XXVII.

Réflexions sur la Détermination de la Déclinaison de la Boussole.

1. Quand je déterminai la déclinaison de l'aiguille aimantée, dans l'hypothèse que les deux pôles magnétiques de la terre n'étaient pas diamétralement opposés l'un à l'autre, je m'étais servi de ce principe: que l'aiguille prenait toujours une situation, qui fût avec l'axe magnétique ou la droite tirée d'un pôle magnétique à l'autre dans le même plan. Ce principe me parut d'abord incontestable, puisqu'il n'y aurait aucune raison, pourquoi l'aiguille devrait décliner du plan qui passe par les deux pôles magnétiques; et puisque le cas, où les pôles magnétiques sont diamétralement opposés, en était une suite nécessaire; auquel cas l'aiguille doit, sans contredit, partout être dirigée suivant le grand cercle tiré par les pôles magnétiques. De là j'avais déduit pour une situation quelconque des pôles magnétiques cette règle: que l'aiguille se dirigait toujours selon le petit cercle, tiré par l'endroit de l'aiguille et les deux pôles magnétiques de la terre.

2. Or pour examiner plus soigneusement ce principe, il faut distinguer deux positions de l'aiguille; l'une qu'elle prendrait, si elle n'avait aucun poids et qu'elle fût uniquement sollicitée par l'action magnétique; alors l'aiguille ne déclinerait pas seulement de la ligne méridienne, mais elle serait aussi inclinée à l'horizon, au moins pour la plupart des endroits Ce serait la position que l'aiguille doit prendre conformément à la déclinaison et à l'inclinaison à la fois; et puisqu'elle suivrait parfaitement la direction de l'action magnétique, ce sera la veritable direction magnétique qu'il faut bien distinguer de la situation horizontale de l'aiguille, d'où l'on détermine sa déclinaison; car cette situation est l'effet de l'action magnétique et de la gravité à la fois, en tant qu'on rend un bout de l'aiguille plus pesant, pour lui procurer une situation horizontale.

3. Maintenant il n'y a point de doute, que la veritable direction magnétique ne suive exactement le plan qui passe par les pôles magnétiques, et à cet égard le principe, que j'avais établi est parfaitement conforme à la verité. Mais il n'en suit pas, que l'autre situation horizontale, que les boussoles montrent, soit aussi dans le même plan, tiré par les pôles magnétiques de la terre; il est plutôt clair, que l'aiguille, en s'élevant de la direction naturelle magnétique, se meut dans un plan vertical, qui, étant différent du plan qui passe par les pôles magnétiques, l'aiguille étant parvenue à la direction horizontale ne se trouvera plus dans ce dernier plan. D'où il s'ensuit, que le petit cercle tiré par les pôles magnétiques de la terre et le lieu de la boussole n'indique la direction, que lorsque le plan de ce petit cercle est vertical.

4. Pour mettre cela dans tout son jour, considérons une sphère (Fig. 271.), au centre de laquelle soit le pivot de la boussole. Que *hzon* soit le méridien, $hd\delta o$ l'horizon, et le grand cercle $m\delta\mu$ représente le plan qui passe par le centre de l'aiguille et les pôles magnétiques de la terre. Soit maintenant *ci* la véritable direction magnétique, laquelle l'aiguille prendrait si elle était uniquement soumise à l'action magnétique, sans que la gravité en puisse altérer l'effet; de sorte que cette situation naturelle à l'aiguille se trouve dans le plan $m\delta\mu$ qui passe par les pôles magnétiques de la terre. Maintenant si l'on charge l'autre bout de l'aiguille, pour la réduire à l'horizon, le bout *i* montera par le cercle vertical *zdin* tiré par le point *i*, et parviendra à la situation *cd*, qui est celle d'où l'on juge sa déclinaison.

