Table des lunettes à deux verres.

L'objectif étant convexe et l'oculaire concave, et les mesures exprimées en pouces.

Multiplication.	Objectif distance de foyer.	Objectif demi-d. de l'ouverture.	Oculaire Distance de foyer.	Oculaire demi-d. de l'ouverture.	Distance des verres.	Demi-diam. du champ apparent moyen.	Différence aux champs clair et entier.
m	p	x	q	$\frac{1}{5}q$	AB		
5	1,5	0,1	0,3	0,06	1,2	2°51′45″	34′21″
10	6,0	0,2	0,6	0,12	5,4	1 3 40	12 44
15	13,5	0,3	0,9	0,18	12,6	0 27 17	5 27
20	24,0	0,4	1,2	0,24	22,8	0 15 5	3 1
25	27,5	0,5	1,5	0,30	36,0	0 9 33	1 55
30	54,0	0,6	1,8	0,36	52,2	0 6 35	1 19
35	73,5	0,7	2,1	0,42	71,4	0 4 49	0 58
40	96,0	0,8	2,4	0,48	93,0	0 3 40	0 44
45	121,5	0,9	2,7	0,54	118,8	0 2 54	0 35
50	150,0	1,0	3,0	0,60	147,0	0 2 20	0 28

64. Je n'ai continué cette table que jusqu'à la multiplication de 50, puisque le champ apparent est déjà si petit qu'on ne saurait plus employer ces lunettes; non seulement une telle lunette, qui devrait grossir 50 fois, ne découvrira au ciel qu'un espace de 4′40″, mais l'oeil n'embrassera qu'un angle visuel de 50 fois 4′40″, c'est à dire de 3°53′20″, au lieu que dans les lunettes à deux verres convexes cet angle visuel est de 22°36′. Puis que donc les autres conditions sont les mêmes, il n'est jamais à propos de se servir d'une telle lunette, dès que la multiplication doit surpasser 10, et partant on a raison de donner l'exclusion à toutes les lunettes de cette espèce, dont la longueur surpasse 6 pouces. Mais toutes les fois qu'on ne désire qu'une multiplication au-dessous de 10, les lunettes de cette espèce auront toujours un grand avantage sur celles qui ont l'oculaire convexe, puisqu'elles découvrent pour la même multiplication un plus grand champ, outre qu'elles représentent les objets debout, ce qui est un grand avantage dans les occasions où l'on se sert de cette espèce de lunettes.

Section III.

Recherches sur les lunettes à trois verres.

65. Je supposerai donc les 3 verres en A, B, C, dont les distances de foyer soyent p, q, r, et l'oeil placé en D; je nomme les distances $AB = A$, $BC = B$, $CD = C$, et pour les nombres $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$ il faut que le troisième $\mathfrak{C} = -1$, d'où nous tirons les distances de foyer des trois verres par § 33.

$$p = \frac{\mathfrak{A}A}{1+\mathfrak{A}}, \qquad q = \frac{\mathfrak{B}AB}{(1+\mathfrak{B})A + (1+\mathfrak{A})\mathfrak{B}B}, \qquad r = \frac{B}{1+\mathfrak{B}}.$$

Or la lunette grossira autant de fois que le nombre $\mathfrak{A}\mathfrak{B}$ contient d'unités, et cela en sorte que

nombre $\mathfrak{A}\mathfrak{B}$ est positif, la représentation est droite, et renversée, quand il devient négatif.

premier verre en A, qui est toujours nommé l'objectif, le demi-diamètre de l'ouverture nous avons vu qu'il doit y avoir $x = \sqrt{ip}$ ou $p = \frac{x^2}{i}$; où i marque $\frac{1}{150}$ pouce.

66. Considérons maintenant un point de l'objet, eloigné de l'axe de la lunette de l'angle φ, cône lumineux, qui est transmis de ce point par la lunette, aura tant sur les deux verres B que sur l'oeil les limites suivantes:

Sur le premier oculaire en $B = A\varphi \pm \frac{x}{\mathfrak{A}}$,

Sur le second oculaire en $C = \mathfrak{A}B\varphi + \frac{A}{\mathfrak{B}}\varphi \pm \frac{x}{\mathfrak{A}\mathfrak{B}}$,

Sur l oeil en $D = \mathfrak{A}\mathfrak{B}C\varphi - \mathfrak{A}B\varphi - \frac{A}{\mathfrak{B}}\varphi \pm \frac{x}{\mathfrak{A}\mathfrak{B}}$.

Donc le demi-diamètre du cône lumineux qui vient du milieu de l'objet étant à son entrée dans l'oeil $= \frac{x}{\mathfrak{A}\mathfrak{B}} = \frac{x}{m}$, pour que la clarté dont il est vu soit $= \frac{1}{l^2}$, il faut qu'il soit $\frac{x}{m} = \frac{\omega}{l}$, et prenant $x = \frac{m\omega}{l}$, et de plus $p = \frac{m^2\omega^2}{il^2}$; mais afin que les verres en B et C ne rendent point la vision confuse, il faut qu'il soit $q > \frac{6x}{\mathfrak{A}}$ et $r > \frac{6x}{\mathfrak{A}\mathfrak{B}}$ ou bien $q > \frac{6m\omega}{\mathfrak{A}l}$ et $r > \frac{6\omega}{l}$. La division de ces lunettes en espèces doit être tirée de la nature des nombres $\mathfrak{A}$ et $\mathfrak{B}$ selon qu'ils seront positifs ou négatifs, d'où nous aurons 4 espèces à considérer.

I. Cas des lunettes à 3 verres.

Les deux nombres $\mathfrak{A}$ et $\mathfrak{B}$ étant positifs.

67. Les lunettes de cette espèce présenteront donc les objets debout, et ayant $\mathfrak{A}\mathfrak{B} = m$, nous aurons $\mathfrak{B} = \frac{m}{\mathfrak{A}}$; de plus, comme nous avons déjà trouvé la distance de foyer de l'objectif $p = \frac{m^2\omega^2}{il^2}$, nous aurons $A = \frac{(1+\mathfrak{A})p}{\mathfrak{A}}$, et ensuite:

$$q = \frac{\mathfrak{B}Bp}{(1+\mathfrak{B})p + \mathfrak{A}\mathfrak{B}B} = \frac{mBp}{(m+\mathfrak{A})p + m\mathfrak{A}B} \quad \text{et} \quad r = \frac{\mathfrak{A}B}{m+\mathfrak{A}}.$$

Pour les limites à l'égard de l'oeil il est évident que l'endroit le plus avantageux de l'oeil est derrière le verre C à la distance:

$$CD = C = \frac{B}{\mathfrak{B}} + \frac{A}{\mathfrak{A}\mathfrak{B}^2} = \frac{\mathfrak{A}B}{m} + \frac{(1+\mathfrak{A})p}{m^2},$$

et pour le champ apparent moyen, il se tire de l'un des deux oculaires:

$$\varphi = \frac{nq}{A} \quad \text{ou} \quad \varphi = \frac{n\mathfrak{B}r}{A+mB},$$

et la plus petite de ces deux valeurs donnera son demi-diamètre.

