$$\frac{h}{Co^{II}} = 1 - \frac{\frac{(C+1)}{n^{II}C+1}\, d\,.\,lG\eta - \frac{d\beta}{n^{II}c}}{d\,.\,lG\eta + \frac{d\beta}{c} - \frac{dn^{II}}{n^{II}}},$$

$$\frac{i}{Do^{III}} = 1 - \frac{\frac{(D+1)}{n^{III}D+1}\, d\,.\,lH\theta - \frac{d\gamma}{n^{III}d}}{d\,.\,lH\theta + \frac{d\gamma}{d} - \frac{dn^{III}}{n^{III}}}$$

etc.

Ces expressions paraissent les plus commodes pour identifier les deux lieux où l'oeil doit être placé.

88. **II^de Réflexion.** Comme il est de la dernière importance de bien déterminer le lieu de l'oeil derrière la dernière surface d'où il voit les objets sans aucune confusion de couleur, il est bien nécessaire de détailler ces formules pour autant de surfaces réfringentes, qu'on voudra; et maintenant la loi de progression est évidente. Cependant on rencontre ici encore un grand obstacle de la part des valeurs trouvées pour les différentiels logarithmiques $d\,.\,lF\zeta$, $d\,.\,lG\eta$, $d\,.\,lH\theta$ etc., qui en les développant, deviennent bientôt si compliquées, qu'on n'en saurait espérer presque aucun avantage dans l'application, pendant que celles des $d\alpha$, $d\beta$, $d\gamma$, $d\delta$ etc., sont beaucoup plus simples et assez propres pour en faire l'application. Mais il arrive ici très heureusement, ce qu'il aurait été presqu'impossible de prévoir, qu'en identifiant ces lieux trouvés pour l'oeil avec ceux que la vision du champ exige, on parvient contre toute attente à des équations très simples, dont on pourra se promettre de très grands avantages. Pour mettre cela dans tout son jour, j'en ferai le sujet du chapitre suivant.

Chapitre IV.

Sur le lieu le plus avantageux de l'oeil.

89. **Définition.** Les conditions requises pour le lieu de l'oeil sont deux équations, par lesquelles les trois lieux marqués ci-dessus: 1° celui qui exige une certaine distance de la dernière image; 2° celui qu'exige la vision du champ apparent et 3° celui qu'exige la vision sans confusion de couleurs, sont réunis dans un même point.

90. **Remarque.** Nous avons déjà observé, que chaque oeil est ajusté à une certaine distance, à laquelle il voit les objets le plus distinctement et que cette distance varie très considérablement selon la disposition des yeux. Cette juste distance de chaque oeil à été marquée par la lettre l, et partant, en vertu de cette condition, il faut que l'oeil se trouve à cette distance l derrière la dernière image, représentée par les surfaces réfringentes. Ensuite dans le second chapitre nous avons marqué sur l'axe les points, où le champ apparent tout entier est aperçu, et celui de ces points qui repond à la dernière surface réfringente, donne le lieu pour l'oeil. Enfin dans le chapitre précédent nous avons aussi découvert un tel lieu pour l'oeil, duquel il voit les objets sans

aucune confusion de couleurs; il s'agit donc à présent de chercher les conditions, sous lesquelles ces trois lieux se réunissent dans un même point. Pour cet effet on n'aura qu'à égaler entre les distances de ces trois lieux à la dernière surface réfringente, ce qui donnera deux équations auxquelles, quand on aura satisfait, chacune de ces trois distances indiquera le lieu le plus avantageux, où l'on puisse placer l'oeil.

91. **Réflexion.** Puisque pour cet effet il faut satisfaire à deux équations, on comprend aisément qu'une telle disposition n'est pas toujours possible. Ainsi quand il n'y a qu'une surface réfringente il n'est plus dans notre pouvoir d'égaler les trois dites distances, puisque la seconde doit être nulle dans ce cas, et la troisième égale au rayon de curbure de la surface; par cette raison nous sommes obligés de commencer nos recherches par deux surfaces réfringentes. Ensuite je dois encore avertir que le lieu de l'oeil doit nécessairement se trouver derrière la dernière surface; donc, quand le calcul le marque devant cette surface, c'est un signe que le cas est impossible. Enfin je conserverai toujours les mêmes dénominations, et partant je ne les détaillerai plus dans les problèmes suivants.