5. De là il est clair que l'arc de l'horizon *hd* exprime la déclinaison de l'aiguille aimantée; or l'arc du cercle vertical *di* en exprimera l'inclinaison. Mais dans le calcul, que j'avais fait conformément au principe mentionné, l'arc ou l'angle δ, qui devait exprimer la déclinaison de l'aiguille, ne marque pas l'arc *hd*, qui est la vraie déclinaison; car puisque δ indique l'angle que fait sur la surface de la terre le petit cercle tiré par les pôles magnétiques avec le méridien, cette même lettre δ exprimera dans notre figure l'arc $h\delta$, ou bien la déclinaison du point δ, où le plan tiré par les pôles magnétique coupe l'horizon. D'où l'on voit que cette lettre δ ne convient avec la déclinaison magnétique, qu'en deux cas, l'un, où l'inclinaison *di* s'évanouit et l'autre, où le grand cercle $m\delta\mu$ est vertical.

6. La valeur de δ peut donc être très différente de la déclinaison de l'aiguille aimantée, et on ne la saurait même connaître par les seules observations. Car quand même les instruments, dont on se sert dans ces observations, seraient les plus parfaits, ils ne montreraient que la déclinaison *hd* et l'inclinaison *di*, d'où l'on n'est pas en état de déterminer le point δ; il faudrait outre cela savoir la position du grand cercle $m\delta\mu$ par rapport ou à l'horizon ou au méridien. Car si l'on savait l'inclinaison de ce cercle à l'horizon ou l'angle $d\delta i$, on aurait $\sin d\delta = \frac{\operatorname{tang} di}{\operatorname{tang} d\delta i}$; mais si l'on savait son inclinaison au méridien ou l'angle $\delta\mu n$, ayant dans le triangle μin le côté $in = 90^0 - di$, l'angle $\mu ni = hd$ et l'angle $n\mu i$, on trouverait le côté $\mu n = 90^0 - h\mu$, et delà $\operatorname{tang} h\delta = -\cos\mu n \operatorname{tang} n\mu i$.

7. Réciproquement quand même on connaîtrait la position du cercle $m\delta\mu$, on n'en pourrait conclure ni la déclinaison ni l'inclinaison de l'aiguille; mais l'une étant connue outre cela, on en déduirait aisément l'autre. Or pour connaître la position du cercle $m\delta\mu$, il faut savoir ces deux éléments: 1) son inclinaison à l'horizon ou l'angle $h\delta\mu$ et 2) son inclinaison au méridien ou l'angle $h\mu\delta$ ou δmo. Alors sachant dans le triangle δmo, les angles $m\delta o$, δmo l'angle de o étant droit, on en déduira:

$$\cos m\delta = \cot m\delta o \,.\, \cot \delta mo; \qquad \cos o\delta = \frac{\cos \delta mo}{\sin m\delta o} \quad \text{et} \quad \cos mo = \sin zm = \frac{\cos m\delta o}{\sin \delta mo}.$$

Or ayant l'angle $h\delta i$ avec l'arc $h\delta$, dès qu'on a la déclinaison *hd* et partant l'arc $d\delta$, on trouvera l'inclinaison *di*, puisque l'angle δdi est droit; et ayant l'inclinaison *di*, on en détermine l'arc $d\delta$, et partant aussi la déclinaison *hd*.

8. De là on comprend, que quand même la terre n'aurait que deux pôles magnétiques, et que leur position nous serait connue, cela ne suffirait pas pour déterminer la déclinaison de la boussole, et la question serait encore beaucoup plus difficile qu'on aurait pu penser d'abord. Je ne vois pas même que cette connaissance nous pourrait fournir des éclaircissements là dessus, à moins qu'on ne trouvât moyen de déterminer immédiatement la véritable direction magnétique par rapport aux pôles magnétiques de la terre. Cela pourrait donner occasion à des fort belles recherches physiques sur la direction d'une aiguille aimantée dans le voisinage d'un aimant très grand et très fort, pourvu que le magnétisme de la terre n'en troublât l'effet. On devrait

soigneusement observer quelle direction l'aiguille prendrait, en quelqu'endroit par rapport à l'aimant, qu'elle fût posée. Peut être qu'un grand nombre d'expériences de cette façon nous découvrirait une règle certaine, par laquelle on pourrait ensuite déterminer la direction magnétique pour tous les lieux de la terre.