68. Substituant pour q, r, et $\mathfrak{B}$ et A les valeurs trouvées, on aura le demi-diamètre du champ apparent moyen:

$$\text{par l'oculaire } B \ldots\ldots \varphi = \frac{nm\mathfrak{A}B}{(1+\mathfrak{A})(m+\mathfrak{A})p + m\mathfrak{A}(1+\mathfrak{A})B},$$

$$\text{par l'oculaire } C \ldots\ldots \varphi = \frac{nm\mathfrak{A}B}{(1+\mathfrak{A})(m+\mathfrak{A})p + m\mathfrak{A}(m+\mathfrak{A})B}.$$

Il faut donc déterminer les quantités $\mathfrak{A}$ et B en sorte que la plus petite de ces deux valeurs devienne aussi grande qu'il est possible. Or, à l'égard du nombre $\mathfrak{A}$, l'une et l'autre devient un *maximum*, si l'on prend $\mathfrak{A} = \sqrt{\frac{mp}{p+mB}}$, et de là on tire:

$$\text{pour l'oculaire } B \ldots\ldots \varphi = \frac{nmB}{(m+1)p + mB + 2\sqrt{mp(p+mB)}},$$

$$\text{pour l'oculaire } C \ldots\ldots \varphi = \frac{nmB}{(m+1)p + m^2B + 2\sqrt{mp(p+mB)}},$$

d'où l'on voit que la dernière, à cause de $m > 1$, est toujours la plus petite, et partant ce sera de celle-ci qu'il faut tirer la grandeur du champ apparent.

69. Il s'agit maintenant de déterminer B en sorte que cette valeur de φ devienne la plus grande. Or il est évident qu'elle s'évanouit en posant $B = o$, et qu'elle ne saurait devenir plus grande qu'en prenant $B = \infty$, auquel cas le demi-diamètre du champ apparent moyen sera $= \frac{n}{m}$, qui sera en vérité plus grand que celui des lunettes à deux verres convexes. Mais il faut bien remarquer que toutes les deux distances des verres $AB = A$ et $BC = B$ deviendraient infinies, et partant, une telle lunette ne serait absolument d'aucun usage. Or si l'on prenait $B = p$, auquel cas on aurait:

$$\mathfrak{A} = \sqrt{\frac{m}{1+m}} \quad \text{et} \quad A = \frac{\sqrt{m} + \sqrt{(1+m)}}{\sqrt{m}}p,$$

et partant $A > 2p$, de plus:

$$\mathfrak{B} = \sqrt{m(1+m)} \quad \text{et} \quad C = \frac{p\sqrt{m+1}}{m\sqrt{m}} + \frac{p}{m^2},$$

le demi-diamètre du champ apparent moyen serait:

$$= \frac{nm}{m^2 + m + 1 + 2\sqrt{m(m+1)}},$$

et par conséquent plus petit qu'au cas de deux verres convexes; mais puisque la lunette serait environ trois fois plus longue, pour la même multiplication, toutes les circonstances concourent à rejeter entièrement cette espèce de lunettes.

70. Si, pour raccourcir la lunette, on voulait prendre la distance B plus petite, on tomberait dans l'inconvénient que le champ apparent devînt trop petit, de sorte que les lunettes à deux verres

ment toujours un grand avantage sur celles-ci, tant par rapport à la longueur qu'au champ apparent. Car posons $B = \frac{p}{m}$ ou $mB = p$ et nous aurons les déterminations suivantes:

I. Distance de foyer de l'objectif en $A = p = \frac{m^2\omega^2}{d^2}$.

II. Distance de foyer du premier oculaire en $B = q = \frac{p}{m + \sqrt{2m}}$.

III. Distance de foyer du second oculaire en $C = r = \frac{p}{m + m\sqrt{2m}}$.

IV. Distance des verres $AB = A = \frac{\sqrt{m} + \sqrt{2}}{\sqrt{m}}\, p$.

V. Distance des verres $BC = B = \frac{1}{m}\, p$.

VI. Distance de l'oeil $CD = C = \frac{1 + \sqrt{2m}}{m^2}\, p$.

VII. Demi-diamètre du champ apparent moyen $= \frac{n}{2m + 2\sqrt{2m} + 1} = \frac{n}{(\sqrt{2m} + 1)^2}$.

71. Cette lunette aura donc deux défauts considérables à l'égard des lunettes à deux verres convexes; l'un est que sa longueur, étant:

$$A + B = \frac{m + \sqrt{2m} + 1}{m}\, p,$$

sera plus grande de la partie $\frac{p\sqrt{2}}{\sqrt{m}}$; et l'autre que le demi-diamètre du champ apparent sera plus que deux fois plus petit. Pour en donner un exemple, posons $m = 50$, et nous aurons:

I. La distance de foyer de l'objectif $p = 150$ pouces.

II. La distance de foyer du premier oculaire $q = \frac{5}{2}$.

III. La distance de foyer du second oculaire $r = \frac{3}{11}$.

IV. La distance des verres $AB = A = 180$ pouces.

V. La distance des verres $BC = B = 3$.

VI. La distance de l'oeil $CD = C = \frac{33}{50}$.

VII. Le demi-diamètre du champ apparent moyen $= \frac{n}{121} = 5'\,41''$, posant $n = \frac{1}{5}$.

72. Or une lunette à deux verres convexes, qui grossit aussi 50 fois, n'est longue que 153 pouces, de sorte que celle-ci est de 30 pouces plus longue, outre que le demi-diamètre du champ moyen est encore moindre que la moitié que dans le cas des deux verres. Donc, puisque les lunettes de cette espèce ne méritent aucune attention, je ne m'arrêterai pas à en calculer une table, semblable à celles que j'ai données pour les lunettes à deux verres. Je passe donc aux autres espèces des lunettes à trois verres, selon que l'une ou l'autre des quantités $\mathfrak{A}$ et $\mathfrak{B}$ est négative ou toutes les deux, où je ne développerai en détail que celles qui ont quelqu'avantage sur les lunettes à deux verres, puisqu'il ne serait pas raisonnable d'employer des lunettes à 3 ou plusieurs

verres, lorsqu'on n'en saurait tirer de plus grands avantages; car, les avantages étant les mêmes, il n'y a nul doute que, moins le nombre des verres est grand et plus sont préférables les lunettes.

II. Cas des lunettes à 3 verres.

Le nombre $\mathfrak{A}$ étant positif et $\mathfrak{B}$ négatif.

73. Cette espèce représentera les objets renversés, et posant la multiplication $= m$, nous n'avons qu'à écrire $-\mathfrak{B}$ pour $\mathfrak{B}$ dans les formules précédentes, pour avoir les distances de foyer:

$$p = \frac{\mathfrak{A}A}{1+\mathfrak{A}}; \quad q = \frac{\mathfrak{B}AB}{(\mathfrak{B}-1)A+(1+\mathfrak{A})\mathfrak{B}B} \quad \text{et} \quad r = \frac{B}{1-\mathfrak{B}},$$

d'où l'on voit que, si $\mathfrak{B} < 1$, le dernier verre en C est convexe, ou concave si $\mathfrak{B} > 1$. Ensuite pour les limites nous aurons:

$$\text{sur le premier oculaire en } B = A\varphi \pm \frac{x}{\mathfrak{A}},$$

$$\text{sur le second oculaire en } C = \left(\mathfrak{A}B - \frac{A}{\mathfrak{B}}\right)\varphi \pm \frac{x}{\mathfrak{A}\mathfrak{B}},$$

$$\text{sur l'oeil en } D = \left(\mathfrak{A}\mathfrak{B}C + \mathfrak{A}B - \frac{A}{\mathfrak{B}}\right)\varphi \pm \frac{x}{\mathfrak{A}\mathfrak{B}},$$

car pour ces limites il est indifférent de les prendre affirmatifs ou négatifs, puisqu'ils règnent tout autour de l'ouverture de chaque verre.