92. **Problème 13.** Lorsque les rayons passent par deux surfaces réfringentes PAP et QBQ, trouver les conditions requises pour procurer à l'oeil le lieu le plus avantageux.

Solution. La juste distance des objets à l'oeil étant posée $= l$ (Fig. 259 et 261.) le premier lieu de l'oeil doit se trouver derrière le point B à la distance $= \beta + b$. Or le second lieu a été trouvé à la distance $Bq = \frac{\pi^I g}{\psi^I}$ (61) d'où l'on a $\frac{g}{Bq} = \frac{\psi^I}{\pi^I}$, enfin la vision distincte exige la distance Bo^I, de sorte qu'en posant $Bo^I = Bq$, on aura par le § 87 cette équation:

$$\frac{\psi^I}{\pi^I} = 1 - \frac{\frac{(B+1)}{n^I B+1}\, d.\, lF\zeta - \frac{d\alpha}{n^I b}}{d.\, lF\zeta + \frac{d\alpha}{b} - \frac{dn^I}{n^I}},$$

dont l'évolution donne:

$$\left(\frac{\psi^I}{\pi^I} - 1 + \frac{B+1}{n^I B+1}\right) d.\, lF\zeta + \left(\frac{\psi^I}{\pi^I} - 1 + \frac{1}{n^I}\right)\frac{d\alpha}{b} - \left(\frac{\psi^I}{\pi^I} - 1\right)\frac{dn^I}{n^I} = o.$$

Or puisque $n^I\psi^I = (n^I - 1)\,\pi^I - \psi$, et partant:

$$\pi^I = \frac{n^I\psi^I + \psi}{n^I - 1}, \quad \text{on a} \quad \frac{\psi^I}{\pi^I} = \frac{(n^I - 1)\,\psi^I}{n^I\psi^I + \psi},$$

donc:

$$\left(\frac{(n^I - 1)\,\psi^I}{n^I\psi^I + \psi} - \frac{(n^I - 1)\,B}{n^I B + 1}\right) d.\, lF\zeta + \left(\frac{(n^I - 1)\,\psi^I}{n^I\psi^I + \psi} - \frac{(n^I - 1)}{n^I}\right)\frac{d\alpha}{b} - \left(\frac{\psi^I}{\pi^I} - 1\right)\frac{dn^I}{n^I} = o.$$

Multiplions par $\pi^I = \frac{n^I\psi^I + \psi}{n^I - 1}$ pour avoir:

$$\frac{\psi^I - B\psi}{n^I B + 1}\, d.\, lF\zeta - \frac{\psi}{n^I}\cdot\frac{d\alpha}{b} - (\psi^I - \pi^I)\,\frac{dn^I}{n^I} = o.$$

Maintenant puisque $\varphi = n\psi$ et $b = \frac{a\psi(Bn^I + 1)}{n^I A(\psi^I - B\psi)}$, multiplions par cette valeur b:

$$\frac{a\psi}{n^I A} d \,.\, lF\zeta - \frac{\psi}{n^I} \cdot d\alpha - b(\psi^I - \pi^I)\frac{dn^I}{n^I} = o,$$

$$Ab(\psi^I - \pi^I)\, dn^I + \psi(Ad\alpha - ad \,.\, lF\zeta) = o.$$

$$Ad\alpha = -\frac{adn(A+1)}{n(n-1)A} \quad \text{et} \quad -ad \,.\, lF\zeta = +\frac{a(nA+1)\,dn}{n(n-1)A},$$