9. Pour m'expliquer mieux, soient A et B (Fig. 272.) les deux pôles magnétiques de la terre, ou d'un aimant quelconque, et partant la droite ACB l'axe magnétique. Que la planche représente un plan quelconque, qui passe par l'axe magnétique, où soit pris un point quelconque L, autour duquel une aiguille soit librement mobile. Cette aiguille prendra une certaine situation Ll dans le même plan qui dependra de la position du lieu L par rapport à l'axe magnétique, et il serait à souhaiter, qu'on sût pour chaque lieu L déterminer la direction Ll. De là on connaîtrait dans le grand cercle $m\delta\mu$ le point i (Fig. 271.): et la position de ce cercle étant supposée connue, on en pourrait déterminer tant la déclinaison hd que l'inclinaison di de l'aiguille aimantée. Donc pour parvenir à ce but, outre la position des deux pôles magnétiques de la terre, il faudrait connaître la loi, suivant laquelle une aiguille Ll se dirige, de quelque manière qu'elle soit placée par rapport à l'axe AB d'un aimant.

10 Or il semble que nous ne sommes pas si éloignés de cette connaissance, puisqu'il y a une infinité de cas, où la direction Ll (Fig. 272.) peut être assignée. Car si le lieu L se trouve dans l'axe magnétique même AB, il n'y a aucun doute que la direction Ll ne convienne avec celle de l'axe magnétique. Ensuite il y aura entre les pôles A et B un centre C, d'où, si l'on tire la droite CE perpendiculaire à l'axe AB, il est clair, qu'en quelque point E de cette ligne on place l'aiguille, elle prendra certainement la position Ee parallèle à l'axe AB. Donc si nous tirons d'un lieu quelconque L au centre C la droite LC, et que nous nommions les angles $ACL = \theta$ et $CLl = \varphi$, il y aura un tel rapport entre ces deux angles, que si $\theta = o$, l'angle φ s'évanouira aussi, et si l'angle θ est droit, l'autre φ sera aussi toujours droit. Or en général il semble que la distance $CL = z$ entre aussi dans le rapport entre les angles θ et φ, en sorte peut être que $\tang \varphi = Z \tang \theta$, de sorte que Z marque une certaine fonction de z.

11. Supposons donc que cette loi nous soit connue, et peut être suffira-t-il qu'elle le soit à peu près; et si nous envisageons les pôles magnétiques de la terre aussi comme connus, nous serons en état de déterminer pour tous les lieux de la terre non seulement la déclinaison, mais aussi l'inclinaison de l'aiguille aimantée. Le problème sera encore fort difficile et demandera des calculs assez embarrassés; mais il paraît bien digne qu'on y apporte toute l'attention, puisqu'il contient l'unique moyen de parvenir enfin à une parfaite connaissance tant de la déclinaison que de l'inclinaison magnétique. Et joignant ces deux phénomènes ensemble, il y a grande apparence, qu'on en pourra déduire un jour le plus sûr moyen de résoudre le grand problème des longitudes. Car si nous connaissions à *priori* pour chaque lieu de la terre tant la déclinaison que l'inclinaison de l'aiguille aimantée, et qu'on fût en état de les observer exactement, on ne saurait presque plus se tromper sur la détermination géographique du lieu où l'on se trouve.