74. Nous avons donc d'abord $\mathfrak{A}\mathfrak{B} = m$ et la distance de foyer de l'objectif A comme toujours $p = \frac{m^2\omega^2}{il^2}$ à cause de $x = \frac{m\omega}{l}$, de sorte que le grossissement avec la clarté détermine l'objectif; ensuite il faut qu'il soit $q > \frac{6m\omega}{\mathfrak{A}l}$ et $r > \frac{6\omega}{l}$, pour que la représentation ne devienne pas confuse. Nous tirerons aussi pour le demi-diamètre du champ apparent moyen les formules suivantes:

$$\text{de l'oculaire } B \ldots\ldots \varphi = \frac{nq}{A} = \frac{n\mathfrak{B}B}{(\mathfrak{B}-1)A+(1+\mathfrak{A})\mathfrak{B}B},$$

$$\text{de l'oculaire } C \ldots\ldots \varphi = \frac{n\mathfrak{B}r}{mB-A} = \frac{n\mathfrak{B}B}{(1-\mathfrak{B})(mB-A)},$$

$$\text{de l'oeil } D \ldots\ldots \varphi = \frac{\mathfrak{B}\omega}{m\mathfrak{B}C+mB-A},$$

dont la plus petite valeur seule aura lieu; et partant, il faut déterminer les quantités $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, A, B, en sorte que la plus petite de ces trois valeurs devienne la plus grande qu'il est possible. Or, puisque p est déjà déterminé, nous avons encore ces deux égalités $\mathfrak{A}\mathfrak{B} = m$ et $(1+\mathfrak{A})p = \mathfrak{A}A$.

75. Ces deux égalités nous fournissent $\mathfrak{A} = \frac{m}{\mathfrak{B}}$ et $A = \frac{(m+\mathfrak{B})p}{m}$, et, substituant ces valeurs, le demi-diamètre du champ apparent moyen sera:

I. A l'égard de l'oculaire B . . . . $\varphi = \frac{nm\mathfrak{B}B}{(\mathfrak{B}-1)(m+\mathfrak{B})p + m(m+\mathfrak{B})B}$.

II. A l'égard de l'oculaire C . . . . $\varphi = \frac{nm\mathfrak{B}B}{(\mathfrak{B}-1)(m+\mathfrak{B})p - m^2(\mathfrak{B}-1)B}$.

III. A l'égard de l'oeil D . . . . $\varphi = \frac{m\mathfrak{B}\omega}{m^2\mathfrak{B}C + m^2B - (m+\mathfrak{B})p}$.

On voit arrive fort heureusement que tant la première formule que la seconde devient un *maximum* lorsque $\mathfrak{B}^2 = \frac{m(mB-p)}{p}$, ce qui est sans doute le cas le plus avantageus; et alors, à cause de $mB = (m+\mathfrak{B}^2)p$, on aura pour la place de l'oeil $\varphi = \frac{m\omega}{m^2C + (\mathfrak{B}-1)p}$, dont la valeur peut être rendue infinie, si $\mathfrak{B} < 1$, prenant $C = \frac{(1-\mathfrak{B})p}{m^2}$.

76. Mais pour mieux juger comment la valeur de ces formules peut être augmentée, posons pour B sa valeur $(1-\mathfrak{B})r$, en remarquant que $(1-\mathfrak{B})r$ ne doit jamais devenir négatif; et nos valeurs seront:

$$\text{I.} \quad \varphi = \frac{nm\mathfrak{B}r}{m(m+\mathfrak{B})r - (m+\mathfrak{B})p} = \frac{nm\mathfrak{B}r}{(m+\mathfrak{B})(mr-p)}.$$

$$\text{II.} \quad \varphi = \frac{nm\mathfrak{B}r}{m^2(1-\mathfrak{B})r - (m+\mathfrak{B})p}.$$

$$\text{III.} \quad \varphi = \frac{m\mathfrak{B}\omega}{m^2\mathfrak{B}C + m^2(1-\mathfrak{B})r - (m+\mathfrak{B})p}.$$

Il on voit d'abord que si l'on prenait $\mathfrak{B} > 1$, puisque la valeur de r devrait être négative, la première formule serait bien éloignée de la plus grande valeur dont elle est susceptible, au cas $r = \frac{p}{m}$. Soit donc $\mathfrak{B} < 1$, et la seconde formule sera infinie en posant $r = \frac{(m+\mathfrak{B})p}{m^2(1-\mathfrak{B})}$. Mais si l'on prend $r = \frac{p}{m}$, la seconde formule donne $\varphi = \frac{n}{m+1}$, et si l'on prend $r = \frac{(m+\mathfrak{B})p}{m^2(1-\mathfrak{B})}$, la première donne aussi $\varphi = \frac{n}{m+1}$; et partant dans l'un et l'autre cas le champ apparent serait le même qu'au cas de deux verres convexes.

77. Mais si l'on prend r en sorte que les deux premières formules deviennent égales, ce qui arrive lorsque $r = \frac{2(m+\mathfrak{B})p}{m(2m+\mathfrak{B}-m\mathfrak{B})}$, et alors la première et la seconde formule donne: $\varphi = \frac{2n}{m+1}$, ce qui est sans doute la plus grande valeur qu'on puisse obtenir, car toute autre valeur de r rendrait l'une ou l'autre des deux formules plus petite. Dans ce cas donc la lunette découvrira un champ dont le diamètre est deux fois plus grand que dans les lunettes à deux verres, ce qui est un avantage très considérable. Pour cet effet il faut donc qu'on prenne:

$$r = \frac{2(m+\mathfrak{B})p}{m(2m+\mathfrak{B}-m\mathfrak{B})}, \qquad B = \frac{2(1-\mathfrak{B})(m+\mathfrak{B})p}{m(2m+\mathfrak{B}-m\mathfrak{B})},$$

$$A = \frac{(m+\mathfrak{B})p}{m}, \qquad \mathfrak{A} = \frac{m}{\mathfrak{B}}, \qquad q = \frac{2(m+\mathfrak{B})p}{m(m+1)},$$

et alors le lieu le plus convenable pour l'oeil sera :

$$C = \frac{(m+1)(m+\mathfrak{B})p}{m^2(2m+\mathfrak{B}-m\mathfrak{B})}.$$

78. Il est ici fort remarquable, qu'après avoir rempli toutes les conditions, le nombre $\mathfrak{B}$ demeure encore indéterminé, de sorte qu'on le puisse prendre à volonté, pourvu qu'on ne le prenne plus grand que 1, et toujours le demi-diamètre du champ apparent moyen sera $= \frac{2n}{m+1}$, c'est à dire deux fois plus grand qu'au cas de deux verres convexes. Mais pour que la distinction soit maintenue, il faut faire en sorte qu'il devienne $q > \frac{6\mathfrak{B}\omega}{l}$ et $r > \frac{6\omega}{l}$. Maintenant on voit aussi que rien n'empêche qu'on ne donne à $\mathfrak{B}$ des valeurs négatives, et par ce moyen, on pourra rendre la longueur de la lunette plus petite. Car la longueur entière de la lunette étant:

$$A+B = \frac{(m+1)(m+\mathfrak{B})(1-\mathfrak{B})}{m(2m+\mathfrak{B}-m\mathfrak{B})}p,$$

il est évident qu'elle devient plus petite, en donnant à $\mathfrak{B}$ une valeur négative; mais il faut pourtant que $m+\mathfrak{B}$ demeure une quantité positive, afin que la distance A ne devienne négative. Il vaudra donc la peine d'examiner plus soigneusement ces cas où $\mathfrak{B}$ est tant un nombre positif moindre que 1, que zéro, ce qui est un cas de milieu et qu'un nombre négatif mais moindre que m.