Ensorte que:
$$Ad\alpha - ad \,.\, lF\zeta = \frac{adn(nA - A)}{n(n-1)A} = \frac{adn}{n},$$

et par conséquent l'une des conditions requises est contenue dans cette équation:

$$\psi adn + nA(\psi^I - \pi^I)\, bdn^I = o.$$

L'autre condition demande $b + l = \frac{\pi^I g}{\psi^I}$ et par nos dénominations:

$$l = \frac{(n^I - 1)\pi^I b}{\psi^I(n^I B + 1)} - \frac{b}{B} = \frac{b(n^I\psi^I + \psi)}{\psi^I(n^I B + 1)} - \frac{b}{B} = \frac{b(B\psi - \psi^I)}{B\psi^I(n^I B + 1)},$$

donc puisque:
$$b = \frac{a\varphi(n^I B + 1)}{nn^I A(\psi^I - B\psi)},$$

cette expression se réduit à cette forme très simple, qui renferme la seconde condition:

$$l = -\frac{a\varphi}{nn^I AB\psi^I} = -\frac{a\psi}{n^I AB\psi^I}.$$

93. **Coroll. 1.** Voilà donc les deux conditions requises pour le lieu de l'oeil; la première qui fait que l'oeil voye la dernière image à sa juste distance l, et qu'il apperçoive aussi le champ tout entier, demande cette équation:

$$l = -\frac{a\varphi}{nn^I AB\psi^I};$$

et l'autre, qui fait que l'objet soit vu sans aucune confusion de couleurs, sera obtenue en satisfaisant à cette équation:

$$\psi adn + nA(\psi^I - \pi^I)\, bdn^I = o.$$

94. **Coroll. 2.** Après avoir rempli ces deux conditions, le lieu de l'oeil se trouvera derrière la seconde surface à la distance $Bo^I = Bq = \frac{\pi^I g}{\psi^I}$, laquelle doit nécessairement être positive. Quand elle devient négative, cette avantageuse position de l'oeil ne saurait avoir lieu, et la vision sera assujettie à des défauts très considérables.

95. **Coroll. 3.** S'il était possible de rendre outre cela encore la valeur de $d\beta$ égale à zero, on atteindrait au plus haut degré de perfection, quisqu'on préviendrait non seulement la confusion

des couleurs, mais l'espace de diffusion serait aussi anéanti. On arriverait donc à ce but en plissant cette équation:

$$\frac{a(A+1)\,dn}{n(n-1)AA} + \frac{b(B+1)\,dn^I}{n^I-1} = o.$$

96. **Remarque.** Il faut bien distinguer ces conditions par rapport au degré de nécessité où l'on est de les remplir. La première qui dépend de la nature de l'oeil, est la plus nécessaire et quelqu'imparfait que soit un instrument dioptrique, on prétend qu'on le puisse ajuster à la nature de l'oeil, et que la dernière image en soit éloignée à la juste distance, quoique cette distance permette une latitude très considérable. La seconde condition, que l'oeil découvre le champ tout entier, est presque aussi essentielle, et on n'y saurait souffrir un défaut que dans les petits perspectifs de poche, où la valeur de $\frac{\pi^I g}{\psi^I}$ devient négative. Les autres conditions aboutissent à rendre la vision plus parfaite par rapport à la différente réfrangibilité des rayons; on y peut distinguer deux degrés, le premier délivre la vision de la confusion des couleurs et est compris dans cette équation: $\psi a dn + nA(\psi^I - \pi^I)\,b dn^I = o$, et le second rapporté au § précédent procure le plus haut degré de distinction, mais conjointement à le premier, qui est par cette raison plus nécessaire à être observé. Cette rémarque est générale et regarde également tous les cas, que je m'avise encore développer.

97. **Problème 14.** Lorsque les rayons passent par trois surfaces réfringentes, trouver les conditions requises pour procurer à l'oeil le lieu le plus avantageux.