12. Soient donc A et B (Fig. 273.) les deux pôles magnétiques sur la surface de la terre, que je regarde comme sphérique, sur la quelle soit proposé un lieu quelconque L, d'où je tire aux pôles magnétiques les arcs de grands cercles LA et LB. Ayant aussi tiré l'arc de grand cercle AB, soit C son milieu, et posons $AC = BC = c$, $AL = f$ et $BL = g$. Maintenant pour trouver le plan qui passe par le point L et les deux pôles magnétiques A et B, concevons un petit cercle tiré par ces trois points, dont le centre pris dans la surface de la sphère soit en O; et puisque le rayon de la sphère tiré au point O est perpendiculaire au plan LAB, et le rayon tiré au point L perpendiculaire à l'horizon de L, l'arc de grand cercle LO qui mesure l'angle compris entre ces deux rayons, mesurera aussi l'inclinaison du plan LAB à l'horizon du lieu L, et partant aussi l'angle $m\delta o$ de la figure 271.

13. Pour trouver ce point O et l'arc LO, concevons baissées de O sur les côtés AL et BL des perpendiculaires qui y tomberont au milieu, et de là en posant l'arc $LO = z$, on aura:

$$\cos ALO = \frac{\operatorname{tang}\frac{1}{2}f}{\operatorname{tang} z} \quad \text{et} \quad \cos BLO = \frac{\operatorname{tang}\frac{1}{2}g}{\operatorname{tang} z},$$

donc:
$$\sin ALO = \frac{\sqrt{(\operatorname{tang}^2 z - \operatorname{tang}^2 \frac{1}{2}f)}}{\operatorname{tang} z} \quad \text{et} \quad \sin BLO = \frac{\sqrt{(\operatorname{tang}^2 z - \operatorname{tang}^2 \frac{1}{2}g)}}{\operatorname{tang} z}.$$

Or l'angle ALB étant donné par les trois côtés $AB = 2c$, $AL = f$ et $BL = g$, soit $ALB = \lambda$, et nous aurons

$$\cos\lambda \operatorname{tang}^2 z = \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}f \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}g - \sqrt{(\operatorname{tang}^2 z - \operatorname{tang}^2 \tfrac{1}{2}f)(\operatorname{tang}^2 z - \operatorname{tang}^2 \tfrac{1}{2}g)};$$

et ôtant l'irrationalité, cette équation sera divisible par $\operatorname{tang}^2 z$, d'où résulte:

$$\cos^2\lambda \operatorname{tang}^2 z - 2\cos\lambda \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}f \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}g = \operatorname{tang}^2 z - \operatorname{tang}^2\tfrac{1}{2}f - \operatorname{tang}^2\tfrac{1}{2}g,$$

et partant:
$$\sin^2\lambda \operatorname{tang}^2 z = \operatorname{tang}^2\tfrac{1}{2}f + \operatorname{tang}^2\tfrac{1}{2}g - 2\cos\lambda \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}f \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}g,$$

de sorte que:
$$\operatorname{tang} z = \frac{1}{\sin\lambda}\sqrt{(\operatorname{tang}^2\tfrac{1}{2}f + \operatorname{tang}^2\tfrac{1}{2}g - 2\cos\lambda \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}f \operatorname{tang}\tfrac{1}{2}g)}.$$

14. Multiplions l'équation penultième par $\cos^2\frac{1}{2}f \cos^2\frac{1}{2}g$, pour avoir:

$$\cos^2\tfrac{1}{2}f \cos^2\tfrac{1}{2}g \sin^2\lambda \operatorname{tang}^2 z = \sin^2\tfrac{1}{2}f \cos^2\tfrac{1}{2}g + \cos^2\tfrac{1}{2}f \sin^2\tfrac{1}{2}g - 2\cos\lambda \sin\tfrac{1}{2}f \cos\tfrac{1}{2}f \sin\tfrac{1}{2}g \cos\tfrac{1}{2}g.$$