79. Mais puisque le cas des valeurs négatives de $\mathfrak{B}$ nous menerait au troisième cas que je me propose de développer séparément, je m'arrêterai ici aux valeurs positives, dont la plus grande étant $= 1$, nous aurons les déterminations suivantes, pour la multiplication $= m$.

I. Distance de foyer de l'objectif $p = \frac{m^2\omega^2}{il^2}$.

II. Son demi-diamètre d'ouverture $x = \frac{m\omega}{l}$.

III. Distance de foyer du premier oculaire $q = \frac{2}{m}p$.

IV. Distance de foyer du second oculaire $r = \frac{2}{m}p$.

V. Distance des verres en A et B ou $AB = \frac{m+1}{m}p$.

VI. Distance des verres en B et C ou $BC = o$.

VII. Distance de l'oeil en D ou $CD = \frac{m+1}{m^2}p$.

VIII. Demi-diamètre du champ apparent moyen $= \frac{2n}{m+1}$;

où nq et nr marque le demi-diamètre de l'ouverture des verres oculaires. Or il faut que $\frac{2p}{m}$ soit plus grand que $\frac{6\omega}{l}$ ou $m > \frac{3il}{\omega}$, ce qui arrive toujours si $m > 1$.

80. Par rapport à ce cas je remarque que la distance des verres oculaires BC étant $= o$, il revient au cas des lunettes à deux verres convexes, car tant le verre objectif que la distance AB

la même. La différence consiste en ce qu'au lieu d'un oculaire de foyer $\frac{1}{m}p$ on emploie ici deux qui se touchent ensemble, dont la distance de foyer de chacun est double. Or on sait qu'à l'égard de la réfraction ces deux verres rendent le même service qu'un seul. Or puisque ces deux verres admettent une ouverture deux fois plus grande selon le diamètre, c'est la raison que cette lunette découvre un champ deux fois plus grand. Cet avantage s'étend aussi à trois ou plusieurs verres oculaires immédiatement joints ensemble, par le moyen desquels on pourra augmenter le champ apparent au triple et davantage, pourvu que la distance de foyer de chacun soit la triple ou multiple de celle qu'un seul verre oculaire devrait avoir. Pour cette raison la table donnée ci-dessus pour les lunettes à deux verres convexes servira aussi à construire les lunettes de cette espèce.

81. Mais il faut pourtant remarquer que ce cas ne saurait être exécuté exactement dans la pratique, puisque les verres ont toujours quelqu'épaisseur qui empêche que la distance BC ne peut être réduite absolument à rien. D'ailleurs quoique nous posions $\mathfrak{B}$ plus petit que l'unité, nous n'obtiendrons point la lunette sensiblement plus courte, ce qui est un avantage souvent assez considérable. Je considérerai donc deux cas, l'un où $\mathfrak{B} = \frac{1}{2}$ et l'autre où $\mathfrak{B} = o$, et pour le premier nous obtiendrons les déterminations suivantes:

I. Distance de foyer de l'objectif $p = \frac{m^2\omega^2}{il^2}$.

II. Son diamètre d'ouverture $x = \frac{m\omega}{l}$.

III. Distance de foyer du premier oculaire $q = \frac{(2m+1)p}{m(m+1)}$.

IV. Distance de foyer du second oculaire $r = \frac{2(2m+1)p}{m(3m+1)}$.

V. Distance des verres A et B ou $AB = \frac{(2m+1)p}{2m}$.

VI. Distance des verres B et C ou $BC = \frac{(2m+1)p}{m(3m+1)}$.

VII. Distance de l'oeil du seconde oculaire $CD = \frac{(m+1)(2m+1)p}{m^2(3m+1)}$.

VIII. Demi-diamètre du champ moyen $= \frac{2n}{m+1}$.

82. Les demi-diamètres de l'ouverture des verres B et C sont ici indiqués par nq et nr, et nous avons vu que la valeur de n peut croître de $\frac{1}{5}$ jusqu'à $\frac{1}{3}$. La longueur entière de cette lunette sera donc $AB + BC = \frac{3(m+1)(2m+1)}{2m(3m+1)}p$, qui est à la précédente comme $6m+3$ à $6m+2$, et partant la lunette ne sera pas sensiblement plus longue qu'au cas précédent, et la distance des deux verres oculaires semble récompenser ce petit excès. D'ailleurs il faut compter la distance de l'oeil encore à la longueur de la lunette et alors pour le cas précédent où $\mathfrak{B} = 1$ cette entière longueur est $AD = \frac{(m+1)^2}{m^2}p$, or dans ce cas $\mathfrak{B} = \frac{1}{2}$, il est $AD = \frac{(m+1)(2m+1)(3m+2)}{2m^2(3m+1)}p$, et celle-là est à celle-ci comme $6m^2+8m+3$ à $6m^2+7m+2$, de sorte que celle-ci est plus petite, quoique la différence soit à peine sensible.

Table des lunettes à trois verres convexes,

dans l'hypothèse $i = \frac{1}{150}$, $\frac{\omega}{l} = \frac{1}{50}$, $n = \frac{1}{5}$ et $\mathfrak{B} = \frac{1}{2}$.

Multiplication.	Objectif distance de foyer.	Objectif demi-d. de l'ouverture.	1r ocul. distance de foyer.	2d ocul. distance de foyer.	Distance de l'object. au 1r ocul.	Distance du 1r ocul. au 2d ocul.	Distance du 2d ocul. à l'oeil.	Demi-diam. du champ app. moyen.
m	p	x	q	r	AB	BC	CD	
5	1,5	0,1	0,55	0,42	1,65	0,21	0,25	3°49′ 0″
10	6,0	0,2	1,15	0,82	6,30	0,41	0,45	2 4 53
15	13,5	0,3	1,74	1,22	13,95	0,61	0,65	1 25 52
20	24,0	0,4	2,34	1,62	24,60	0,81	0,85	1 5 25
25	37,5	0,5	2,94	2,02	38,25	1,01	1,05	0 52 52
30	54,0	0,6	3,54	2,42	54,90	1,21	1,25	0 44 20
35	73,5	0,7	4,14	2,82	74,55	1,41	1,45	0 38 11
40	96,0	0,8	4,74	3,22	97,20	1,61	1,65	0 33 32
45	121,5	0,9	5,34	3,62	122,85	1,81	1,85	0 29 54
50	150,0	1,0	5,94	4,02	151,50	2,01	2,05	0 26 58
60	216,0	1,2	7,14	4,82	217,80	2,41	2,45	0 22 34
70	294,0	1,4	8,34	5,62	296,10	2,81	2,85	0 19 22
80	384,0	1,6	9,54	6,42	386,40	3,21	3,25	0 16 58
90	486,0	1,8	10,74	7,22	488,70	3,61	3,65	0 15 6
100	600,0	2,0	11,94	8,02	603,00	4,01	4,05	0 13 38
120	864,0	2,4	14,34	9,62	867,60	4,81	4,85	0 11 22
140	1176,0	2,8	16,74	11,22	1180,20	5,61	5,65	0 9 46
160	1536,0	3,2	19,14	12,82	1540,80	6,41	6,45	0 8 32
180	1944,0	3,6	21,54	14,42	1949,40	7,21	7,25	0 7 36
200	2400,0	4,0	23,94	16,02	2406,00	8,01	8,05	0 6 50
225	3037,5	4,5	26,94	18,02	3044,25	9,01	9,05	0 6 6
250	3750,0	5,0	29,94	20,02	3757,50	10,01	10,05	0 5 28
275	4537,5	5,5	32,94	22,02	4545,75	11,01	11,05	0 4 58
300	5400,0	6,0	35,94	24,02	5409,00	12,01	12,05	0 4 34
350	7350,0	7,0	41,94	28,02	7360,50	14,01	14,05	0 3 56
400	9600,0	8,0	47,94	32,02	6912,00	16,01	16,05	0 3 26
450	12150,0	9,0	53,94	36,02	12163,50	18,01	18,05	0 3 2
500	15000,0	10,0	59,94	40,02	15015,00	20,01	20,05	0 2 44