Solution. Le premier lieu de l'oeil doit se trouver derrière le point C à la distance $= l + \gamma$ (Fig. 259 et 261.), et à cause du champ apparent cette distance est $Cr = \frac{\pi^{II} h}{\psi^{II}}$, ainsi la première condition demande cette équation $l = \frac{\pi^{II} h}{\psi^{II}} - \gamma$. Or dans le § 61 nous avons trouvé

$$h = \frac{a\varphi(n^{II}-1)}{nn^I n^{II} AB(\psi^{II} - C\psi^I)} \quad \text{et} \quad \gamma = \frac{a\varphi(n^{II}C+1)}{nn^I n^{II} ABC(\psi^{II} - C\psi^I)}$$

d'où:

$$\pi^{II} h - \psi^{II}\gamma = \frac{a\varphi((n^{II}-1)C\pi^{II} - n^{II}C\psi^{II} - \psi^{II})}{nn^I n^{II} ABC(\psi^{II} - C\psi^I)}.$$

Mais $(n^{II}-1)\pi^{II} = n^{II}\psi^{II} + \psi^I$, et partant:

$$\pi^{II} h - \psi^{II}\gamma = -\frac{a\varphi}{nn^I n^{II} ABC},$$

d'où la première condition est comprise dans cette équation:

$$l = -\frac{a\varphi}{nn^I n^{II} ABC\psi^{II}}.$$

Pour l'autre condition il faut rendre $Cr = Co^{II}$, donc puisque $\frac{h}{Cr} = \frac{\psi^{II}}{\pi^{II}}$, nous avons cette équation

$$\frac{\psi^{II}}{\pi^{II}} - 1 + \frac{\frac{C+1}{n^{II}C+1}\, d.\, lG\eta + \frac{d\beta}{n^{II}c}}{d.\, lG\eta + \frac{d\beta}{c} - \frac{dn^{II}}{n^{II}}} = o,$$

réduit à celle-ci:

$$\left(\frac{\psi^{II}}{\pi^{II}} - \frac{(n^{II}-1)C}{n^{II}C+1}\right) d\,.\,lG\eta + \left(\frac{\psi^{II}}{\pi^{II}} - \frac{(n^{II}-1)}{n^{II}}\right)\frac{d\beta}{c} - \left(\frac{\psi^{II}}{\pi^{II}} - 1\right)\frac{dn^{II}}{n^{II}} = o,$$

multiplions par $\pi^{II} = \frac{n^{II}\psi^{II}+\psi^{I}}{n^{II}-1}$, pour avoir:

$$\left(\psi^{II} - \frac{n^{II}C\psi^{II}-C\psi^{I}}{n^{II}C+1}\right) d\,.\,lG\eta + \left(\psi^{II} - \frac{n^{II}\psi^{II}-\psi^{I}}{n^{II}}\right)\frac{d\beta}{c} - (\psi^{II}-\pi^{II})\frac{dn^{II}}{n^{II}} = o,$$

$$-\left(\frac{\psi^{II}-C\psi^{I}}{n^{II}C+1}\right) d\,.\,lG\eta + \frac{\psi^{I}}{n^{II}}\cdot\frac{d\beta}{c} + (\psi^{II}-\pi^{II})\frac{dn^{II}}{n^{II}} = o,$$

$$\frac{\psi^{II}-C\psi^{I}}{n^{II}C+1} = \frac{a\varphi}{nn^{I}n^{II}ABc},$$

donc, multipliant par $nn^{I}n^{II}ABc$, nous aurons:

$$-a\varphi d\,.\,lG\eta + nn^{I}AB\psi^{I}d\beta + nn^{I}AB(\psi^{II}-\pi^{II})\,cdn^{II} = o.$$

Substituons ici pour $d\,.\,lG\eta$ et $d\beta$ les valeurs assignées ci-dessus (87):

$$\left.\begin{array}{l} -a\varphi d\,.\,lF\zeta - \frac{a\varphi(n^{I}B+1)\,d\alpha}{n^{I}Bb} + \frac{a\varphi(n^{I}B+1)\,dn^{I}}{n^{I}(n^{I}-1)B} + nn^{I}AB(\psi^{II}-\pi^{II})\,cdn^{II} \\ \qquad + \frac{nA\psi^{I}d\alpha}{B} \qquad - \frac{nn^{I}A(B+1)\,b\psi^{I}dn^{I}}{n^{I}(n^{I}-1)B} \end{array}\right\} = o,$$

mais $a\varphi(n^{I}B+1) = nn^{I}A(\psi^{I}-B\psi)\,b$, d'où l'on obtient:

$$-a\varphi d\,.\,lF\zeta + nA\psi d\alpha - \frac{nn^{I}A(\psi^{I}+\psi)\,bdn^{I}}{n^{I}(n^{I}-1)} + nn^{I}AB(\psi^{II}-\pi^{II})\,cdn^{II} = o.$$