Cette dernière partie à cause de:

$$\sin^2\tfrac{1}{2}f = \frac{1-\cos f}{2}, \quad \cos^2\tfrac{1}{2}g = \frac{1+\cos g}{2}, \quad \cos^2\tfrac{1}{2}f = \frac{1+\cos f}{2}, \quad \sin^2\tfrac{1}{2}g = \frac{1-\cos g}{2},$$

et:
$$\sin\tfrac{1}{2}f \cos\tfrac{1}{2}f = \tfrac{1}{2}\sin f, \quad \sin\tfrac{1}{2}g \cos\tfrac{1}{2}g = \tfrac{1}{2}\sin g,$$

se reduit à:
$$\tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{2}\cos f \cos g - \tfrac{1}{2}\cos\lambda \sin f \sin g.$$

Or en introduisant le troisième côté $AB = 2c$, à cause de $\cos\lambda = \frac{\cos 2c - \cos f \cos g}{\sin f \sin g}$, cette partie devient:

$$\tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{2}\cos f\cos g - \tfrac{1}{2}\cos 2c + \tfrac{1}{2}\cos f \cos g = \frac{1-\cos 2c}{2} = \sin^2 c,$$

d'où nous tirons:
$$\cos^2\tfrac{1}{2}f \cos^2\tfrac{1}{2}g \sin^2\lambda \operatorname{tang}^2 z = \sin^2 c,$$

donc:
$$\operatorname{tang} z = \frac{\sin c}{\cos\frac{1}{2}f \cos\frac{1}{2}g \sin\lambda}.$$

Voilà une simple formule pour le rayon du cercle circonscrit à un triangle sphérique.

15. Ayant trouvé:
$$\operatorname{tang} z = \operatorname{tang} LO = \frac{\sin c}{\cos\frac{1}{2}f \cos\frac{1}{2}g \sin\lambda};$$

on trouvera pour la position de l'arc LO:

$$\cos ALO = \frac{\sin\frac{1}{2}f \cos\frac{1}{2}g \sin\lambda}{\sin c}, \quad \cos BLO = \frac{\cos\frac{1}{2}f \sin\frac{1}{2}g \sin\lambda}{\sin c}$$

et moyennant la relation:

$$\cos 2c = \cos f \cos g + \cos\lambda \sin f \sin g,$$

les sinus de ces deux angles pourront être exprimés rationnellement en sorte:

$$\sin ALO = \frac{\cos \frac{1}{2} f \sin \frac{1}{2} g - \sin \frac{1}{2} f \cos \frac{1}{2} g \cos \lambda}{\sin c}$$

et:

$$\sin BLO = \frac{\sin \frac{1}{2} f \cos \frac{1}{2} g - \cos \frac{1}{2} f \sin \frac{1}{2} g \cos \lambda}{\sin c},$$

d'où l'on pourrait tirer plusieurs beaux corollaires comme:

$$\cos ALO + \cos BLO = \frac{\sin \frac{1}{2}(f+g) \sin \lambda}{\sin c},$$

$$\sin ALO + \sin BLO = \frac{\sin \frac{1}{2}(f+g)(1-\cos \lambda)}{\sin c}$$

et:

$$\cos ALO - \cos BLO = \frac{\sin \frac{1}{2}(f-g) \sin \lambda}{\sin c},$$

$$\sin BLO - \sin ALO = \frac{\sin \frac{1}{2}(f-g)(1+\cos \lambda)}{\sin c}.$$

16. Cet arc $LO = z$, dont nous venons de trouver la tangente, mesure l'angle, dont le plan LAB est incliné à l'horizon du lieu L, et si nous décrivons du centre O avec le rayon OL l'arc du petit cercle $L\delta$, l'intersection se fera selon la direction $L\delta$, laquelle étant dans l'horizon et perpendiculaire à l'arc LO, nous aurons pour l'angle $AL\delta$:

$$\sin AL\delta = \frac{\sin \frac{1}{2} f \cos \frac{1}{2} g \sin \lambda}{\sin c}$$

et:

$$\cos AL\delta = \frac{\cos \frac{1}{2} f \sin \frac{1}{2} g - \sin \frac{1}{2} f \cos \frac{1}{2} g \cos \lambda}{\sin c},$$

donc:

$$\operatorname{tang} AL\delta = \frac{\operatorname{tang} \frac{1}{2} f \sin \lambda}{\operatorname{tang} \frac{1}{2} g - \operatorname{tang} \frac{1}{2} f \cos \lambda}.$$