83. Posons pour l'autre cas $\mathfrak{B} = o$ qui constituera quasi la limite entre cette espèce de lunettes et la suivante, et les déterminations pour cette sorte de lunettes seront:

I. Distance de foyer de l'objectif $p = \frac{m^2 \omega^2}{i^2} = \frac{3}{50} m^2$.

II. Demi-diamètre de son ouverture $x = \frac{m\omega}{l} = \frac{1}{50} m$.

III. Distance de foyer du premier oculaire $q = \frac{2p}{m+1}$.

IV. Distance de foyer du second oculaire $r = \frac{p}{m}$.

V. Distance de l'objectif au premier oculaire $AB = p$.

VI. Distance du premier oculaire au second oculaire $BC = \frac{p}{m}$.

VII. Distance du second oculaire à l'oeil $CD = \frac{(m+1)p}{2m^2}$.

VIII. Demi-diamètre du champ apparent moyen $= \frac{2n}{m+1}$.

distinction, il faut outre cela qu'il soit $q > o$ et $r > \frac{6\omega}{l}$, ou bien selon nos déterminations ultérieures $r > \frac{6}{50}$, d'où nous tirons $m > 2$ à cause de $r = \frac{3}{50} m$.

84. Le cas des lunettes à 3 verres est très remarquable, puisqu'il ne diffère presque point du cas des lunettes à deux verres convexes, le verre objectif, le dernier oculaire et leur distance sont absolument les mêmes, de sorte qu'il est aisé de changer une lunette à deux verres convexes en une telle lunette. On n'aura qu'à y ajouter un troisième verre convexe, dont la distance de foyer est $= \frac{2p}{m+1}$, précisément au foyer de l'objectif, sans changer la longueur de la lunette. Par ce moyen on conserve d'abord la même multiplication et la même clarté, mais quoique l'addition de ce troisième verre ne semble rien changer dans la nature de la lunette, on en retire pourtant un important avantage, que le diamètre du champ apparent devient deux fois plus grand. Outre cela cette addition du troisième verre produit encore cet effet, qu'il faut approcher l'oeil deux fois davantage du dernier oculaire; et à cet égard cette lunette doit être censée un peu plus courte qu'si l'on n'employait que deux verres.

III. Cas des lunettes à trois verres.

Le nombre $\mathfrak{A}$ étant négatif et $\mathfrak{B}$ positif.

85. Cette espèce de lunettes représentera encore les objets renversés, et posant la multiplication $= m$, nous n'avons qu'à écrire $-\mathfrak{A}$ au lieu de $+\mathfrak{A}$ dans les formules du premier cas, d'où nous tirons pour les distances de foyer:

$$p = \frac{\mathfrak{A}A}{\mathfrak{A}-1}, \qquad q = \frac{\mathfrak{B}AB}{(1+\mathfrak{B})A-(\mathfrak{A}-1)\mathfrak{B}B}, \qquad r = \frac{B}{1+\mathfrak{B}},$$

et pour les limites:

du premier oculaire en $B \ldots\ldots A\varphi \pm \frac{x}{\mathfrak{A}}$,

du second oculaire en $C \ldots\ldots \left(\mathfrak{A}B - \frac{A}{\mathfrak{B}}\right)\varphi \pm \frac{x}{\mathfrak{A}\mathfrak{B}}$,

de l'oeil en $D \ldots\ldots \left(\mathfrak{A}\mathfrak{B}C - \mathfrak{A}B + \frac{A}{\mathfrak{B}}\right)\varphi \pm \frac{x}{\mathfrak{A}\mathfrak{B}}$.

Et nous avons toujours $x = \frac{m\omega}{l}$ et $p = \frac{m^2\omega^2}{il^2}$, et pour rendre la représentation distincte il faut qu'il soit $q > \frac{6m\omega}{\mathfrak{A}l}$ et $r > \frac{6\omega}{l}$.

86. De là nous obtiendrons trois valeurs pour le demi-diamètre du champ apparent moyen:

$$\text{I.} \quad \varphi = \frac{nq}{A} = \frac{n\mathfrak{B}B}{(1+\mathfrak{B})A-(\mathfrak{A}-1)\mathfrak{B}B},$$

$$\text{II.} \quad \varphi = \frac{n\mathfrak{B}r}{\mathfrak{A}\mathfrak{B}B-A} = \frac{n\mathfrak{B}B}{(1+\mathfrak{B})(\mathfrak{A}\mathfrak{B}B-A)},$$

$$\text{III.} \quad \varphi = \frac{\mathfrak{B}\omega}{\mathfrak{A}\mathfrak{B}^2C-\mathfrak{A}\mathfrak{B}B+A},$$

desquelles la plus petite aura lieu; il s'agit donc de rendre la plus petite de ces trois valeurs la plus grande qu'il est possible. Or, puisque p est donné nous avons $A = \frac{(\mathfrak{A}-1)}{\mathfrak{A}}p$, et partant $\mathfrak{A}$; ensuite $B = (1+\mathfrak{B})r$, et partant r positif et $\mathfrak{A}\mathfrak{B} = m$; d'où nos trois formules deviennent:

$$\text{I.} \quad \varphi = \frac{nmr}{(\mathfrak{A}-1)(p-mr)},$$

$$\text{II.} \quad \varphi = \frac{nmr}{m(\mathfrak{A}+m)r-(\mathfrak{A}-1)p},$$

$$\text{III.} \quad \varphi = \frac{m\omega}{m^2C-m(\mathfrak{A}+m)r+(\mathfrak{A}-1)p}.$$

87. Puisque chacune de ces trois valeurs peut devenir infinie, voyons les valeurs qui en résultent pour les autres; ainsi, posant $mr = p$, on aura la première infinie et:

$$\text{II.} \quad \varphi = \frac{n}{m+1} \quad \text{et} \quad \text{III.} \quad \varphi = \frac{m\omega}{m^2C-(m+1)p}.$$

Or, posant $mr = \frac{\mathfrak{A}-1}{\mathfrak{A}+m}p$, la seconde devient infinie, et I. $\varphi = \frac{n}{m+1}$ et III. $\varphi = \frac{\omega}{mC}$. Et partant si l'on donne à mr une valeur moyenne entre p et $\frac{\mathfrak{A}-1}{\mathfrak{A}+m}p$, tant la première que la seconde obtiendra une valeur moyenne entre ∞ et $\frac{n}{m+1}$, d'où l'on comprend que le cas le plus favorable sera celui où la seconde et la première valeur de φ deviennent égales, ce qui arrive si $(\mathfrak{A}-1)p - m(\mathfrak{A}-1)r = m(\mathfrak{A}+m)r - (\mathfrak{A}-1)p$, ou bien si $mr = \frac{2(\mathfrak{A}-1)p}{m-1+2\mathfrak{A}}$.

