu'à observer que les lettres π^I , π^{II} , π^{III} etc. we fractions moindres qu' $\frac{1}{4}$, et qu'elles peuvent être prises tant affirmativement que fraement. On n'aura donc qu'à les prendre alternativement positives et négatives, pour que les termes de la dite expression obtiennent les mêmes signes, et à leur donner des valeurs grandes, que les circonstances le permettent. Cependant il faut bien prendre garde dans cet processement, que les intervalles entre les surfaces réfringentes AB, BC, CD etc. en résultent tous AB, BC, CD etc. en résultent tous AB, BC, AB, A

Réflexion. Puisque les formules qui viennent d'être trouvées deviennent pourtant prolixes lorsque le nombre des surfaces est grand, on les peut très considérablement abréger, insuroduisant dans le calcul les angles que fait avec l'axe le rayon réfracté. Posons donc:

$$BAb = \psi$$
, $Bqb = \psi^I$, $Crc = \psi^{II}$, $Dsd = \psi^{III}$ etc.

nous aurons d'abord:

$$n\psi = \varphi,$$

$$n^{I}\psi^{I} = (n^{I} - 1)\pi^{I} - \psi,$$

$$n^{II}\psi^{II} = (n^{II} - 1)\pi^{II} - \psi^{I},$$

$$n^{III}\psi^{III} = (n^{III} - 1)\pi^{III} - \psi^{I}$$
etc.

desorte que chaque valeur se détermine aisément par la précédente. De la nous aurons pour les $b,\ c,\ d$ etc.:

$$rac{a arphi}{A b} = rac{n n^I \left(arphi^I - B arphi
ight)}{B n^I + 1},$$
 $rac{a arphi}{A B c} = rac{n n^I n^{II} \left(arphi^{II} - C arphi^T
ight)}{C n^{II} + 1},$
 $rac{a arphi}{A B C d} = rac{n n^I n^{II} n^{III} \left(arphi^{III} - D arphi^{II}
ight)}{D n^{III} + 1}$
 $etc.$

partant:

$$\alpha = \frac{a}{A} \qquad f = \frac{(n-1)\alpha}{An+1},$$

$$\beta = \frac{b}{B} \qquad g = \frac{a\varphi(n^T-1)}{nn^TA(\psi^I - B\psi)},$$

$$\alpha = \frac{a\varphi(Cn^{TI} + 1)}{nn^TA(\psi^I - C\psi^I)},$$

$$\alpha = \frac{a\varphi(Dn^{TII} + 1)}{nn^Tn^{TI}AB(\psi^{TI} - C\psi^I)},$$

$$\alpha = \frac{a\varphi(Dn^{TII} + 1)}{nn^Tn^{TI}AB(\psi^{TII} - B\psi^{TI})},$$

$$\alpha = \frac{a\varphi(n^{TI} - 1)}{nn^Tn^{TI}AB(\psi^{TI} - B\psi^{TI})},$$

$$\alpha = \frac{a\varphi(n^{T$$

et ensuite:

$$AB = rac{\pi^I g}{\psi}$$
 d'où l'on aura les intervalles entre les surfaces:
$$\begin{cases} Bq = rac{\pi^I g}{\psi^I} \\ Cq = rac{\pi^{II} h}{\psi^I} \end{cases}$$
 $BC = rac{\pi^I g + \pi^{II} h}{\psi^I},$ which $BC = rac{\pi^{II} h}{\psi^I},$ $CD = rac{\pi^{II} h + \pi^{III} i}{\psi^{II}}$ etc.