Connaissant donc sur l'horizon la direction $L\delta$, le plan LAB sera incliné à l'horizon de l'angle z, en sorte que:

$$\operatorname{tang} z = \frac{\sin c}{\cos \frac{1}{2} f \cos \frac{1}{2} g \sin \lambda}.$$

17. Pour ne laisser ici aucune ambiguité sur le sens de cette inclinaison, soient P et p les vrais pôles de la terre, et partant PAp le méridien qui passe par le pôle boréal magnétique A, que je prendrai pour le premier méridien, duquel je conterai les longitudes vers l'occident; de sorte qu'ayant tiré par le lieu L le méridien PLp, l'angle $APL = g$ marque la longitude du lieu L, comptée vers l'occident depuis le méridien PAp. De là posant l'arc $PL = p$, l'arc AP étant supposé connu, on trouvera l'angle $PLA = l$, duquel en retranchant l'angle $AL\delta$, il restera l'angle $PL\delta = l - AL\delta = \delta$, qui étant positif, marquera l'arc $h\delta$ dans la figure 271 pris depuis le point h vers l'est; et l'arc z marquant l'inclinaison du plan LAB à l'horizon, en se baissant vers l'est, donnera l'angle $o\delta\mu$. De là, puisqu'on a dans la figure 271 l'arc $h\delta = l - AL\delta$ et l'angle $o\delta\mu = z$, la position du grand cercle $m\delta\mu$ tiré par les pôles magnétiques de la terre sera connue.

18. Considérons à présent séparement le plan LAB (Fig. 274), qui passe par les deux pôles magnétiques A et B et le lieu proposé L; et les côtés du triangle rectiligne LAB étant les cordes du triangle sphérique précédent LAB, nous aurons:

$$AB = 2 \sin c, \quad AL = 2 \sin \tfrac{1}{2} f, \quad BL = 2 \sin \tfrac{1}{2} g.$$

*

Soit O le centre du cercle circonscrit à ce triangle, et on aura $LO = \sin z$, et de là $\cos ALO = \frac{\sin \frac{1}{2} f}{\sin z}$, $\cos BLO = \frac{\sin \frac{1}{2} g}{\sin z}$. Si nous nommons l'angle $ALB = L$, nous trouverons $\sin z = \frac{\sin c}{\sin L}$; et partant:

$$\cos ALO = \frac{\sin \frac{1}{2} f \sin L}{\sin c} = \sin ABL.$$

Donc tirant à LO la perpendicale $L\delta$, on aura l'angle $AL\delta = ABL$. Or cette ligne $L\delta$, étant la tangente du cercle circonscrit, sera dans l'horizon, et si Li est la direction magnétique, l'angle δLi donnera l'arc δi dans la figure 271, d'où l'on déterminera enfin la déclinaison hd et l'inclinaison di.

19. Avant que développer mieux ces formules, concevons un grand cercle de la terre, qui passe par les pôles magnétiques A et B (Fig. 275.), dans lequel soit O le centre de la terre, et AB l'axe magnétique, et voyons quelle sera la direction magnétique aux pôles magnétiques même A et B. Or il est d'abord clair que dans ces endroits l'aiguille doit être dirigée selon l'axe même AB; et partant en A la ligne Aa exprime la direction magnétique; laquelle n'étant pas verticale, l'aiguille y montrera une déclinaison déterminée selon AO. Donc en tant que l'axe magnétique AB ne passe pas par le centre de la terre, les pôles magnétiques n'ont pas la proprieté, que la déclinaison y est indéterminée, comme j'avais soutenu dans mon mémoire précédent, ou en vertu de cette proprieté toutes les lignes Halleyennes se réunissent aussi bien dans les pôles magnétiques que dans les pôles naturels de la terre. Donc réciproquement les pôles magnétiques ne se trouvent pas là, où la direction magnétique est verticale et partant la déclinaison indéterminée.