88. Posons donc $mr = \frac{2(\mathfrak{A}-1)p}{m-1+2\mathfrak{A}}$, et nos trois valeurs du demi-diamètre du champ apparent moyen seront: la première et la seconde $\varphi = \frac{2n}{m+1}$,

$$\text{et la troisième} \quad \varphi = \frac{m\omega(m-1+2\mathfrak{A})}{m^2C(m-1+2\mathfrak{A})-(\mathfrak{A}-1)(m+1)p},$$

et partant dans ce cas on gagne sans doute le plus grand champ apparent, pourvu qu'on ne prenne la distance de l'oeil C en sorte que la dernière valeur de φ, ne devienne pas plus petite que $\frac{2n}{m+1}$; or la place la plus avantageuse sera en prenant: $C = \frac{(\mathfrak{A}-1)(m+1)p}{m^2(m-1+2\mathfrak{A})}$, où la dernière valeur devient même infinie. Voilà donc encore une espèce de lunettes qui découvrent un champ presque deux fois plus grand que les lunettes à deux verres convexes, ce qui est le plus haut point de perfection auquel on peut porter les lunettes à trois verres. Je dis que ce champ devient presque deux fois plus grand, puisque c'est proprement la tangente du demi-diamètre du champ apparent moyen qui devient double, et non pas l'angle même.

89. La valeur du nombre $\mathfrak{A}$ demeure encore arbitraire, et substituant les valeurs déjà déterminées, nous trouverons les déterminations suivantes pour la multiplication donnée m:

I. Distance de foyer de l'objectif $p = \frac{m^2 \omega^2}{il^2}$.

II. Demi-diamètre de son ouverture $x = \frac{m\omega}{l}$.

III. Distance de foyer du premier oculaire $q = \frac{2(\mathfrak{A}-1)p}{(m+1)\mathfrak{A}}$.

IV. Distance de foyer du second oculaire $r = \frac{2(\mathfrak{A}-1)p}{m(m-1+2\mathfrak{A})}$.

V. Distance de l'objectif au premier oculaire $AB = \frac{(\mathfrak{A}-1)p}{\mathfrak{A}}$.

VI. Distance du premier oculaire au second oculaire $BC = \frac{2(\mathfrak{A}-1)(m+\mathfrak{A})p}{m\mathfrak{A}(m-1+2\mathfrak{A})}$.

VII. Distance du seconde oculaire à l'oeil $CD = \frac{(\mathfrak{A}-1)(m+1)p}{m^2(m-1+2\mathfrak{A})}$.

VIII. Demi-diamètre du champ apparent moyen $= \frac{2n}{m+1}$,

ω et ωr marquent les demi-diamètres de l'ouverture des deux verres oculaires.

90. Puisque le nombre $\mathfrak{A}$ est permis à notre volonté, il est évident qu'on le pourrait, prendre tel que la longueur de la lunette devient aussi courte qu'on voudrait et qu'elle s'évanouit même, si on arrivait au cas $\mathfrak{A} = 1$. Mais en donnant à $\mathfrak{A} - 1$ une trop petite valeur, on tomberait dans l'inconvénient qu'il ne serait plus $q = \frac{6m\omega}{\mathfrak{A}l}$ et $r > \frac{6\omega}{l}$; c'est donc en remplissant ces conditions qu'on doit procurer à la lunette la plus petite longueur. Or en supposant $\frac{\omega}{l} = \frac{1}{50}$ pouce à cause de $p = \frac{3}{50}m^2$ pouces, ces conditions demandent qu'il soit:

$$m(\mathfrak{A}-1) > m+1 \quad \text{et} \quad m(\mathfrak{A}-1) > m-1+2\mathfrak{A},$$

ou bien:

$$\mathfrak{A} > \frac{2m+1}{m} \quad \text{et} \quad \mathfrak{A} > \frac{2m-1}{m-2},$$

et puisque la dernière est plus grande que la première, il faut de toute nécessité prendre $\mathfrak{A} > \frac{2m-1}{m-2}$.

91. Donc la plus petite longueur qu'on puisse convenablement donner à la lunette résulte en prenant $\mathfrak{A} = \frac{2m-1}{m-2}$, d'où nous trouverons les déterminations suivantes:

I. Distance de foyer de l'objectif $p = \frac{m^2\omega^2}{il^2} = \frac{3}{50}m^2$ pouces.

II. Demi-diamètre de son ouverture $x = \frac{m\omega}{l} = \frac{1}{50}m$ pouces.

III. Distance de foyer du premier oculaire $q = \frac{2p}{2m-1} = \frac{6}{50}\frac{m^2}{2m-1}$ pouces.

IV. Distance de foyer du second oculaire $r = \frac{2p}{m^2} = \frac{6}{50}$ pouce.

V. Distance de l'objectif au premier oculair $AB = \frac{(m+1)p}{2m-1} = \frac{3}{50}\frac{m^2(m+1)}{2m-1}$.

VI. Distance du premier oculaire au second oculaire $BC = \frac{2(m^2-1)p}{m^2(2m-1)} = \frac{6}{50}\frac{m^2-1}{2m-1}$.

VII. Distance du second oculaire à l'oeil $CD = \frac{(m+1)p}{m^3} = \frac{3}{50}\frac{m+1}{m}$.

VIII. Demi-diamètre du champ apparent moyen $= \frac{2n}{m+1} = \frac{2}{5(m+1)}$, en supposant comme ci-dessus $n = \frac{1}{5}$. Par ce moyen la longueur de la lunette devient:

$$AC = \frac{m^3 + 3m^2 - 2}{m^2(2m-1)}\, p = \frac{3}{50}\, \frac{m^3 + 3m^2 - 2}{2m-1},$$

et partant presque deux fois plus courte qu'aux cas de deux verres convexes.

92. C'est ici sans doute qu'il faut chercher le plus grand avantage des lunettes à 3 verres, qui consiste en deux conditions, dont l'une et l'autre est de la dernière importance. Car, par l'addition d'un troisième verre, on obtient non seulement cet avantage que le champ apparent est doublé en diamètre et partant quadruplé dans toute son étendue, mais aussi on en peut tirer cet avantage que la longueur de la lunette se réduit presqu'à la moitié que si l'on ne voulait employer que deux verres, la multiplication et la clarté demeurant les mêmes. Pour le verre objectif, il demeure toujours le même, étant determiné par la multiplication et le degré de clarté qu'on désire; le premier oculaire est presque le même que celui qu'il faut employer au cas de deux verres convexes, mais le second a toujours $\frac{6}{50}$ pouce pour distance de foyer, quelque grande que soit la multiplication.

Table des lunettes à 3 verres convexes, qui semblent les plus parfaites dans leur espèce, dans l'hypothèse $i = \frac{1}{150}$, $\frac{\omega}{l} = \frac{1}{50}$, $n = \frac{1}{5}$ et $\mathfrak{A} = \frac{2m-1}{m-2}$, les mesures étant exprimées en pouces.

