Remarque sur l'origine de la formule $i \log i = -\frac{1}{2}\pi$.

Par G. ENESTRÖM à Stockholm.*

On sait qu'EULER a donné la démonstration de la formule $i^i = e^{-\frac{1}{2}\pi}$ ou $i \log i = -\frac{1}{2}\pi$ dans son mémoire *De la controverse entre MM. Leibnitz et Bernoulli sur les logarithmes des nombres négatifs et imaginaires* (Mém. de l'acad. d. sc. de Berlin 5, 1749, p. 139—179). Mais il convient de signaler que cette formule est une conséquence presque immédiate d'une remarque faite par EULER dans une lettre inédite adressée le 10 decembre 1728 à JEAN BERNOULLI et gardée à la bibliothèque de l'académie des sciences de Stockholm. En effet, on y lit:

Sit radius circuli a, sinus y, cosinus x, erit ex methodo tuâ quadraturam circuli ad logarithmos reducendi, area sectoris $= \frac{aa}{4\sqrt{-1}} \log \frac{x + y\sqrt{-1}}{x - y\sqrt{-1}}$, et posito $x = 0$, habebis quadrans circuli $= \frac{aa}{4\sqrt{-1}} \log(-1)$.

Par conséquent, EULER avait démontré que

$$\frac{\pi a^2}{4} = \frac{a^2}{4\sqrt{-1}} \log(-1),$$

d'où on déduit aisément $\frac{1}{2}\pi = -\sqrt{-1} \log \sqrt{-1}$. Dans sa réponse JEAN BERNOULLI appelle l'attention sur l'identité

$$\int_0^{\frac{1}{4}\pi} \frac{a^2 dx}{2\sqrt{a^2 - x^2}} = \frac{a^2}{4} \frac{\log \sqrt{-1}}{\sqrt{-1}},$$

et fait observer en même temps que l'intégrale proposée est égale à $\frac{1}{8}$ d'un cercle dont le rayon est a. Il s'ensuit immédiatement que $\frac{1}{8}\pi a^2 = \frac{a^2}{4} \frac{\log \sqrt{-1}}{\sqrt{-1}}$ ou $\frac{\pi}{2} = -\sqrt{-1} \log \sqrt{-1}$; mais JEAN BERNOULLI n'a pas tiré lui-même cette conclusion, parce qu'il croyait que le logarithme de $\sqrt{-1}$ était 0.

* Cette remarque a été insérée dans l'Intermédiaire des mathématiciens 6, 1899, p. 16, mais avec des fautes typographiques si graves, qu'elle y est sans doute presque inintelligible.

Zur Bibliographie der Parallelentheorie.

Von PAUL STÄCKEL in Kiel.

Das von mir im Jahre 1895 veröffentlichte »Verzeichnis von Schriften über die Parallelentheorie, die bis zum Jahre 1837 erschienen sind« *(Die Theorie der Parallellinien von Euklid bis auf Gauss, eine Urkundensammlung zur Vorgeschichte der nichteuklidischen Geometrie, in Gemeinschaft mit* F. ENGEL *herausgegeben von* P. STÄCKEL. Leipzig 1895, S. 286—313), machte der Natur der Sache nach keinen Anspruch auf unbedingte Vollständigkeit, und ich richtete an die Leser die Bitte mich von Lücken oder Unrichtigkeiten, die sie in dem Verzeichnis bemerken würden, in Kenntnis setzen zu wollen. Auf Grund von Mitteilungen, die ich der Freundlichkeit der Herren BEDÖHÁZI in Maros-Vásárhely (Siebenbürgen), R. FRICKE in Braunschweig, W. KRÜGER und G. VALENTIN in Berlin verdanke, sowie auf Grund weiterer eigener Nachforschungen, bin ich heute in der Lage, mein Verzeichnis nicht unbeträchtlich ergänzen zu können. Es kommen hinzu folgende 20 Schriften:

Scarburgh, Edmund, *The english Euclid.* Oxford 1705. [Erwähnt in CAMERERS Euklidausgabe Bd. 1, Berlin 1824, S. 423.]

La Caille, Nicolas Louis de, *Leçons élémentaires de mathématiques.* Paris 1741. [Erwähnt bei CAMERER, a. a. O. S. 423.]

Pfleiderer, Christoph Friedrich, *Theses inaugurales.* Tübingen 1786. [Erwähnt bei CAMERER, a. a. O. S. 427.]

Schultz, Johann, *Anfangsgründe der reinen Mathesis.* Königsberg 1790. [Erwähnt bei B. BOLZANO, »Betrachtungen über einige Gegenstände der Elementargeometrie«, Prag 1804.]

[Chauvelot, Sylvestre,] *Introduction à la géométrie, où développement de l'idée de l'étendue, ouvrage propre à guider les premiers pas des jeunes gens.* Par l'auteur du Livre des vérités. Braunschweig 1795. [Herzogliche Bibliothek in Braunschweig.]

Chauvelot, Sylvestre, *Nouvelle introduction à la géométrie ou théorie exacte et lumineuse de l'étendue.* Braunschweig 1802. [Erwähnt von POGGENDORFF, »Biogr.-lit. Handwörterbuch« I, S. 426; es ist mir nicht gelungen diese Schrift aufzutreiben.]

Develey, Isaac Emmanuel Louis, *Élémens de géométrie.* Lausanne 1816. [Angeführt in der unten citirten Schrift von BRESZTYENSZKY.]