20. Cependant il y aura pourtant tels lieux sur la terre où la direction magnétique est verticale, ou dirigée vers le centre de la terre. Pour trouver ces endroits, il est d'abord évident, qu'il faut les chercher dans le grand cercle tiré par les pôles magnétiques. Or je remarque que dans l'arc AEB, qui renferme le moindre segment du cercle, il doit y avoir un point E, où la direction magnétique Ee est horizontale; de là, en avançant vers le pôle boreal A l'aiguille *d'inclinaison* baissera sous l'horizon comme en F selon Ff; et avant qu'on parvienne au pôle A, même, il y aura un endroit G, où la direction magnétique est précisément verticale. Il y aura un semblable point H de l'autre côté vers le pôle B; mais dans l'arc AIB, qui forme le plus grand segment, il n'y aura point de tels points; car en I la direction magnétique Ii étant horizontale, elle s'inclinera au-dessous de l'horizon en avançant vers A, toujours en même sens, de sorte que l'angle OKk soit partout plus grand que l'angle OAa, et partant nulle part égal à zéro.

21. Donc quoique les pôles magnétiques de la terre n'ayent pas la proprieté que l'inclinaison magnétique y soit verticale, il y a deux autres points G et H, auxquels cette proprieté convient: et qui seront d'autant plus remarquables, que la déclinaison magnétique y est indéterminée, et que de toute part autour d'eux l'aiguille y sera dirigée. Par cette raison toutes les lignes Halleyennes, qu'on tire par tous les endroits où la déclinaison est la même, passeront par ces deux points. Donc sur la carte que j'ai jointe à mon premier mémoire sur ce sujet, les deux points où toutes les lignes Halleyennes aboutissent, ne sont pas les pôles magnétiques de la terre, mais plustôt les points G et H que je viens d'indiquer ici; et en avertissant seulement, que les pôles magnétiques se trouvent hors de ces points de la carte, il y a grande apparence que les lignes Halleyennes, que j'y ai tracées, sont justes, et qu'elles n'ont pas besoin d'autre correction tirée des éclaircissements que j'expose ici. C'est par cette raison, que je n'ai pas jugée à propos de rejetter mes recherches précédentes, puisqu'elles peuvent avoir le même usage dans la pratique, et qu'il ne paraît pas encore comment on pourra mettre à profit cette nouvelle théorie

22. Il est clair que ces points G et H ne sauraient être fort éloignés des pôles magnétiques A et B; et leur distance ne surpasse pas peut être un ou quelques degrés. Donc puisque sur la carte que j'ai eu l'hon-

neur de présenter, il était impossible de s'assurer à quelques degrés près sur la vraie position des pôles magnétiques, ou plutôt des points G et H, on pourra bien regarder ces points comme les véritables pôles magnétiques; et cela d'autant plus, que les expériences semblent prouver, qu'il faudrait ces points, où les lignes Halleyennes aboutissent, plus éloigner des pôles du monde; or alors les pôles magnétiques, étant aussi éloignés des pôles, pourraient bien parvenir aux points où les lignes Halleyennes aboutissent à présent. Nous ne nous tromperons donc pas beaucoup, si nous envisageons ces points marqués sur la carte comme les vrais pôles magnétiques de la terre.