- 62. III employant les mêmes éléments, toutes les déterminations chapitre précédent se trouveront exprimées de la manière suivante:
 - 1º Le demi-diamètre de l'ouverture de la première surface étant =x, ceux des surface suivantes seront:

$$x^{I} = rac{Abx}{a} = rac{arphi \left(Bn^{I}+1
ight)}{nn^{I}\left(arphi^{I}-Barphi
ight)} \, x \, ,$$
 $x^{II'} = rac{ABcx}{a} = rac{arphi \left(Cn^{II}+1
ight)}{nn^{I}n^{II}\left(arphi^{II}-Carphi^{I}
ight)} \, x \, ,$ $x^{III} = rac{ABCdx}{a} = rac{arphi \left(Dn^{III}+1
ight)}{nn^{I}n^{II}\left(arphi^{III}-Darphi^{II}
ight)} \, x \,$ etc.

lesquels joints à ceux que nous avons supposés ici $\pi^I g$, $\pi^{II} h$, $\pi^{III} i$ etc., donneront les demi-diamètres des ouvertures, que chaque surface doit avoir pour transmettre tous de rayons qui sont entré dans la première de l'objet.

2º L'inclinaison des rayons, qui passent par les extrémités de la première surface, à clique image sera:

$$\omega = \frac{Ax}{a}, \quad \omega^I = \frac{ABx}{a}, \quad \omega^{II} = \frac{ABCx}{a}, \quad \omega^{III} = \frac{ABCDx}{a}$$
 etc.

30 Les espaces de confusion à chaque image seront exprimés en sorte:

où l'ordre de progression est plus clair, qu'auparavant. Ces espaces de confusion peuvent aussi être représentés en sorte:

$$y = \frac{(A+1)^{2} (n+A) xx}{2 (n-1)^{2} A A a a} \cdot a,$$

$$y^{I} = \frac{y}{n^{I} B B} + \frac{A A (B+1)^{2} (n^{I}+B) xx}{2 (n^{I}-1)^{2} B B a a} \cdot b,$$

$$y^{II} = \frac{y^{I}}{n^{II} C C} + \frac{A A B B (C+1)^{2} (n^{II}+C) xx}{2 (n^{II}-1)^{2} C C a a} \cdot c,$$

$$y^{III} = \frac{y^{II}}{n^{III} D D} + \frac{A A B B C C (D+1)^{2} (n^{III}+D) xx}{2 (n^{III}-1)^{2} D D a a} \cdot d,$$

$$y^{III} = \frac{y^{III}}{n^{II} E E} + \frac{A A B B C C D D (E+1)^{2} (n^{III}+E) xx}{2 (n^{III}-1)^{2} E E a a} \cdot e$$

Ges formules paraîssent plus propres, pour en calculer successivement les espaces de confusion de chaque image.

63. Remarque. Ayant établi dans ce chapitre les principes qui regardent le champ appaphe les ouvertures de chaque surface, avec le juste lieu de l'oeil derrière la dernière, il ne reste pusque de déterminer aussi la confusion, qui résulte de la diverse réfrangibilité des rayons. C'est phe à cette recherche que les chapitres suivants sont destinés.

Chapitre III.

Sur la confusion causée par la différente réfrangibilité des rayons.

Problème 10. Quand il n'y a qu'une surface réfringente PAP, dont le rayon de courbure = f et la raison de réfraction = n:1, devant laquelle se trouve l'objet $E\varepsilon = z$ à la distance AE = a, déterminer les images formées par les rayons le plus et le moins réfrangibles.

Solution. Soit $F\zeta'$ l'image formée par les rayons moyens, auxquels répond la raison de chon n:1, où je n'ai en vue que les rayons qui se trouvent dans la direction de l'axe, ou passent par le milieu A de la-surface. Donc posant la distance $AF = \alpha$, nous avons trouvé egalité:

$$\frac{n-1}{f} = \frac{1}{a} - \frac{n}{a} \quad \text{et} \quad F\zeta = \frac{a}{na} z.$$

pose pour les rayons le plus et le moins réfrangibles, puisque le changement de la raison n:1 du extrêmement petit, on n'a qu'à regarder le nombre n comme variable, et différentier les données pour la réfraction moyenne, en supposant les distances a et f avec la quantité z