Or dans le problème précédent, nous avons vu que:

$$Ad\alpha - ad\,.\,lF\zeta = \frac{adn}{n} \quad \text{et partant à cause de } n\psi = \varphi$$

$$nA\psi d\alpha - a\varphi d\,.\,lF\zeta = \frac{a\varphi dn}{n}.$$

Ensuite puisque: $\pi^{I} = \frac{n^{I}\psi^{I}+\psi}{n^{I}-1}$, et $\pi^{I}-\psi^{I} = \frac{\psi^{I}+\psi}{n^{I}-1}$,

notre équation prendra cette forme:

$$\frac{a\varphi dn}{n} + nAb(\psi^{I}-\pi^{I})\,dn^{I} + nn^{I}ABc(\psi^{II}-\pi^{II})\,dn^{II} = o.$$

98. **Coroll.** Après avoir satisfait à ces deux conditions, l'oeil doit être placé derrière la troisième surface à la distance $Cr = \frac{\pi^{II}h}{\psi^{II}}$, pourvu qu'elle soit positive; et la confusion s'évanouira tout à fait, quand on pourra encore satisfaire à cette équation $d\gamma = o$, ou bien:

$$\frac{a(A+1)\,dn}{n(n-1)n^{I}AABB} + \frac{b(B+1)\,dn^{I}}{n^{I}(n^{I}-1)BB} + \frac{c(C+1)\,dn^{II}}{n^{II}-1} = o.$$

99. **Problème 15.** Lorsque les rayons passent par quatre surfaces réfringentes, trouver les conditions requises pour procurer à l'oeil le lieu le plus avantageux.

Solution. Le premier lieu de l'oeil doit se trouver derrière le point D à la distance $= l + \delta$, et à cause du champ cette distance doit être $Ds = \frac{\pi^{III} i}{\psi^{III}}$, de sorte que la première condition fournit cette égalite $l = \frac{\pi^{III} i}{\psi^{III}} - \delta$, qui, par les substitutions du § 61, se change en celle-ci:

$$l = -\frac{a\varphi}{nn^I n^{II} n^{III} ABCD\psi^{III}}.$$

Pour l'autre condition il faut faire $Ds = Do^{III}$, et puisque:

$$\frac{i}{Do^{III}} = \frac{i}{Ds} = \frac{\psi^{III}}{\pi^{III}},$$

nous aurons:
$$\frac{\psi^{III}}{\pi^{III}} - 1 + \frac{\frac{D+1}{n^{III}D+1}\, d.lH\theta + \frac{d\gamma}{n^{III}d}}{d.lH\theta + \frac{d\gamma}{d} - \frac{dn^{III}}{n^{III}}} = o,$$

ou bien:

$$\left(\frac{\psi^{III}}{\pi^{III}} - \frac{(n^{III}-1)D}{n^{III}D+1}\right) d.lH\theta + \left(\frac{\psi^{III}}{\pi^{III}} - \frac{n^{III}+1}{n^{III}}\right)\frac{d\gamma}{d} - \left(\frac{\psi^{III}}{\pi^{III}} - 1\right)\frac{dn^{III}}{n^{III}} = o,$$

multiplions par:
$$\pi^{III} = \frac{n^{III}\psi^{III} + \psi^{II}}{n^{III} - 1},$$

pour avoir:
$$\frac{\psi^{III} - D\psi^{II}}{n^{III}D+1}\, d.lH\theta - \frac{\psi^{II}}{n^{III}} \cdot \frac{d\gamma}{d} - (\psi^{III} - \pi^{III})\frac{dn^{III}}{n^{III}} = o.$$