23. Connaissant donc à peu près les pôles magnétiques de la terre, appliquons les calculs généraux, que je viens d'exposer, à la ville de Berlin, où la déclinaison de l'aiguille est observée de 16^0 vers l'ouest et l'inclinaison de 72^0. Or posant L (Fig. 273.) pour Berlin, nous aurons $PL = p = 37^0\,30'$, et la longitude prise du méridien PAp vers l'occident ou l'angle $APL = q = 230^0$; ensuite l'arc $PA = 15^0$, l'arc $PB = 145^0$ et l'angle $APB = 60^0$, a peu près. De là on trouve $AB = 2c = 135^0\,56'$ et partant $c = 67^0\,58'$. Ensuite $AL = f = 311^0\,41'$, $ALP = 164^0\,36' = l$, $BL = g = 173^0\,35'$ et $BLP = 63^0\,1'$, donc $\frac{1}{2}f = 155^0\,50\frac{1}{2}'$, $\frac{1}{2}g = 86^0\,47\frac{1}{2}'$ et $ALB = -101^0\,35' = 258^0, 25^0 = \lambda$. Ensuite on trouve $AL\delta = 181^0\,23'$, et de là $PL\delta = \delta = -16^0\,47'$ et $z = 86^0\,55'$. Donc dans la figure 271 $h\delta = -16^0\,47'$, $o\delta\mu = 86^0\,55'$, et partant si l'on prend $di = 72^0$, on trouve $hd = -9^0\,33'$ et $\delta i = 72^0\,15'$. Donc la déclinaison ne serait que de $7^0\,14'$ vers l'ouest, et dans la figure 274 prenant $\delta Li = 72^0\,15'$, la ligne Li serait dirigée vers un point de la ligne AB entre C et B.

24. Là-dessus nous pouvons faire les réflexions suivantes: 1) que l'angle négatif $PL\delta$ doit être plus grand que $16^0\,47'$, l'arc z demeurant $= 86^0\,55'$; ou que cet arc doit plus approcher de 90^0, si l'angle $PL\delta$ demeurait le même. 2) De là on peut conclure qu'il faut augmenter l'un et l'autre. Car représentant l'état de Berlin dans la figure 276, où l'arc hd pris vers l'occident soit $= 16^0$, et l'inclinaison $di = 72^0$, si nous posons l'angle $d\delta i = z$, nous aurons $\sin d\delta = \frac{\text{tang}\, 72^0}{\text{tang}\, z}$, ou $\text{tang}\, z = \frac{\text{tang}\, 72^0}{\sin 0^0\, 47'}$; de là nous voyons que:

si	$z = 86^0\,55'$	il y aura	$d\delta =$	$9^0\,33'$	et	$h\delta = \delta =$	$25^0\,33'$
»	87 0	»	»	9 17	»	»	25 17
»	87 30	»	»	7 43	»	»	23 43
»	88 0	»	»	6 10	»	»	22 10
»	88 30	»	»	4 37	»	»	20 37
»	89 0	»	»	3 5	»	»	19 5

25. Supposons que z doive être $= 88^0$, et puisque la grandeur de sa tangente dépend principalement du $\cos \frac{1}{2}g$, il faudra approcher l'angle $\frac{1}{2}g$ plus de 90^0, soit donc $\frac{1}{2}g = 87^0\,30'$ et partant $BL = g = 175^0$. Ensuite, puisque $\delta = 22^0\,10' = AL\delta - l$, et que l'angle $AL\delta$ ne change pas sensiblement, il faut qu'il soit $l = ALP = 159^0\,13'$, et partant plus petit qu'auparavant; ce qu'on obtiendra en augmentant la distance AP, l'angle APL n'y contribuant pas beaucoup; on pourra donc supposer $AP = 18^0$, ce qui produira à peu près la dite valeur de l; l'arc AL n'en étant pas sensiblement alteré. Mais pour que l'arc BL devienne plus grand, il faut diminuer l'angle APB que nous avons supposé de 60^0, et il suffira de le mettre $APB = 55^0$; alors l'arc AB deviendra plus petit. Cependant après toutes ces corrections, on trouve que dans la figure 274 la direction Li tend vers le milieu de la ligne AB, et encore au de-là du milieu C vers l'autre pôle B.