Multiplication.	Objectif distance de foyer.	Objectif demi-d. de l'ouverture.	1r ocul. distance de foyer.	2d ocul. distance de foyer.	Distance de l'object. au 1r ocul.	Distance du 1r ocul. au 2d ocul.	Distance du 2d ocul. à l'oeil.	Demi-diam. du champ app. moyen.
m	p	x	q	r	AB	BC	CD	
5	1,5	0,1	0,33	0,12	1,00	0,33	0,07	3° 48′ 51″
10	6,0	0,2	0,63	0,12	3,47	0,63	0,07	2 4 47
15	13,5	0,3	0,93	0,12	7,45	0,93	0,06	1 25 48
20	24,0	0,4	1,23	0,12	12,93	1,23	0,06	1 5 22
25	37,5	0,5	1,53	0,12	19,89	1,53	0,06	0 52 51
30	54,0	0,6	1,83	0,12	28,38	1,83	0,06	0 44 20
35	73,5	0,7	2,13	0,12	38,34	2,13	0,06	0 38 11
40	96,0	0,8	2,43	0,12	49,83	2,43	0,06	0 33 32
45	121,5	0,9	2,73	0,12	62,79	2,73	0,06	0 29 54
50	150,0	1,0	3,03	0,12	77,28	3,03	0,06	0 26 58
60	216,0	1,2	3,63	0,12	110,73	3,63	0,06	0 22 34
70	294,0	1,4	4,23	0,12	150,18	4,23	0,06	0 19 22
80	384,0	1,6	4,83	0,12	195,63	4,83	0,06	0 16 58
90	486,0	1,8	5,43	0,12	247,08	5,43	0,06	0 15 6
100	600,0	2,0	6,03	0,12	304,53	6,03	0,06	0 13 38
120	864,0	2,4	7,23	0,12	437,43	7,23	0,06	0 11 22
140	1176,0	2,8	8,43	0,12	594,33	8,43	0,06	0 9 46
160	1536,0	3,2	9,63	0,12	775,23	9,63	0,06	0 8 32
180	1944,0	3,6	10,83	0,12	980,13	10,83	0,06	0 7 36
200	2400,0	4,0	12,03	0,12	1209,03	12,03	0,06	0 6 50
225	3037,5	4,5	13,53	0,12	1528,89	13,53	0,06	0 6 6
250	3750,0	5,0	15,03	0,12	1886,28	15,03	0,06	0 5 28
275	4537,5	5,5	16,53	0,12	2281,14	16,53	0,06	0 4 58
300	5400,0	6,0	18,03	0,12	2713,53	18,03	0,06	0 4 34
350	7350,0	7,0	21,03	0,12	3690,78	21,03	0,06	0 3 56
400	9600,0	8,0	24,03	0,12	4818,03	24,03	0,06	0 3 26
450	12150,0	9,0	27,03	0,12	6095,28	27,03	0,06	0 3 2
500	15000,0	10,0	30,03	0,12	7522,53	30,03	0,06	0 2 44

IV. Cas des lunettes à trois verres,

tous les deux nombres $\mathfrak{A}$ et $\mathfrak{B}$ étant négatifs.

93. Cette espèce représentera donc les objets debout, comme la première, et mettant $-\mathfrak{A}$, $-\mathfrak{B}$ pour $+\mathfrak{A}$, $+\mathfrak{B}$, nous aurons:

$$p = \frac{\mathfrak{A}A}{\mathfrak{A}-1}, \qquad q = \frac{\mathfrak{B}AB}{(\mathfrak{B}-1)A-(\mathfrak{A}-1)\mathfrak{B}B}, \qquad r = \frac{B}{1-\mathfrak{B}},$$

les limites:

sur le premier oculaire en $B \ldots\ldots A\varphi \pm \frac{x}{\mathfrak{A}}$,

sur le second oculaire en $C \ldots\ldots \left(\mathfrak{A}B + \frac{A}{\mathfrak{B}}\right)\varphi \pm \frac{x}{m}$,

sur l'oeil en $D \ldots\ldots \left(\mathfrak{A}\mathfrak{B}C + \mathfrak{A}B + \frac{A}{\mathfrak{B}}\right)\varphi \pm \frac{x}{m}$.

Dans ce cas donc le lieu le plus convenable pour l'oeil est immédiatement derrière le second oculaire en C, de sorte qu'il faut prendre la distance $CD = o$. Ensuite ayant toujours:

$$x = \frac{m\omega}{l} \quad \text{et} \quad p = \frac{m^2\omega^2}{il^2},$$

on doit observer ces conditions:

$$q > \frac{6m\omega}{\mathfrak{A}l} \quad \text{et} \quad r > \frac{6\omega}{l}.$$

94. De là nous tirons pour le demi-diamètre du champ apparent moyen les trois valeurs suivantes:

$$\text{I.} \quad \varphi = \frac{nq}{A} = \frac{n\mathfrak{B}B}{(\mathfrak{B}-1)A-(\mathfrak{A}-1)\mathfrak{B}B},$$

$$\text{II.} \quad \varphi = \frac{n\mathfrak{B}r}{\mathfrak{A}\mathfrak{B}B+A} = \frac{n\mathfrak{B}B}{(1-\mathfrak{B})(A+\mathfrak{A}\mathfrak{B}B)},$$

$$\text{III.} \quad \varphi = \frac{\mathfrak{B}\omega}{\mathfrak{A}\mathfrak{B}B+A},$$

où l'on voit que nr ne doit pas être plus petit que ω, afin que le second oculaire ne diminue point le champ que l'oeil admettrait sans cela. Donc si nous supposons $\omega = \frac{1}{10}$ et $n = \frac{1}{4}$, cette condition demande qu'il soit $\frac{1}{4}r > \frac{1}{10}$, et partant $r > \frac{4}{10}$; laquelle renferme par conséquent déjà celle qui exige $r > \frac{6\omega}{l}$ ou $r > \frac{6}{50}$ pouce. Cela observé, à cause de $A = \frac{(\mathfrak{A}-1)p}{\mathfrak{A}}$, $B = (1-\mathfrak{B})r$ $\mathfrak{A}\mathfrak{B} = m$, nous aurons ces deux valeurs:

$$\text{I.} \quad \varphi = \frac{nm(1-\mathfrak{B})r}{(\mathfrak{B}-1)(\mathfrak{A}-1)p-m(\mathfrak{A}-1)(1-\mathfrak{B})r} = -\frac{nmr}{(\mathfrak{A}-1)(p+mr)},$$

$$\text{III.} \quad \varphi = \frac{m(1-\mathfrak{B})\omega}{(1-\mathfrak{B})(\mathfrak{A}-1)p+m(\mathfrak{A}-m)(1-\mathfrak{B})r} = \frac{m\omega}{(\mathfrak{A}-1)p-m(m-\mathfrak{A})r}.$$

95. Puisque A et B sont nécessairement des quantités positives, il faut qu'il soit $\mathfrak{A} > 1$, $(1 - \mathfrak{B})r > o$. Donc si le second oculaire est convexe ou $r > o$, il faut qu'il soit $\mathfrak{B} < 1$, partant $\mathfrak{A} > m$, et dans ce cas nos deux valeurs de φ seront:

$$\text{I.}\quad \varphi = -\frac{nmr}{(\mathfrak{A}-1)(p+mr)} \quad \text{et} \quad \text{III.}\quad \varphi = \frac{m\omega}{(\mathfrak{A}-1)p + m(\mathfrak{A}-m)r},$$

dont la première, qui est la plus petite si $nr = \omega$, sera celle qui determine le champ apparent. Puisqu'il convient donc de rendre $\mathfrak{A} - 1$ si petit qu'il est possible, soit $\mathfrak{A} = m$ et à cause de $\mathfrak{B} = 1$ il sera $B = o$, d'où l'on tire $q = \frac{\mathfrak{B}pr}{p+mr}$, de sorte que le premier oculaire doit être concave, ou pour ce cas $q = -\frac{pr}{p+mr}$, et le demi-diamètre du champ apparent moyen sera $= \frac{nmr}{(m-1)(p+mr)}$, qui devient d'autant plus grand, plus on augmente r. Mais puisque $nr = \omega$, il sera $= \frac{nm\omega}{(m-1)(np+m\omega)}$, et partant plus petit que si l'on employait seulement deux verres.