Or:
$$\frac{\psi^{III} - D\psi^{II}}{n^{III}D+1} = \frac{a\varphi}{nn^I n^{II} n^{III} ABCd},$$

donc multipliant par $-nn^I n^{II} n^{III} ABCd$

on a:
$$-a\varphi d.lH\theta + nn^I n^{II} ABC\psi^{II} d\gamma + nn^I n^{II} ABCd(\psi^{III} - \pi^{III})\, dn^{III} = o,$$

et substituant pour $d.lH\theta$ et $d\gamma$:

$$\left.\begin{aligned} &-a\varphi d.lG\eta - \frac{a\varphi(n^{II}C+1)\,d\beta}{n^{II}Cc} + \frac{a\varphi(n^{II}C+1)\,dn^{II}}{n^{II}(n^{II}-1)C} + nn^I n^{II} ABCd(\psi^{III} - \pi^{III})\, dn^{III} \\ &+ \frac{nn^I AB\psi^{II} d\beta}{C} - \frac{nn^I n^{II} AB(C+1)c\psi^{II}\, dn^{II}}{n^{II}(n^{II}-1)C} \end{aligned}\right\} = o,$$

or:
$$a\varphi(n^{II}C + 1) = nn^I n^{II} ABc(\psi^{II} - C\psi^I),$$

donc:

$$-a\varphi d.lG\eta + nn^I AB\psi^I d\beta - \frac{nn^I ABC(\psi^{II} + \psi^I)\, dn^{II}}{n^{II} - 1} + nn^I n^{II} ABCd(\psi^{III} - \pi^{III})\, dn^{III} = o,$$

bien à cause de: $$\frac{\psi^{II}+\psi^{I}}{n^{II}-1}=\pi^{II}-\psi^{II}$$

$$-a\varphi d\,.\,lG\eta+nn^{I}AB\psi^{I}d\beta+nn^{I}ABc\,(\psi^{II}-\pi^{II})\,dn^{II}+nn^{I}n^{II}ABCd\,(\psi^{III}-\pi^{III})\,dn^{III}=o.$$

Mais nous avons déjà trouvé dans le problème précédent:

$$-a\varphi d\,.\,lG\eta+nn^{I}AB\psi^{I}d\beta=\frac{a\varphi dn}{n}+nAb\,(\psi^{I}-\pi^{I})\,dn^{I},$$

Donc notre seconde condition sera contenue dans cette équation:

$$\frac{a\varphi dn}{n}+nAb\,(\psi^{I}-\pi^{I})\,dn^{I}+nn^{I}ABc\,(\psi^{II}-\pi^{II})\,dn^{II}+nn^{I}n^{II}ABCd\,(\psi^{III}-\pi^{III})\,dn^{III}=o.$$

Alors on aura pour le lieu de l'oeil $Ds=Do^{III}=\frac{\pi^{III}g}{\psi^{III}}$ et si l'on veut détruire encore l'espace de diffusion il faut observer cette équation:

$$\frac{a(A+1)\,dn}{n(n-1)\,n^{I}n^{II}AABBCC}+\frac{b(B+1)\,dn^{I}}{n^{I}(n^{I}-1)\,n^{II}BBCC}+\frac{c(C+1)\,dn^{II}}{n^{II}(n^{II}-1)\,CC}+\frac{d(D+1)\,dn^{III}}{n^{III}-1}=o.$$

100. **Ière Réflexion.** La loi de progression de ces formules est déjà si évidente, puisque chaque cas se reduit au précédent, qu'il serait superflu d'étendre ces mêmes recherches a un plus grand nombre de surfaces. Il ne reste donc qu'à mettre devant les yeux les déterminations que nous venons de découvrir et d'abord pour la première condition nous aurons:

Nombre des surfaces.	Distance de l'oeil à la dernière.	Équations qui renferment la première condition.
2	$Bo^{I}=\frac{\pi^{I}g}{\psi^{I}}$	$a\varphi+nn^{I}AB\psi^{I}l=o,$
3	$Co^{II}=\frac{\pi^{II}h}{\psi^{II}}$	$a\varphi+nn^{I}n^{II}ABC\psi^{II}l=o,$
4	$Do^{III}=\frac{\pi^{III}i}{\psi^{III}}$	$a\varphi+nn^{I}n^{II}n^{III}ABCD\psi^{III}l=o,$
5	$Eo^{IV}=\frac{\pi^{IV}k}{\psi^{IV}}$	$a\varphi+nn^{I}n^{II}n^{III}n^{IV}ABCDE\psi^{IV}l=o$
	etc.	etc.

Alors l'on voit que pour le cas d'une seule surface on aurait $Ao=\frac{\pi f}{\psi}$ et $a\varphi+nA\psi l=o$. Donc puisque $\pi=o$, la distance Ao s'évanouit, et à cause de $\varphi=n\psi$ il faudrait qu'il fût $l=-\frac{a}{A}=-\alpha$ ou $\alpha=-l$.

101. **II^de^ Réflexion.** Représentons de la même manière les équations, qui renferment la seconde condition pour chaque nombre de surfaces, et pour une plus grande uniformité au lieu de φ écrivons $n\psi$ et nous aurons:

Pour le nombre des faces.	Équations qui renferment la seconde condition.
2	$a\psi dn + nAb(\psi^I - \pi^I)\,dn^I = o,$
3	$a\psi dn + nAb(\psi^I - \pi^I)\,dn^I + nn^IABc(\psi^{II} - \pi^{II})\,dn^{II} = o,$
4	$a\psi dn + nAb(\psi^I - \pi^I)\,dn^I + nn^IABc(\psi^{II} - \pi^{II})\,dn^{II} + nn^In^{II}ABCd(\psi^{III} - \pi^{III})\,dn^{III} = o,$
5	$a\psi dn + nAb(\psi^I - \pi^I)\,dn^I + nn^IABc(\psi^{II} - \pi^{II})\,dn^{II} + nn^In^{II}ABCd(\psi^{III} - \pi^{III})\,dn^{III} + nn^In^{II}n^{III}ABCDe(\psi^{IV} - \pi^{IV})\,dn^{IV} = o$
	etc.

où la régularité de la progression est fort simple. Suivant cette loi on aurait pour le cas d'une surface cette équation: $a\psi dn = o$, et partant dans ce cas cette condition ne saurait être remplie.

102. **IIIème Réflexion.** Comme la méthode qui nous a conduit a ces équations assez simples, est assujettie à bien des détours, on ne saurait douter, qu'il n'y eut une autre méthode par laquelle on pourrait plus aisément parvenir au même but. Pour découvrir une telle méthode je remarque d'abord, que les équations trouvées pour la première condition, qui donnent des valeurs égales à la distante l, peuvent être employées à faciliter le calcul. En effet on voit d'abord que puisque dans chaque cas l'oeil doit être placé dans les points o, o^I, o^{II}, o^{III} etc. (Fig. 261.), l'image étant derrière lui en F, G, H etc., il faut que les distances oF, o^IG, $o^{II}H$ etc., deviennent égales à $-l$. Ce qui nous fournit d'abord ces équations pour chaque nombre de surfaces:

1	$-l = \frac{a\varphi}{nA\psi} = \frac{d\alpha}{d.lF\zeta},$
2	$-l = \frac{a\varphi}{nn^IAB\psi^I} = \frac{d\beta}{d.lG\eta},$
3	$-l = \frac{a\varphi}{nn^In^{II}ABC\psi^{II}} = \frac{d\gamma}{d.lH\theta},$
4	$-l = \frac{a\varphi}{nn^In^{II}n^{III}ABCD\psi^{III}} = \frac{d\delta}{d.lJ\iota}$
	etc.

Posons pour rendre la chose plus évidente:

$$a\varphi d.lF\zeta - nA\psi d\alpha = P,$$

$$a\varphi d.lG\eta - nn^IAB\psi^I d\beta = Q,$$

$$a\varphi d.lH\theta - nn^In^{II}ABC\psi^{II} d\gamma = R,$$

$$a\varphi d.lJ\iota - nn^In^{II}n^{III}ABCD\psi^{III} d\delta = S$$

etc.

avoir remarqué que $P = -\frac{a\varphi dn}{n} = -a\psi dn$ je prend les différences:

$$Q - P = \frac{a\varphi(n^I B + 1)}{n^I Bb} d\alpha - \frac{a\varphi(n^I B + 1) dn^I}{n^I(n^I - 1) B} - nA(n^I B\psi^I d\beta - \psi d\alpha),$$

$$a\varphi(n^I B + 1) = nn^I Ab(\psi^I - B\psi) \quad \text{et} \quad n^I B\psi^I d\beta = \frac{\psi^I d\alpha}{B} - \frac{(B+1) b\psi^I dn^I}{(n^I - 1) B};$$

$$Q - P = \frac{\psi^I - B\psi}{B} d\alpha - \frac{b(\psi^I - B\psi) dn^I}{(n^I - 1) B} - \frac{\psi^I d\alpha}{B} + \psi d\alpha + \frac{(B+1) b\psi^I dn^I}{(n^I - 1) B} = \frac{b(\psi^I + \psi) dn^I}{n^I - 1},$$

$$\frac{\psi^I + \psi}{n^I - 1} = \pi^I - \psi^I \quad \text{et partant} \quad \frac{Q - P}{nA} = -b(\psi^I - \pi^I) dn^I,$$

$$Q = P - nAb(\psi^I - \pi^I) dn^I.$$

de même manière on trouvera:

$$R = Q - nn^I ABc(\psi^{II} - \pi^{II}) dn^{II}; \quad S = R - nn^I n^{II} ABCd(\psi^{III} - \pi^{III}) dn^{III} \text{ etc.}$$

partant quelque grand que soit le nombre des surfaces on aura:

$$dn + nAb(\psi^I - \pi^I) dn^I + nn^I ABc(\psi^{II} - \pi^{II}) dn^{II} + nn^I n^{II} ABCd(\psi^{III} - \pi^{III}) dn^{III} \text{ etc.}$$

103. **Remarque.** Maintenant nous voyons, de quelle importance sont les nouvelles dénominations, que nous avons introduites dans les calculs du second chapitre, où il s'agissait seulement de trouver la détermination du champ apparent et du lieu de l'oeil à des formules assez simples, dont on sache la loi de progression pour autant de surfaces réfringentes, qu'on voudra. Alors il était certainement impossible de prévoir, que les mêmes dénominations pourraient être propre à abréger les formules, qui servent à détruire l'effet de la différente réfraction des rayons, ou à le rendre au moins insensible. En n'employant que les premiers éléments, ces formules, en augmentant le nombre des surfaces, sont devenues bientôt si compliquées, qu'il n'aurait pas été possible en retirer quelque secours pour la pratique, mais en y introduisant les dénominations du chapitre second, ces expressions si compliquées ont enfin été réduites à une très grande simplicité, de sorte que je ne doute plus d'assurer que toute la perfection, dont la Théorie de la Dioptrique est susceptible, doit uniquement être attribuée à l'heureux choix de ces dénominations. Maintenant il sera facile de développer tous les autres articles, qui concourent à perfectionner cette sciences, les principaux qui contiennent le fondement des autres, étant déjà traités avec le meilleur succès. Je passe donc au grossissement et au degré de clarté, dont l'oeil étant convenablement placé, apperçoit les objets et ensuite il ne reste plus que de bien déterminer l'impression, que cause dans l'oeil la confusion qui se trouve encore dans l'image représentée, quand on n'a pu réussir à la détruire entièrement; cette recherche sert à fixer les limites, au delà des quelles la vision devient insupportable, afin qu'on la puisse réduire à ses justes bornes.