96. Mais si nr est plus grand que ω, il peut arriver que l'autre valeur de φ soit la plus petite, savoir si $r = \frac{\omega p}{np - m\omega}$, et alors celle-ci aura lieu qui sera $\varphi = \frac{m\omega}{(m-1)p} = \frac{n\omega}{m(m-1)}$, tout comme dans le cas de deux verres dont l'oculaire est concave. Or si l'on prend $\mathfrak{A} > m$, le champ apparent devient encore plus petit, de sorte que ce cas ne fournisse aucune lunette qui vaille mieux que celles à deux verres. Examinons donc l'autre cas où l'oculaire est concave, et posons pour cet effet $r = -\varrho$ et à cause de $B = (\mathfrak{B}-1)\varrho$, nous aurons $\mathfrak{B} > 1$ et $\mathfrak{A} < m$, d'où nos deux formules pour φ seront:

$$\text{I.}\quad \varphi = \frac{nm\varrho}{(\mathfrak{A}-1)(p-m\varrho)}, \qquad \text{III.}\quad \varphi = \frac{m\omega}{(\mathfrak{A}-1)p + m(m-\mathfrak{A})\varrho},$$

dont la dernière est la plus petite, à moins que $m\varrho$ ne surpasse beaucoup p. Cependant on ne saurait en aucune manière obtenir un plus grand champ apparent qu'au cas de deux verres.

97. Puisqu'il serait mal à propos de se servir de lunettes à 3 verres, si l'on n'en pouvait retirer aucun avantage sur celles à deux verres, je ne m'arrêterai pas à développer davantage ce dernier cas, comme ne fournissant aucune lunette qui mériterait la moindre attention, surtout après avoir découvert une si excellente espèce de lunettes à 3 verres, qui ont un double avantage, tant par rapport au champ apparent qu'à la longueur entière de la lunette. Car, quand l'effet répond au calcul, comme on n'en saurait douter, les avantages ne manqueront pas de devenir très considérables. Si une lunette à deux verres de 6 pieds de longueur a été suffisante pour observer les éclipses des satellites de Jupiter, on pourra faire les mêmes observations par le moyen d'une lunette de trois pieds à peu près, ce qui rendra peut-être ces observations possibles en mer, car non seulement la moindre longueur est propre à ce dessein, mais puisqu'une telle lunette découvre un champ quatre fois plus grand, cela doit faciliter considérablement son usage en mer, puisqu'il est d'autant plus facile de conserver une étoile dans la lunette et de la retrouver quand on l'aura perdue.

98. Ces mêmes avantages deviennent surtout fort importants à l'égard des objectifs d'une grande distance de foyer qui en rend l'usage extrêmement difficile. Car dès qu'un tel verre a deux cents pieds de foyer ou davantage, quelqu'excellent qu'il soit d'ailleurs, il y faut presqu'entièrement renoncer, vu qu'on ne saurait manier une si grande longueur, et quoiqu'on y eût réussi, le profit en serait toujours fort petit pour l'astronomie à cause de la rapidité du mouvement dont on verrait passer les étoiles par la lunette. Or, employant le même objectif pour une telle lunette à trois verres, on gagne d'abord sur la longueur presque la moitié, ce qui doit rendre la manoeuvre beaucoup plus aisée, et quoiqu'elle grossit également, le plus grand champ apparent qu'elle découvre diminue fort l'incommodité que la rapidité du mouvement cause. Mais il sera important de pousser les recherches plus loin, pour voir si, en employant plusieurs verres, on pourrait encore davantage raccourcir la longueur de la lunette et en augmenter en même temps le champ apparent.

Section IV.

Recherches sur les lunettes à quatre verres.

99. Que les quatre verres soyent en A, B, C, D, leurs distances de foyer p, q, r, s et l'oeil en E. Posant les distances $AB = A$, $BC = B$, $CD = C$ et $DE = D$, il faut qu'il soit $\mathfrak{D} = -1$, d'où nous aurons les distances de foyer:

$$p = \frac{\mathfrak{A}A}{1+\mathfrak{A}}, \quad q = \frac{\mathfrak{B}AB}{(1+\mathfrak{B})A + (1+\mathfrak{A})\mathfrak{B}B}, \quad r = \frac{\mathfrak{C}BC}{(1+\mathfrak{C})B + (1+\mathfrak{B})\mathfrak{C}C}, \quad s = \frac{C}{1+\mathfrak{C}};$$

posons pour abréger:

$$A = \frac{1+\mathfrak{A}}{\mathfrak{A}}P, \quad B = \frac{1+\mathfrak{B}}{\mathfrak{B}}Q, \quad C = \frac{1+\mathfrak{C}}{\mathfrak{C}}R,$$

afin que nous ayons:

$$p = P, \quad q = \frac{PQ}{P+\mathfrak{A}Q}, \quad r = \frac{QR}{Q+\mathfrak{B}R}, \quad s = \frac{R}{\mathfrak{C}},$$

où il faut remarquer que les quantités A, B, C, D doivent toujours être positives. Or posant la multiplication $= m$, nous avons vu qu'il doit être toujours $x = \frac{m\omega}{l}$ et $p = P = \frac{m^2\omega^2}{il^2}$, de sorte que P est une quantité donnée.

100. Pour les limites du cône lumineux sur chaque verre oculaire et sur l'oeil, nous aurons:

$$\text{sur } B \ldots\ldots A\varphi \pm \frac{x}{\mathfrak{A}},$$

$$\text{sur } C \ldots\ldots \left(\mathfrak{A}B + \frac{A}{\mathfrak{B}}\right)\varphi \pm \frac{x}{\mathfrak{A}\mathfrak{B}},$$

$$\text{sur } D \ldots\ldots \left(\mathfrak{A}\mathfrak{B}C + \frac{\mathfrak{A}B}{\mathfrak{C}} + \frac{A}{\mathfrak{B}\mathfrak{C}}\right)\varphi \pm \frac{x}{\mathfrak{A}\mathfrak{B}\mathfrak{C}},$$

$$\text{sur } E \ldots\ldots \left(\mathfrak{A}\mathfrak{B}\mathfrak{C}D + \frac{\mathfrak{A}\mathfrak{B}C}{\mathfrak{D}} + \frac{\mathfrak{A}B}{\mathfrak{C}\mathfrak{D}} + \frac{A}{\mathfrak{B}\mathfrak{C}\mathfrak{D}}\right)\varphi \pm \frac{x}{\mathfrak{A}\mathfrak{B}\mathfrak{C}},$$